Лекция

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков
(линейные неоднородные уравнения)

Задание: изучить с составлением конспекта рекомендуемую литературу.

Литература

1. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный.– 10-е изд., испр.– Москва: Айрис-пресс, 2011.– 608 с.
2. Шипачев, В.С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2: учебник для вузов / В.С. Шипачев; под редакцией А.Н. Тихонова.– 4-е изд., испр. и доп.– Москва: Издательство Юрайт, 2020.– 305 с.

Объем изучения литературы

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Метод Лагранжа (вариации произвольных постоянных) отыскания частного решения. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида: метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения.

Литература: [1], глава X, § 51, с. 358-367; [2], часть III, глава XV, § 3 (3), с. 273-276, § 4 (2), с. 279-285, § 5 с. 285-290.

Видео-занятия состоятся 20 октября на 1 и 2 парах. Вход по ссылке: http://disrm4.zabgu.ru/b/d2e-uxz-hdc

При входе микрофон не подключать, только – наушники.

До видео-занятий настоятельно рекомендуется изучить литературу.

Практическое занятие

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ) высших порядков

1. Решить задания из задачника:

Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие для вузов / Г.Н. Берман.– 20-е изд.– Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.– 384 с.

Глава XIV, § 4,

найти общее решение методом вариации произвольных постоянных в №№ 4280 и 4281;

найти общее решение уравнений с правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов в №№ 4268, 4270, 4272 , 4275 (5,7), 4276 (1);

найти частное решение уравнений с правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов в №№ 4286, 4287.

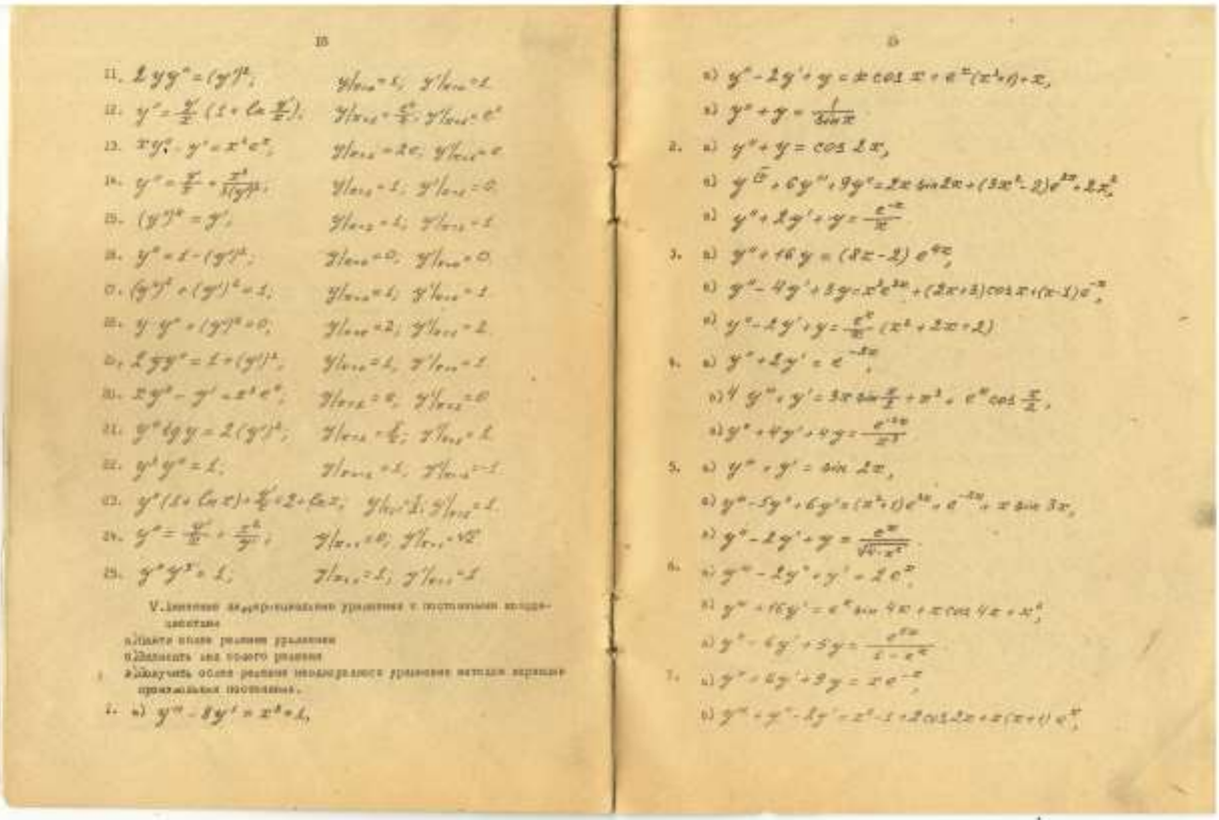
2. Выполнить и разместить в личном кабинете студента типовое задание.

Типовое задание «Линейные ДУ высших порядков»

В пункте а) нужно сначала найти общее решение соответствующего однородного уравнения, затем, воспользовавшись специальным видом правой части, найти вид частного решения с неопределенными коэффициентами исходного неоднородного уравнения, потом найти значения неопределенных коэффициентов, затем, воспользовавшись структурой общего решения линейного неоднородного уравнения, найти ответ.

В пункте б) последовательность решения такая же, как и в а), но <u>значения неопределенных коэффициентов находить не нужно.</u> При отыскании вида частного решения следует левую часть уравнения поочередно приравнять каждому слагаемому правой части уравнения, найти вид частного решения каждого полученного уравнения, затем суммировать найденные частные решения.

В пункте в) общее решение уравнения требуется найти методом Лагранжа (вариации произвольных постоянных).



в) $y''+y=\frac{1}{\cos x}$

8. а) $y'''+6y''+9y'=\cos 3x$,

б) $4y''-6y'+5y=x^2e^{\frac{3}{4}x}+2\cos\frac{\sqrt{11}}{4}x+e^{\frac{3}{4}x}\sin\frac{x}{4}$,

в) $y''-2y'=\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{x}}}$

9. а) $y'''+2y''+y'=x^2-x+1$,

б) $y''+4y=x^2e^{2x}+2\sin 2x+e^{x}\cos 2x$,

в) $y''+y=\operatorname{ctg} x$.

10. а) $y'''+y''=x^2$;

б) $y''+16y=x^2e^{4x}+5x\sin 4x+e^{x}\cos 4x$,

в) $y''-3y'+2y=\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$

11. а) $y'''+16y'=xe^{-x}$;

б) $y''-2y'+y=x\cos x+e^{x}(x^2+1)+x$,

в) $y''-y'=e^{2x}\cos e^{x}$

12. а) $y''-4y'=x^2+1$

13. а) $y''-3y'=2e^{3x}$;

б) $y^{IV}+16y''=x^2+2x\sin 4x+e^{x}\sin 4x$,

в) $y''-4y'+3y=\frac{e^{4x}}{\sqrt[3]{e^{x}+1}}$

VI. Решить систему дифференциальных уравнений:

1. $\begin{cases} x'_t=-3x+2y, \\ y'_t=x+3y \end{cases}$ 2. $\begin{cases} y'_x+3y+z=0, \\ z'_x-y-3z=0 \end{cases}$

14. а) $y''-8y=xe^{2x}$;

б) $y''-5y'+6y=x^2e^{3x}+x(\cos 3x+1)$,

в) $y''+4y=\frac{1}{\cos 2x}$.

15. а) $y''+4y'+4y=e^{-2x}$;

б) $y''+y'=(x-2)\sin x+x^2-1+x^2e^{x}$;

в) $y''+3y'+2y=\frac{1}{e^{x}+1}$

16. а) $y''+9y=xe^{3x}$;

б) $y'''-5y''+4y'=xe^{x}+x^2+2\sin 4x$,

в) $y''+2y'+y=3e^{-x}\sqrt{x+1}$

17. а) $y''-3y'+2y=x^2-1$,

б) $y'''-8y=x^2e^{-2x}+2x\sin 2x+e^{-x}\cos\sqrt{3}x$,

в) $y''-2y'+y=\frac{e^{x}}{x^2+1}$

18. а) $y''-4y'+5y=\cos 2x$,

$y'_t=3x+2y$ $y_t=\ldots$

17. $\begin{cases} x'_t=2x+y, \\ y'_t=2x-4y \end{cases}$ 18. $\begin{cases} x'_t=2x+y, \\ y'_t=-3x-y \end{cases}$

19. $\begin{cases} x'_t=2x-y, \\ y'_t=x+2y \end{cases}$ 20. $\begin{cases} x'_t=-x-y, \\ y'_t=2x-3y \end{cases}$