Практическое занятие

Техника дифференцирования. Логарифмическое дифференцирование

1. Выполнить в соответствии с индивидуальным номером варианта типовые задания. Решение и ответы разместить в личном кабинете студента.

Типовое задание № 1 «Техника дифференцирования»

Найти производную от функции (ответ можно не упрощать):

Вариант №1

1. $y=\left(x^{2}+1\right)^{10}$;
2. $y=\sqrt{e^{x^{2}}}$;
3. $y=\dfrac{1}{(x^{2}-1)^{4}}$;
4. $y=10^{\ln\sqrt{x}}$;
5. $y=\sin^{2}\dfrac{1}{x}$;
6. $y=arctg\sqrt{x}$;
7. $y=e^{x^{2}}\cdot\arcsin^{2}\dfrac{1}{\sqrt{x}}$;
8. $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}$;
9. $y=\arcsin\ln\sin\dfrac{1}{x^{2}}$;
10. $y=\cos^{2}\ln^{2}(x^{3}+1)$;

Вариант №2

1. $y=\left(x^{3}-4\right)^{15}$;
2. $y=e^{\sqrt{x^{2}+1}}$;
3. $y=\dfrac{2}{\left(x^{4}+1\right)^{6}}$;
4. $y=2^{\cos x}$;
5. $y=\sin^{2}3x$;
6. $y=\arccos\sqrt[3]{\ln(x^{2}+1)}$;
7. $y=\ln x\cdot 2^{\frac{1}{x}}$;
8. $y=\ln\sin\left(x^{2}+1\right)$;
9. $y=tg\ln^{3}\cos\sqrt{x}$;
10. $y=\sin^{4}\ln arctgx^{3}$;

Вариант №3

1. $y=\left(4x^{7}+5x^{3}-7x\right)^{11}$;

Вариант №4

1. $y=\left(x^{3}+5x+3\right)^{15}$

2. $y=\ln tgx$;

3. $y=\sqrt[3]{\arcsin\frac{1}{x}}$;

4. $y=2^{tg\sqrt{x}}$;

5. $y=x\cdot\arcsin\ln x$;

6. $y=\cos\sqrt[5]{3x-5}$

7. $y=x\cdot\sin^2\sqrt{x}$;

8. $y=\ln\ln\left(x^2+1\right)$

9. $y=\ln tg^2\arcsin x$;

10. $y=\frac{x}{\ln^2 x}$;

2. $y=\sqrt[3]{\arcsin^2\frac{1}{x}}$;

3. $y=\sqrt[5]{1+x^3}$;

4. $y=5^{\frac{1+x^3}{x^2+1}}$;

5. $y=\ln\frac{1}{tg\sqrt{x}}$;

6. $y=tg^3\sqrt{x}$;

7. $y=\ln\frac{1}{x}\cdot arctg\ x^4$;

8. $y=\ln arctg\ x^4$;

9. $y=\sqrt{\ln\sin\sqrt{x}}$;

10. $y=arctg^3\ln\sin x^4$;

Вариант №5

1. $y=\left(3x^5+7x^3-7x\right)^{10}$;

2. $y=\sqrt[3]{tg\frac{1}{x}}$;

3. $y=\frac{1}{\ln tg^2 x}$;

4. $y=\text{ctg}\ 2^{\frac{1}{x}}$;

5. $y=\ln^3\sqrt{\cos\ln\sqrt{x}}$;

6. $y=arctg\sqrt{\ln^2 x-1}$;

7. $y=x^2\cdot\ln^3\frac{1}{x}$;

8. $y=\ln\sin tg^2\frac{x}{2}$;

9. $y=\arcsin\ln\sin\frac{1}{x^2}$;

Вариант №6

1. $y=\left(5x^3+15x^2+3\right)^{14}$

2. $y=\sqrt{\sin^3\ln x}$

3. $y=\frac{\ln\ln x}{\sqrt{x}}$;

4. $y=\sin 3^{\sqrt{x}}$;

5. $y=\cos^3\ln x$;

6. $y=\ln^2 10^{\sqrt{x}}$;

7. $y=x^3 arctg\sqrt{x}$;

8. $y=2^{\sin^2\sqrt{x}}+tg4^x$;

9. $y=\ln\cos arctge^x$;

10. $y = arctg \ln 5^{\sqrt{x}}$;

10. $y = \cos^2 \ln arctg \frac{1}{x}$;

Вариант №7

1. $y = (5x^4 + 3x^2 - 7x)^{20}$;
2. $y = \sqrt{\cos \ln^3 \ln x}$;
3. $y = \ln^3 \frac{1-x^2}{1+x^2}$;
4. $y = e^{\sin^3 \ln(1+e^x)}$;
5. $y = \arcsin \frac{1}{x}$;
6. $y = tg^3 \sqrt{x}$;
7. $y = \ln x \cdot 2^{\frac{1}{x}}$;
8. $y = 2^{\ln arctg^3 x}$;
9. $y = \sqrt[3]{\ln \cos^5 x^6}$;
10. $y = \sin \ln(1 + x^2)$;

Вариант №8

1. $y = (15x^3 + 3x^2 - 5)^{15}$
2. $y = \sqrt[7]{2 - x^3}$;
3. $y = \frac{\sin^2 2^x}{2^{x^2}}$;
4. $y = arctg\ e^{x^2}$;
5. $y = \cos^2 \ln(x^2 + 1)$;
6. $y = arctg \ln x$;
7. $y = e^{arctg\sqrt{\ln(2x+3)}}$;
8. $y = e^{\arcsin\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}$;
9. $y = \sin e^{\cos\frac{1}{x}}$;
10. $y = \sin e^{tg^2 x}$;

Вариант №9

1. $y = (10x^3 - 7x^2 + 3)^{12}$;
2. $y = \sin 3^{\sqrt{x}}$;
3. $y = \frac{\sin\frac{1}{x}}{(x^2+1)^2}$;
4. $y = e^{arctg \ln(x^3+1)}$;
5. $y = arctg^4 \frac{1}{x}$;
6. $y = \ln \sqrt{\sin^3 x}$;

Вариант №10

1. $y = (5x^4 - 2x^2 + 5)^{17}$
2. $y = \sqrt[5]{3x^3 - 2x}$
3. $y = \frac{\sin^2 2^x}{2^{x^2}}$;
4. $y = arctg\ e^{x^2}$;
5. $y = tg^2 \frac{1}{\ln x}$;
6. $y = \ln arctg\ x^4$;

7. $y = tg^2 \frac{1}{x^2} \cdot 2^{x^2-1}$;

8. $y = \ln^2 arctgx^6$;

9. $y = \sqrt{\ln\ln x} - \ln^3 x$;

10. $y = \ln(\ln^3 \sqrt{x})$;

7. $y = e^{arctg\sqrt{\ln(2x+3)}}$;

8. $y = e^{\arcsin\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}$;

9. $y = \ln^2 \cos e^{\sin x^3}$.

10. $y = \ln\sin\sqrt[3]{arctge^{3x}}$;

Вариант №11

1. $y = \left(x^2 + 1\right)^{10}$;

2. $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$;

3. $y = \sqrt[3]{\arcsin\frac{1}{x}}$;

4. $y = 5^{\frac{1+x^3}{x^2+1}}$;

5. $y = \ln^3 \sqrt{\cos\ln\sqrt{x}}$;

6. $y = \ln^2 10^{\sqrt{x}}$;

7. $y = \ln x \cdot 2^{\frac{1}{x}}$;

8. $y = e^{\arcsin\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}$;

9. $y = \sqrt{\ln\ln x} - \ln^3 x$;

Типовое задание № 2 «Техника дифференцирования»

Найти производную от функции (ответ можно не упрощать):

1. $tg2x + 4\lg(x+1);$

$\sin 8x \cdot \lg(1-x) + x^x;$

$\arccos\frac{1}{x^2} + 4\sqrt{7x+3};$

$arctg e^{-x} - 3\lg\frac{1}{3}4;$

$\frac{x^2+3}{x - chx}.$

2. $7\cos 5x - 2^{x+3};$

$\sin 4x \cdot e^{3x} + (\cos 4x)^x;$

$arctg\frac{1}{x} - 2\sqrt{5x+4};$

$\arcsin 2^{-x} + ctg\frac{\pi}{15}4$

$\frac{2-x}{x^2 + \ln x}.$

3. $3tg7x + \arcsin(2-3x);$

$(sh2x) \cdot \sqrt[4]{x} + 2(\sin x)^x;$

$arctg\frac{1}{x^3} - 9\sqrt[4]{6-x};$

$\ln(4x+6) + 3^{-x} + e^{-2};$

$\frac{4+x^3}{\cos 2x - x}.$

4. $2ctg6x - cth(5+2x);$

$2^{4x} \cdot \cos 4x + \left(\lg\frac{x}{2}\right)^x;$

$\log_3\frac{1}{x^2} + \sqrt[7]{5-4x};$

$\arcsin(x+1) - 7 \cdot 10^{-x} - tg3;$

$\frac{\sin 5x - 5}{x^2 - 3x}.$

5. $8ch3x + \arcsin(7x+4);$

$arctg\frac{1}{x^4} - \sqrt[4]{2x+1};$

$\sqrt[3]{5-4x} - ctg2x + \left(\cos\frac{x}{2}\right)^x;$

$4tg18x - \frac{1}{e^x} + 4^{\frac{\pi}{3}};$

$\frac{\sin 8x - x^2}{x^2 - x}.$

6. $e^{-4x} - 2\ln(10x-2);$

$arctg\frac{1}{x^5} - \sqrt[3]{9x-2};$

$(\sin 8x) \cdot \sqrt[9]{x} + (\lg x)^x;$

$2^{\arcsin(-x)} + 5ctg4;$

$\frac{\cos x - x^2}{x^3 + 3}.$

7. $e^{3x+2}+3\log_5(8-2x);$

$ch5x\cdot e^{x+2}+(tg8x)^x;$

$\arccos\frac{1}{x^7}+\sqrt{2x-3};$

$\sin e^{-2x}+ctg10;$

$\frac{x^2+x-1}{\lg x-x}.$

8. $5^{\sqrt{x}}-8\sqrt[3]{x^2-2x-7};$

$\sin 5x\cdot\arcsin 5x+(ctgx)^x;$

$\arccos\sqrt{x}+\arccos\sqrt[4]{x};$

$e^{-x+4}+tg8;$

$\frac{x^5+4x^3-e}{\ln x-x}.$

9. $5\arcsin(10x+3)-4^{10x};$

$\lg 2x\cdot arctgx+\left(\sin\frac{x}{2}\right)^x;$

$\log_7\frac{1}{x^5}+2tg4x;$

$\sin\sqrt{1-x^2}+ctg\frac{\pi}{9};$

$\frac{\cos x-2x}{x-x^2}.$

10. $2\cos 3x+\arcsin(2x-3);$

$\log_3 4x\cdot\sqrt{7-x}+x^{ctgx};$

$arctg\sqrt{2x+6}-9e^{-\frac{1}{x}};$

$\arcsin 2^{-x}+\sin\frac{3\pi}{2};$

$\frac{x^3+x}{2x^3-\sin x}.$

11. $3arctg10x-8\sin(\frac{x}{2}+2);$

$\sin 11x\cdot tg5x+(\cos 5x)^x;$

$\frac{1}{\sqrt{(3-x)^3}}-4^{-x^2};$

$ctg\arcsin 2x-4^{2\pi};$

$\frac{\ln 2x-3x}{(x+4)^2}.$

12. $3\arccos\frac{x}{4}+\log_4(1-x);$

$\frac{1}{2}\cos(1-x)\cdot e^{-2x}+(ctgx)^x;$

$\arccos\sqrt[3]{x+1}+\ln\frac{1}{x^2};$

$tg\ln x-5\lg 3;$

$\frac{(9x+7)^2+1}{x-chx}.$

2. Найти производную от функции, применив метод логарифмического дифференцирования (для дифференцирования степенно-показательной функции можно применить готовую формулу). Решение и ответы разместить в личном кабинете студента.

1. $y = x^{\frac{1}{x}}$

2. $y = (\cos x)^{2x}$

3. $y = \dfrac{(2x^3 - 3)^2 \cdot \sqrt[7]{(3-x)^3}}{(3x+5)^4}$

4. $y = \dfrac{(2x+3)^3 \cdot \sqrt[4]{(3-x^2)^3}}{(5x-1)^2}$