

## **Линейные дифференциальные уравнения высших порядков (линейные неоднородные уравнения)**

**Видео-занятия, лекция и практическое занятие**, состоятся 09 ноября на 2 и 4 парах. Вход по ссылке:

<http://disrm4.zabgu.ru/b/d2e-uxz-hdc>

При входе микрофон не подключать, только – наушники.

До видео-занятий настоятельно рекомендуется изучить литературу, выданную на период 01.11-07.11 по электронной почте.

Выполнить и разместить в личном кабинете студента типовое задание.

### **Типовое задание «Линейные ДУ высших порядков»**

В пункте а) нужно сначала найти общее решение соответствующего однородного уравнения, затем, воспользовавшись специальным видом правой части, найти вид частного решения с неопределенными коэффициентами исходного неоднородного уравнения, потом найти значения неопределенных коэффициентов, затем, воспользовавшись структурой общего решения линейного неоднородного уравнения, найти ответ.

В пункте б) последовательность решения такая же, как и в а), но значения неопределенных коэффициентов находить не нужно. При отыскании вида частного решения следует левую часть уравнения поочередно приравнять каждому слагаемому правой части уравнения, найти вид частного решения каждого полученного уравнения, затем суммировать найденные частные решения.

В пункте в) общее решение уравнения требуется найти методом Лагранжа (вариации произвольных постоянных).

11.  $2yy' = (y')^2$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
12.  $y' = \frac{x}{2} (1 + \ln \frac{x}{2})$ ,  $y'_{\text{hom}} = \frac{x}{2}$ ,  $y'_{\text{part}} = e^x$
13.  $xy' - y' = x^2 e^x$ ,  $y'_{\text{hom}} = 2x$ ,  $y'_{\text{part}} = e^x$
14.  $y' = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4y^2}$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 0$
15.  $(y')^2 = x$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
16.  $y' = 1 - (y')^2$ ,  $y'_{\text{hom}} = 0$ ,  $y'_{\text{part}} = 0$
17.  $(y')^2 + (y')^2 = 1$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
18.  $y'y' = (y')^2 = 0$ ,  $y'_{\text{hom}} = 2$ ,  $y'_{\text{part}} = 2$
19.  $2yy' = 1 + (y')^2$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
20.  $2y' - y' = x^2 e^x$ ,  $y'_{\text{hom}} = 0$ ,  $y'_{\text{part}} = 0$
21.  $y' + yy' = 2(y')^2$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
22.  $y^2 y' = 1$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
23.  $y'(1 + \ln x) + \frac{y}{2} = 2 + \ln x$ ,  $y'_{\text{hom}} = \frac{1}{2}$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
24.  $y' = \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2}$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$
25.  $y^2 y' = 1$ ,  $y'_{\text{hom}} = 1$ ,  $y'_{\text{part}} = 1$

V. Решите систему дифференциальных уравнений с помощью метода

а) Найти общее решение системы

б) Найти частное решение системы

в) Найти общее решение системы дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.

1. а)  $y'' - 2y' = x^2 + 1$

- а)  $y'' - 2y' + y = x \cos x + e^x(x^2 + 1) - x$
- б)  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$
2. а)  $y'' + y = \cos 2x$
- б)  $y'' + 6y' + 9y = 2x \sin 2x + (2x^2 - 2)e^{2x} + 2x^2$
- в)  $y'' + 2y' + y = \frac{x^2}{2}$
3. а)  $y'' + 6y = (2x - 2)e^{2x}$
- б)  $y'' - 4y' + 3y = x^2 e^{2x} + (2x + 3) \cos x + (x - 1)e^x$
- в)  $y'' - 2y' + y = \frac{x^2}{2}(x^2 + 2x + 1)$
4. а)  $y'' + 2y' = e^{-2x}$
- б)  $y'' + y' = 3x \sin \frac{x}{2} + x^2 + e^x \cos \frac{x}{2}$
- в)  $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+x^2}}$
5. а)  $y'' + y' = \sin 2x$
- б)  $y'' - 5y' + 6y = x^2 e^{2x} + e^{-2x} + x \sin 3x$
- в)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+x^2}}$
6. а)  $y'' - 2y' + y' = 2e^x$
- б)  $y'' + 6y' = e^x \sin 4x + x \cos 4x + x^2$
- в)  $y'' - 6y' + 5y = \frac{e^{2x}}{1-x^2}$
7. а)  $y'' + 6y' + 9y = x e^{-x}$
- б)  $y'' + y' - 2y' - x^2 - 1 = 2 \cos 2x + x(x+1)e^x$

- а)  $y'' + y' = \frac{1}{\cos x}$
- б)  $y'' + 6y' + 9y = \cos 3x$
- в)  $8y'' - 6y' + 5y = x^2 e^{2x} + 2 \cos \frac{4}{3}x + e^{2x} \sin \frac{x}{2}$
- д)  $y'' - 2y' = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$
8. а)  $y'' + 2y' + y = x^2 - x + 1$
- б)  $y'' + 4y = x^2 e^{2x} + 2 \sin 2x + e^x \cos 2x$
- в)  $y'' + y = \cos 3x$
9. а)  $y'' + y' = x^2$
- б)  $y'' + 6y = x^2 e^{2x} + 5x \sin 2x + e^x \cos 4x$
- в)  $y'' - 3y' + 3y = \frac{e^{2x}}{1+x^2}$
11. а)  $y'' + 6y' = x e^x$
- б)  $y'' - 2y' + y = x \cos x + e^x(x^2 + 1) - x$
- в)  $y'' - y' = e^{2x} \cos e^x$
2. а)  $y'' - 6y' = x^2 + 1$
- б) а)  $y'' - 3y' = 2e^{2x}$
- б)  $y'' + 6y' = x^2 + 2x \sin 4x + e^x \sin 4x$
- в)  $y'' - 4y' + 3y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+x^2}}$

VI. Решите систему дифференциальных уравнений:

1.  $\begin{cases} x_1' = -2x_1 + 2y_1 \\ y_1' = x_1 + 3y_1 \end{cases}$       2.  $\begin{cases} y_2' + 3y_2 = 0 \\ x_2' - y_2 - 3x_2 = 0 \end{cases}$

10. а)  $y'' - 8y = x e^{2x}$
- б)  $y'' - 5y' + 6y = x^2 e^{2x} + x(\cos 3x + 1)$
- в)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 3x}$
11. а)  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$
- б)  $y'' + y' = (x - 2) \sin x + x^2 - 1 + x^2 e^x$
- в)  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}$
12. а)  $y'' + 3y = x e^{2x}$
- б)  $y'' - 5y' + 6y = x^2 + 2 \sin 2x$
- в)  $y'' + 2y' + y = 2e^{-2x} \sqrt{1+x^2}$
13. а)  $y'' - 3y' + 3y = x^2 - 1$
- б)  $y'' - 8y = x^2 e^{2x} + 2 \sin 3x + e^{-2x} \cos 4x$
- в)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+x^2}}$
14. а)  $y'' - 4y' + 3y = \cos 2x$
- б)  $\begin{cases} y_1' = 3x + 2y_1 \\ x_1' = 2x + y_1 \end{cases}$
- в)  $\begin{cases} y_1' = 2x + y_1 \\ x_1' = -3x - y_1 \end{cases}$
15. а)  $\begin{cases} x_1' = 2x - y_1 \\ y_1' = x + 2y_1 \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x_1' = -x - y_1 \\ y_1' = 2x - 3y_1 \end{cases}$