4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1 Исключение грубых погрешностей из результатов многократных измерений

В процессе обработки результатов многократных измерений следует исключать грубые ошибки из ряда результатов измерений. Наличие грубых ошибок существенно влияет на результаты обработки полученных при измерениях данных. Прежде чем исключать тот или иной результат из ряда результатов измерений, необходимо убедиться в том, что этот результат действительно представляет грубую ошибку, а не отклонение вследствие статистического разброса результатов измерений. Известно несколько методов определения грубых ошибок статистического ряда результатов измерений. Наиболее простым способом исключения грубых ошибок из статистического ряда результатов измерений является правило трех сигм: разброс случайных величин от среднего значения не должен превышать 3σ:

$$x_m = \bar{x} \pm 3\sigma, \tag{4.1}$$

где x_m – максимальное или минимальное значение статистического ряда,

$\bar{x}$ – среднее арифметическое статистического ряда,

σ – среднеквадратичное отклонение.

Более достоверными являются методы, которые базируются на использовании доверительных интервалов.

Если имеется статистический ряд результатов измерений малой выборки (количество результатов измерений не превышает 20), подчиняющийся закону нормального распределения, то при наличии грубых ошибок критерии β_1, β_2 их появления вычисляют по формулам

$$\begin{aligned} \beta_1 &= (x_{\max} - \bar{x}) / \sigma\sqrt{(n-1)/n}, \\ \beta_2 &= (\bar{x} - x_{\min}) / \sigma\sqrt{(n-1)/n}, \end{aligned} \tag{4.2}$$

где $x_{\max}$, $x_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значения из n измерений.

В таблице 4.1. приведены максимальные значения критериев появления грубых ошибок $\beta_{\max}$ в зависимости от доверительной вероятности, возникающие вследствие статистического разброса результатов измерений.

Если $\beta_1 > \beta_{\max}$, то значение $x_{\max}$ следует исключить из статистического ряда результатов измерений как грубую ошибку.

Если $\beta_2 > \beta_{\max}$, то значение $x_{\min}$ следует исключить из статистического ряда результатов измерений как грубую ошибку. После исключения грубых ошибок определяют новые значения x и σ из ($n-1$) или ($n-2$) измерений.

Таблица 4.1 – Максимальные значения критерия β

n	$\beta_{\max}$ при $p_Д$			n	$\beta_{\max}$ при $p_Д$		
	0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99
3	1,41	1,41	1,41	15	2,33	2,49	2,80
4	1,64	1,69	1,72	16	2,35	2,52	2,84
5	1,79	1,87	1,96	17	2,38	2,55	2,87
6	1,89	2,00	2,13	18	2,40	2,58	2,90
7	1,97	2,09	2,26	19	2,43	2,60	2,93
8	2,04	2,17	2,37	20	2,45	2,62	2,96
9	2,10	2,24	2,46	25	2,54	2,72	3,07
10	2,15	2,29	2,54	30	2,61	2,79	3,16
11	2,19	2,34	2,61	35	2,67	2,85	3,22
12	2,23	2,39	2,66	40	2,72	2,90	3,28
13	2,26	2,43	2,71	45	2,76	2,95	3,33
14	2,30	2,46	2,76	50	2,80	2,99	3,37

Второй из наиболее часто используемых методов определения наличия грубых ошибок основан на применении критерия Романовского. Этот метод также применим для малой выборки результатов измерений. Процесс выявления наличия грубых ошибок по критерию Романовского сводится к следующему. Задаются доверительной вероятностью p и по таблице 4.2. в зависимости от числа членов статистического ряда n находят величину q. Вычисляют предельно допустимую абсолютную ошибку $\varepsilon_{пр}$ результата отдельного измерения

$$\varepsilon_{пр} = \sigma q. \qquad (4.3)$$

Оценкой действительного значения случайной физической величины x является значение $\bar{x}$, определяемое по формуле $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Если $x_{\max} - \bar{x} > \varepsilon_{пр}$, то результат измерения $x_{\max}$ исключают из ряда как грубую ошибку. Если $\bar{x} - x_{\min} > \varepsilon_{пр}$, то результат измерения $x_{\min}$ исключают из ряда как грубую ошибку. После исключения одной или двух грубых ошибок вновь находят величину q.

Таблица 4.2 – Критерий наличия грубых ошибок $\boldsymbol{q}$ в малой выборке

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{q}$ при $\boldsymbol{p}_Д$		
	0,90	0,95	0,99
2	15,56	38,97	77,96
3	4,97	8,04	11,46
4	3,56	5,08	6,53
5	3,04	4,10	5,04
6	2,78	3,64	4,36
7	2,62	3,36	3,96
8	2,51	3,18	3,71
9	2,43	3,05	3,54
10	2,37	2,96	3,41
12	2,29	2,83	3,23
14	2,24	2,74	3,15
16	2,20	2,68	3,04
18	2,17	2,64	3,00
20	2,15	2,60	2,93
∞	1,96	2,33	2,58

Вычисляют предельно допустимую абсолютную ошибку результата отдельного измерения $\boldsymbol{\varepsilon_{пр}} = \boldsymbol{\sigma q}$ для нового числа членов статистического ряда $\boldsymbol{n}$ и сравнивают максимальные абсолютные погрешности $\Delta_{\mathbf{max}} = \boldsymbol{x}_{\max} - \bar{\boldsymbol{x}}$ и $\Delta_{\mathbf{min}} = \bar{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}_{\min}$ с величиной предельно допустимой абсолютной ошибки результата отдельного измерения $\boldsymbol{\varepsilon_{пр}}$. Исключение грубых ошибок продолжают до тех пор, пока абсолютные погрешности $\Delta_{\mathbf{max}}$ и $\Delta_{\mathbf{min}}$ не станут меньше предельно допустимой абсолютной ошибки результата отдельного измерения $\boldsymbol{\varepsilon_{пр}}$.

4.2. Статистическая оценка параметров распределений случайных физических величин

При статистической обработке результатов измерений используют основные сведения теории вероятностей. Основными понятиями при статистических оценках параметров распределений случайных физических величин являются понятия доверительного интервала и доверительной вероятности. В реальных условиях действительное значение параметра $\boldsymbol{x}$ неизвестно и его заменяют статистической оценкой $\bar{\boldsymbol{x}}$. Доверительный интервал и доверительная вероятность дают представление о точности и надежности статистической оценки $\bar{\boldsymbol{x}}$, а также о том, с какой степенью уверенности можно ожидать, что ошибка, связанная с заменой $\boldsymbol{x}$ на $\bar{\boldsymbol{x}}$, не выйдет за заданные пределы.

Для заданной вероятности $\boldsymbol{p}_1$ по определенной совокупности значений измеряемой физической величины можно определить такое значение величины $\boldsymbol{x_H}$, что интервал от $\boldsymbol{x_H}$ до $+\infty$ накрывает действительное значение $\boldsymbol{x}$ с вероятностью $\boldsymbol{p}_1$:

$$\boldsymbol{Bep}\ \{\bar{\boldsymbol{x}} \geq \boldsymbol{x_H}\} = \boldsymbol{p}_1. \tag{4.4}$$

Значение $\boldsymbol{x_H}$ называют нижней доверительной границей для значения $\bar{\boldsymbol{x}}$ при односторонней доверительной вероятности $\boldsymbol{p}_1$.

Значение $\boldsymbol{x_B}$, являющееся верхней границей интервала от $-\infty$ до $\boldsymbol{x_B}$, который с вероятностью $\boldsymbol{p}_2$ накрывает значение $\bar{\boldsymbol{x}}$, называют верхней доверительной границей при односторонней доверительной вероятности $\boldsymbol{p}_2$:

$$\boldsymbol{Bep}\ \{\bar{\boldsymbol{x}} \leq \boldsymbol{x_B}\} = \boldsymbol{p}_2. \tag{4.5}$$

Нижняя $\boldsymbol{x_H}$ и верхняя $\boldsymbol{x_B}$ границы ограничивают доверительный интервал, который с доверительной вероятностью $\boldsymbol{p}$ накрывает неизвестное действительное значение измеряемой физической величины:

$$\boldsymbol{Bep}\ \{\boldsymbol{x_H} \leq \bar{\boldsymbol{x}} \leq \boldsymbol{x_B}\} = \boldsymbol{p}. \tag{4.6}$$

Если $\boldsymbol{p}_1 > 0{,}5$ и $\boldsymbol{p}_2 > 0{,}5$, то $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 - 1$.

Оценкой действительного значения случайной физической величины $\boldsymbol{x}$ является значение $\bar{\boldsymbol{x}}$, определяемое по формуле

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{\boldsymbol{n}} \sum_{\boldsymbol{i}=1}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{x_i}. \tag{4.7}$$

Наиболее часто в задачах по статистическим оценкам параметров распределений случайных величин рассматривают доверительные интервалы, симметричные относительно $\bar{\boldsymbol{x}}$, с двусторонней доверительной вероятностью $\boldsymbol{p}$. Если известна полуширина доверительного интервала, равная $\boldsymbol{\varepsilon}$, то нижняя $\boldsymbol{x_H}$ и верхняя $\boldsymbol{x_B}$ границы доверительного интервала определяют по соотношениям:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x_H} &= \bar{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\varepsilon}, \\ \boldsymbol{x_B} &= \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\varepsilon}. \end{aligned} \tag{4.8}$$

Значение $\boldsymbol{\varepsilon}$ для ряда измерений (отдельных значений ряда) определяют по формуле

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{t_p \sigma}, \tag{4.9}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – оценка средней квадратической погрешности ряда измерений,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\,, \tag{4.10}$$

где n – число наблюдений;

t_p – коэффициент, определяемый характером распределения результатов наблюдений для заданной вероятности p.

Для ограниченного числа измерений (как правило, менее 100) характер распределения часто может быть описан законом распределения Стьюдента. Тогда t_p – коэффициент распределения Стьюдента для числа измерений n и вероятности p. При решении большинства задач приходится определять доверительные интервалы результата измерений. В этом случае ε_B определяют по формуле

$$\varepsilon_B = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ . \tag{4.11}$$

Значения t_p и $\dfrac{t_P}{\sqrt{n}}$ приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Значения коэффициентов t_p распределения Стьюдента и величины $t_P/\sqrt{n}$ в зависимости от p и $k = n\text{-}1$

$k=n-1$	p					
	0,90		0,95		0,99	
	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$
1	6,31	4,48	12,71	9,00	63,70	45,00
2	2,92	1,69	4,30	2,50	9,92	5,70
3	2,35	1,18	3,18	1,59	5,84	2,90
4	2,13	0,95	2,78	1,24	4,60	2,10
5	2,02	0,82	2,57	1,05	4,03	1,60
6	1,94	0,73	2,45	0,93	3,71	1,40
7	1,90	0,67	2,36	0,84	3,50	1,24
8	1,86	0,62	2,31	0,77	3,36	1,12
9	1,83	0,58	2,26	0,72	3,25	1,03
10	1,81	0,55	2,23	0,67	3,17	0,96
11	1,80	0,52	2,20	0,65	3,11	0,90
12	1,78	0,49	2,18	0,60	3,06	0,85
13	1,77	0,47	2,16	0,58	3,01	0,80
14	1,76	0,45	2,14	0,55	2,98	0,77

Продолжение табл. 4.3

k=n-1	***p***					
	0,90		0,95		0,99	
	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$	t_p	$\frac{t_P}{\sqrt{n}}$
15	1,75	0,44	2,13	0,53	2,95	0,74
16	1,75	0,42	2,12	0,51	2,92	0,71
17	1,74	0,41	2,11	0,50	2,9	0,68
18	1,73	0,40	2,10	0,48	2,88	0,66
19	1,73	0,39	2,09	0,47	2,86	0,64
20	1,72	0,38	2,09	0,47	2,84	0,62
30	1,70	0,31	2,04	0,37	2,75	0,49
40	1,68	0,26	2,02	0,32	2,70	0,42
50	1,68	0,24	2,01	0,28	2,68	0,38
100	1,66	0,17	1,98	0,20	2,63	0,26
200	1,65	0,12	1,97	0,14	2,60	0,18
∞	1,645	0	1,96	0	2,58	0

В разделе 5 приведены задачи, связанные с оценкой погрешности при косвенных измерениях.

Косвенным измерением называют измерение, при котором искомое значение величины y находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами x_i, найденными путем прямых измерений:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_i, ...x_n).$$

Если величины x_i независимы, то зависимость погрешности δ_y от погрешностей исходных величин δ_{x_i} выражается формулой:

$$\Delta_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \delta_{x_i} \right)^2}. \qquad (4.12)$$

Выражение для погрешности сохраняет свой вид независимо от того, является ли δ_{x_i} средней квадратической или предельной погрешностью, только результат будет представлять соответственно среднюю квадратическую или предельную погрешность.

При решении задач на проверку согласия распределения, найденного опытным путем, с теоретическим распределением следует руководствоваться правилами, изложенными в [6]. В разделе 5 в качестве критериев согласия приняты критерии Колмогорова χ^2 и ω^2.

При использовании критерия Колмогорова в качестве меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями рассматривается максимальное значение модуля разности K между статистической функцией распределения $F_n(x)$ и соответствующей теоретической функцией распределения $F(x)$

$$K = \text{макс}\left|F_n(x) - F(x).\right| \qquad (4.13)$$

Значение $F_n(x)$ на границе какого-либо интервала определяется как сумма частот всех интервалов, лежащих левее этой границы. Значения $F(x)$ определяются из таблиц [4]. Максимальная разность K определяется путем либо построения графиков $F_n(x)$ и $F(x)$ [4, 6], либо составления таблиц. По найденному значению K вычисляют вспомогательную величину $\lambda = K\sqrt{n}$ и задаются доверительной вероятностью

$$p = Вер\left\{\lambda \le \lambda^*\right\}, \qquad (4.14)$$

при которой отклонение функции опытного распределения от теоретического будет меньше λ^*, установленной для доверительной вероятности p.

Вспомогательную величину λ^*, соответствующую этой доверительной вероятности, находят по методике, изложенной в [6].

При выполнении соотношения $\lambda \le \lambda^*$ гипотеза о согласии теоретического и опытного распределений принимается, в противном случае – отвергается.

При проверке согласия по критерию χ^2 вычисляется значение

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h} \frac{(n_i - np_i')^2}{np_i'}, \qquad (4.15)$$

где h – число интервалов;

n_i – число наблюдений в i-м интервале;

n_i – общее число наблюдений;

p_i' – теоретическая (т. е. в соответствии с выбранным теоретическим законом распределения) вероятность попадания в i–й интервал.

Затем следует задаться доверительной вероятностью

$$p = Bep\left\{\chi^2 \le (\chi^*)^2\right\},$$

при которой χ^2, полученное вследствие случайных отклонений частей опытного распределения от соответствующих вероятностей теоретического распределения, будет меньше значения $(\chi^*)^2$, установленного для доверительной вероятности $\boldsymbol{p}$. В зависимости от $\boldsymbol{p}$ и числа степеней свободы (равно числу интервалов минус число наложенных связей) определяют $(\chi^*)^2$ по методике, изложенной в [5]. При выполнении условия $\chi^2 \le (\chi^*)^2$ гипотеза о согласии найденного опытным путем и теоретического распределений принимается, в противном случае – отвергается.

Для упрощения решения в условиях задач раздела 5 приведены необходимые для решения значения $\boldsymbol{p}$ и $(\chi^*)^2$.

4.3 Формулировка задачи

Произведено $\boldsymbol{x}_i$ измерений термо-ЭДС термоэлектрическим преобразователем. Температура свободных концов термоэлектрического преобразователя равна 0 $^{\circ}$С. Результаты измерений не содержат систематических погрешностей.

Определить действительное значение термо-ЭДС и температуры, доверительные границы и доверительный интервал при доверительной вероятности $\boldsymbol{p}$. Исключить грубые погрешности из результатов измерений термо-ЭДС.

Варианты исходных данных к задаче приведены в табл. 4.4.

Номинальные статические характеристики термоэлектрических преобразователей приведены в приложении А.

Таблица 4.4 – Варианты исходных данных

x_i	№ варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4,10	5,55	9,67	14,75	16,43	21,22	24,29	18,31	19,08	16,07
2	4,26	4,49	10,06	14,60	16,17	20,93	25,13	17,97	13,67	15,40
3	4,41	4,37	9,51	14,92	16,32	19,63	23,95	16,74	17,61	16,07
4	4,47	5,31	10,24	15,61	15,08	19,87	25,52	17,89	15,82	15,02
5	4,45	4,63	9,39	15,11	15,12	21,03	23,69	22,23	16,73	15,94
6	4,13	5,27	11,33	15,31	15,12	21,19	27,85	21,89	17,03	15,70
7	3,65	5,33	8,09	15,44	15,67	20,54	20,91	21,52	17,61	16,02
8	4,23	5,26	10,61	14,99	14,95	19,68	26,31	17,88	18,53	18,14
9	3,92	5,07	11,53	15,17	13,73	19,77	28,27	19,17	19,81	15,91
10	3,57	4,97	10,76	15,10	17,02	20,20	26,63	23,21	17,03	15,44
11	5,06	5,16	10,82	15,26	16,63	21,30	26,76	20,05	17,02	17,24
12	3,38	5,12	9,32	14,71	16,11	22,94	23,54	19,34	16,26	17,67
13	3,15	4,91	8,90	14,58	15,19	20,10	22,64	19,09	17,16	14,24
14	4,19	4,77	10,32	16,83	15,28	20,85	25,70	20,79	17,51	17,55
15	3,29	5,15	11,03	14,83	15,30	20,84	27,21	20,99	17,76	14,60
16	3,79	5,08	10,82	14,23	16,22	22,84	26,75	19,84	16,44	14,32
17	4,44	4,53	9,47	15,46	15,68	22,22	23,85	20,17	17,55	15,38
18	3,72	5,40	10,36	14,76	17,04	16,56	25,76	20,84	17,43	15,79
19	3,55	5,36	10,35	14,28	14,90	20,99	25,74	18,46	16,17	16,77
20	3,57	5,52	9,44	14,38	16,30	19,34	23,80	19,73	17,85	15,75
p	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,90	0,95
НСХ	S(ПП)	S(ПП)	S(ПП)	K(ХА)	K(ХА)	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	K(ХА)	K(ХА)

Продолжение табл. 4.4

x_i	№ варианта									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	21,97	23,61	20,76	16,19	16,73	31,21	32,11	31,46	28,94	30,75
2	22,05	25,46	17,36	17,15	16,47	25,13	31,05	35,99	29,94	22,83
3	22,40	22,09	17,00	15,81	15,55	29,56	32,11	31,66	31,59	28,48
4	22,74	23,77	20,00	17,59	16,42	27,55	30,44	33,94	26,20	29,06
5	22,36	25,17	17,82	15,51	19,67	28,57	31,91	33,35	28,19	29,95
6	20,97	20,45	19,87	20,23	19,42	28,91	31,52	32,07	29,37	27,54
7	19,58	24,83	20,06	12,37	19,14	29,56	32,04	30,62	28,59	30,04
8	24,12	21,53	19,83	18,48	16,41	30,59	35,39	34,70	29,35	24,62
9	23,46	23,64	19,23	20,70	17,38	32,04	31,86	35,29	30,15	32,04
10	20,27	21,53	18,92	18,84	20,41	28,91	31,11	33,57	29,39	30,75
11	22,22	21,26	19,51	19,00	18,04	28,90	33,97	35,85	28,27	28,13
12	24,55	23,59	19,40	15,35	17,50	28,04	34,64	33,90	28,30	28,19
13	21,52	20,32	18,73	14,32	17,32	29,05	29,21	33,26	31,31	25,21
14	18,95	22,83	18,28	17,79	18,60	29,45	34,45	30,01	27,33	25,75
15	19,88	23,58	19,47	19,51	18,74	29,73	29,78	32,10	28,37	27,75
16	20,01	25,05	19,24	18,98	17,88	28,24	29,34	33,66	26,92	27,33
17	21,22	21,28	17,51	15,70	18,12	29,49	31,02	33,44	28,32	29,93
18	22,09	22,46	20,27	17,87	18,63	29,36	31,66	36,24	25,52	24,53
19	21,11	23,67	20,15	17,84	16,84	27,94	33,22	34,46	31,08	29,23
20	21,50	23,26	20,67	15,64	17,80	29,83	31,61	36,16	27,24	27,36
p	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,90	0,95	0,99	0,90
НСХ	K(ХА)	K(ХА)	K(ХА)	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	K(ХА)	K(ХА)	K(ХА)

Продолжение табл. 4.4

x_i	№ варианта									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	26,99	34,08	19,94	25,27	22,94	42,59	39,05	43,58	46,08	45,68
2	29,78	32,74	20,21	22,27	23,95	39,54	41,35	42,73	41,23	47,07
3	26,11	31,56	19,31	21,42	24,15	43,46	37,03	45,08	39,73	44,88
4	26,00	34,97	17,61	22,17	26,00	42,30	38,43	48,55	43,66	43,58
5	24,75	31,95	20,58	23,97	23,92	43,20	42,23	44,31	41,57	39,49
6	24,12	36,50	21,02	22,94	24,02	42,28	37,71	43,65	42,72	44,61
7	28,77	29,61	20,38	23,68	25,84	41,27	41,51	43,56	44,26	39,44
8	27,58	36,05	21,73	24,28	23,81	38,68	39,85	42,24	44,12	41,56
9	28,50	37,78	22,06	23,91	27,45	42,45	33,47	41,03	46,62	42,88
10	27,62	32,53	23,39	23,79	24,55	39,66	36,82	45,32	39,96	45,16
11	27,26	31,61	17,49	24,89	23,81	41,18	41,33	41,76	39,94	42,20
12	20,44	34,17	25,78	21,52	24,64	39,32	40,33	44,03	44,87	42,57
13	23,54	33,58	22,94	23,06	22,78	40,92	39,62	45,27	46,30	47,26
14	26,71	33,03	20,86	21,65	23,24	34,86	41,26	41,34	46,80	42,86
15	23,60	27,31	20,15	21,61	22,78	39,96	41,77	42,95	41,87	43,90
16	26,09	33,95	21,58	21,82	26,75	37,58	39,02	41,84	44,43	45,18
17	26,34	32,62	17,85	21,94	26,63	38,49	38,14	43,46	40,64	41,07
18	25,23	34,48	22,42	18,50	24,52	39,43	42,40	41,84	44,85	44,65
19	23,44	29,05	20,98	23,41	24,52	37,85	44,20	41,56	40,34	48,74
20	28,00	31,51	19,41	22,43	23,21	41,19	39,19	40,40	41,51	47,90
p	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95
НСХ	K(XA)	L(XK)	K(XA)	L(XK)	K(XA)	L(XK)	L(XK)	L(XK)	L(XK)	L(XK)

Продолжение табл. 4.4

x_i	№ варианта									
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	48,12	46,37	49,57	48,37	51,85	10,90	12,58	15,81	15,74	20,82
2	45,86	46,70	47,65	49,34	48,33	11,03	12,26	14,43	15,12	17,21
3	43,47	46,83	48,51	46,90	48,33	9,70	12,46	14,14	17,24	17,37
4	46,36	44,03	45,56	50,13	50,94	9,68	10,97	13,96	16,93	18,91
5	47,82	49,38	49,03	50,60	52,38	10,28	12,32	14,94	15,40	18,61
6	45,27	46,30	46,18	48.54	50,69	8,86	11,90	14,09	15,02	21,58
7	44,75	45,84	47,47	52,63	47,75	9,97	11,67	13,61	15,97	17,71
8	42,96	43,60	47,42	46,19	45,72	9,84	10,89	14,04	15,26	16,63
9	43,60	41,98	46,59	49,19	47,77	10,61	11,49	13,78	16,27	19,31
10	46,87	48,52	46,86	47,72	48,48	11,22	10,47	15,32	14,96	17,83
11	45,03	44,60	45,33	47,66	47,35	10,68	12,03	15,10	15,92	18,31
12	42,63	46,18	45,12	49,23	50,60	9,84	12,25	13,69	16,24	17,84
13	41,92	48,41	42,34	46,51	49,51	11,48	11,92	14,97	15,21	17,28
14	42,99	45,66	46,23	50,03	48,45	10,65	11,15	13,43	14,90	17,81
15	46,55	45,72	46,62	47,92	48,62	9,91	12,03	13,75	15,60	14,40
16	45,51	43,56	43,07	48,88	50,17	10,77	11,89	14,34	15,99	20,65
17	40,24	48,75	46,76	46,34	47,56	9,73	11,80	15,59	15,95	19,52
18	49,02	45,39	46,20	47,37	48,47	9,03	11,91	12,84	15,93	17,97
19	42,60	45,36	47,32	45,80	47,43	10,42	12,03	14,09	15,42	14,15
20	44,45	44,45	50,11	47,35	49,78	9,27	12,12	13,21	15,26	15,67
p	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95
НСХ	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	L(ХК)	S(ПП)	S(ПП)	S(ПП)	K(ХА)	K(ХА)