Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Забайкальский государственный университет»

В.Д. Крылова
С.В. Буслаева

Геометрическое моделирование: «Метрические задачи»

Учебное пособие
для студентов направления подготовки и специальностей
высшего образования в области «Инженерное дело, технологии
и технические науки»

Чита
Забайкальский государственный университет
2018

УДК 514.18(075)
ББК 22.151я7
К 85

Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом
Забайкальского государственного университета

Рецензенты

Б.П. Лесков, профессор, к.ф.-м.н. кафедры информатики и математики
Читинского института (филиала) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
"Байкальский государственный университет"
В.В. Капшунов, доцент кафедры научно-инженерных дисциплин,
Забайкальский институт железнодорожного транспорта, г. Чита

Крылова, Вера Дмитриевна
К 85 Геометрическое моделирование: «Метрические задачи»: учеб. пособие / В.Д. Крылова, С.В. Буслаева; Забайкал. гос. ун-т. – Чита: ЗабГУ, 2018. – 138 с.

ISBN 978-5-9293-2154-2

Учебное пособие составлено в соответствии с методикой преподавания преподавателями кафедры по модульно-рейтинговой системе обучения и отражает обязательный минимум компетенций по ФГОСу ВПО.

Учебное пособие содержит теоретический материал, вопросы входного контроля, примеры решения задач, варианты заданий для практических занятий. Учебное пособие можно использовать для подготовки к защите модуля, для самостоятельной работы студентов.

Учебное пособие предназначено для студентов направления подготовки и специальностей высшего образования в области «Инженерное дело, технологии и технические науки»: 13.03.01, 13.03.02, 23.03.03, 23.03.01, 21.05.04, 23.05.01, – а также может быть использовано преподавателями начертательной геометрии и инженерной графики.

УДК 514.18(075)
ББК 22.15я7

ISBN 978-5-9293-2154-2

Оглавление

Предисловие

В Забайкальском государственном университете в течение многих лет совершенствуется методика преподавания начертательной геометрии и инженерной графики на основе модульно-рейтинговой системы обучения. В данном учебном пособии рассмотрен третий модуль – «Геометрическое моделирование: метрические задачи», который является заключительным. По двум первым модулям пособия переработаны и изданы. Учебное издание отражает обязательный минимум компетенций по ФГОС ВПО.

Теоретическим материалом для учебного пособия послужили лекции автора – доцента В. Д. Крыловой. Работа состоит из четырёх глав. Первые две главы содержат теоретический материал, вопросы входного контроля по теме, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения на практических или лабораторных занятиях и дома. Третья глава посвящена выполнению РГР «Метрические задачи», в четвёртой главе показана защита модуля. Авторы стремились помочь студентам, изучающим модуль, в их самостоятельной работе. Основное внимание уделено 2D моделированию. Для лучшего понимания сущности задачи в некоторых случаях даны 3D модели.

На основании многолетнего наблюдения занятий студентов авторы настоятельно рекомендуют следующий порядок работы:

1. Изучить тему модуля по данному учебному пособию и рекомендуемой литературе.
2. Ответить на вопросы входного контроля.
3. Решить типовые задачи из предложенных примеров.
4. Определить схему решения задачи (алгоритм), т.е. установить последовательность выполнения операций.
5. При решении задач рекомендуется прибегать к моделированию геометрических образов и их сочетаний.

Графическое решение задач в тетрадях следует вычерчивать при помощи чертежных инструментов. Все надписи должны быть выполнены стандартным шрифтом по ГОСТ 2.304 – 81. При оформлении задач использовать цветные карандаши или стержни: исходные данные чертить чёрным цветом, вспомогательные решения – синим или зелёным, результат решения – красным. РГР выполняется в электронном виде.

Текущий и рубежный контроль по всем модулям в семестре оценивается накопительным рейтингом по 100 – балльной оценке. Используя пособие, преподаватель предъявляет единые требования при ведении занятий и оценке знаний студентов. Представляет большой интерес защита модуля по уровням. Объективность оценки здесь очевидна. Такой подход к контролю знаний студентов воспитывает у них самооценку обучения.

По модулю студент должен знать:

1. Какие задачи называются метрическими?
2. Способ прямоугольного треугольника для определения натуральной величины отрезка.
3. Теорема о проецировании прямого угла.
4. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Правило проведения перпендикуляра к плоскости.
5. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
6. Определение расстояний между геометрическими образами.
7. Понятия о множествах.
8. Способ замены плоскостей проекций.
9. Четыре основные задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций.

Введение

«Иногда линия – это просто линия.
Но в тоже время линия
может представлять
и ребро пирамиды, и границу пашни,
и путь вороны в небе.
Знание об одном переносимо на другое».
Леонард Млодинов,
физик, математик

Задачи на выявление натуральных параметров геометрических образов (метрические задачи) входят в число задач начертательной геометрии. Формирование геометрической модели объекта, в виде электронной модели или плоских графических изображений – чертежей, является основой проектирования. Создание и исследование геометрической модели, то есть процесс геометрического моделирования, может проходить в разных формах. Различают двухмерную и трехмерную технологии геометрического моделирования, которые называют соответственно 2D и 3D технологиями (D – dimension, размерность).

В рамках 2D технологии геометрическое моделирование ведется путем построения и анализа плоских отображений разрабатываемого объекта – его проекций. Теоретическую основу 2D технологии составляет начертательная геометрия. Можно использовать как ручные, так и компьютерные варианты 2D технологии, в которых компьютер применяется как электронный кульман. Однако сущность метода при этом не меняется: образ фиксируется посредством проекций.

По 3D технологии геометрические задачи решаются непосредственно на моделях пространственных объектов, а не по их проекциям. Этот естественный для человека вариант моделирования стал реально возможным благодаря компьютерной графике, позволяющей достаточно просто строить трехмерные модели и наглядно отображать их на экране. Исчезла необходимость промежуточных отображений разрабатываемого объекта на плоскость чертежа. Кроме того, при 3D технологии компьютер “берет на себя” выполнение многих операций геометрического моделирования: строит линии пересечения, разрезы и сечения, любые проекции и многое другое. Тем самым осуществляется интеллектуальная разгрузка инженера.

Учебное пособие содержит задачи с различными уровнями сложности, что позволяет учесть индивидуальную подготовленность студентов. Предлагаются задачи с обновленным алгоритмом решения, благодаря применению новых инструментальных средств. Данный модуль студенты изучают на протяжении 3 – 4 практических или лабораторных занятий. На последнем занятии защищают модуль.

Глава 1. Практическое (лабораторное) занятие 1. Метрические задачи. Определение расстояний между геометрическими образами

1.1. Метрические задачи

Метрическими называют задачи, в которых определяются значения геометрических величин – расстояний между геометрическими образами, углов, натуральных величин сечений и т.д.

Для того чтобы иметь возможность по метрически искаженным проекциям судить о размерах и форме оригинала, необходимо знать способы решения задач по определению неискаженных линейных и угловых величин.

Все многообразие метрических задач, в конечном счете, сводится *к двум видам*: задачам на определение расстояния между двумя точками; задачам на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми.

К метрическим относятся также задачи на построение отрезка и угла с наперед заданным значением соответственно линейной и градусной (радианной) величины.

Несмотря на то, что чисто метрические задачи встречаются редко, целесообразно выделить их в самостоятельную группу, включив в нее и те задачи, в которых на промежуточных этапах решения приходится выяснять позиционные отношения между геометрическими фигурами.

Решение многих метрических задач основано на перпендикулярности прямых и плоскостей и свойствах ортогонального проецирования прямого угла, которые рассмотрены в модуле «Позиционные задачи».

1.2. Определение расстояний между геометрическими образами

Определение расстояний:

1. Между точками.
2. От точки до прямой линии.
3. Между параллельными прямыми.
4. От точки до плоскости.
5. От прямой до плоскости.
6. Между плоскостями.
7. Между скрещивающимися прямыми.

Рассмотрим некоторые задачи без способов преобразования комплексного чертежа.

1.2.1. Способ прямоугольного треугольника для определения натуральной величины отрезка общего положения (расстояние между двумя точками)

Отрезки линий уровня – фронтали, горизонтали, профильные прямые проецируются в натуральную величину соответственно на фронтальную, горизонтальную и профильную плоскости проекций. Отрезки общего положения проецируются с искажением.

Длину отрезка общего положения можно определить *способом прямоугольного треугольника*, в котором она равна гипотенузе АВ, одним катетом треугольника является проекция отрезка на одну из плоскостей проекций А1= A_1B_1, а другим – разность расстояний концов отрезка от этой же плоскости Z_B - $Z_{A,}$ угол α° – угол наклона прямой АВ к плоскости $П_1$ (см. рис. 1). Следовательно, если отрезок задан на эпюре своими проекциями, то всегда можно определить длину этого отрезка и углы наклона его к плоскостям проекций (см. рис 2).

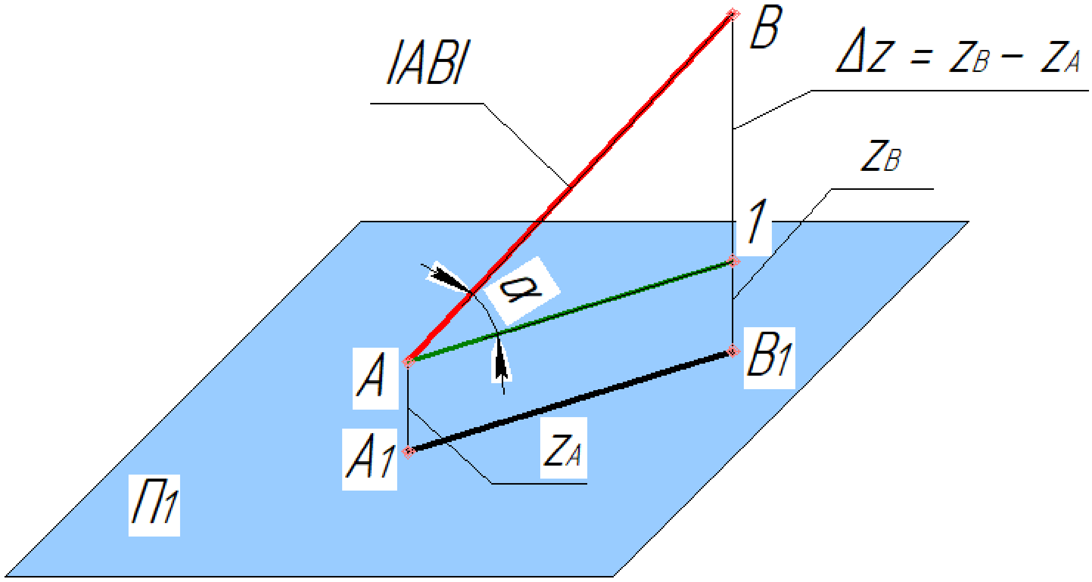
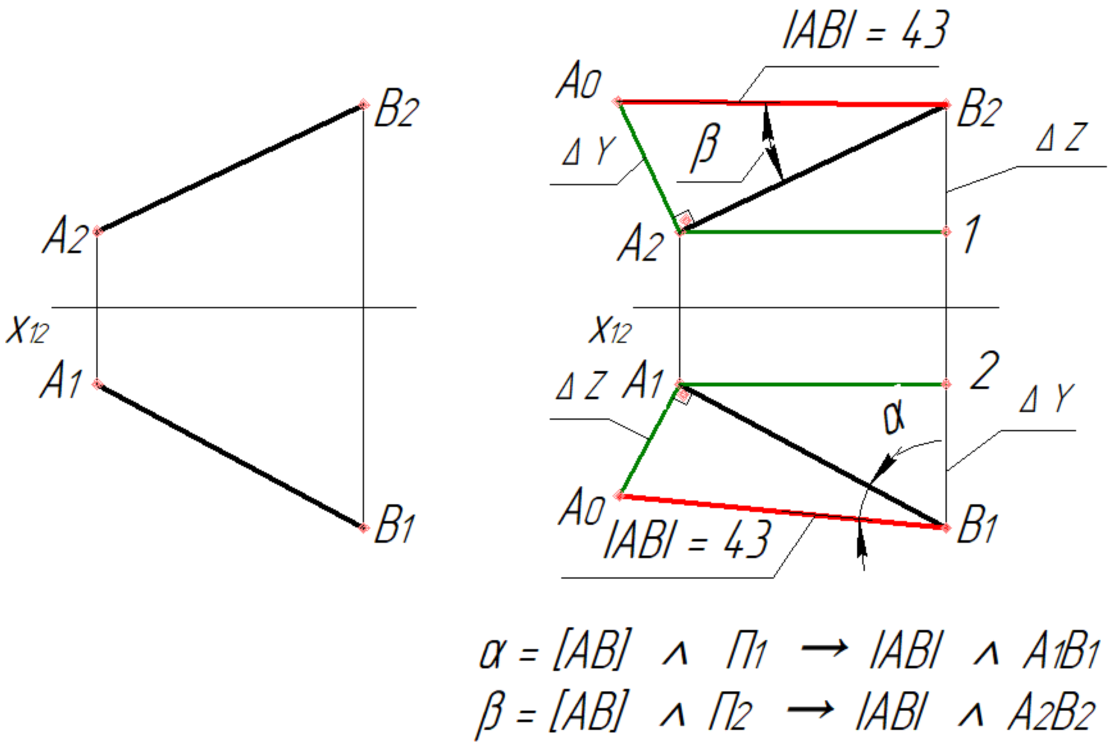


Рис.1. Способ прямоугольного треугольника

Для определения углов наклона α° и β° построены вспомогательные прямоугольные треугольники на плоскостях проекций $П_1$ и $П_2$.

На рис. 2б показано решение задачи. На плоскости $П_1$ строят прямоугольный треугольник $B_1A_1A_0$. Горизонтальную проекцию A_1B_1 принимают за катет, к которому в точке A_1 (можно и в B_1) восстанавливают перпендикуляр и откладывают разность Z координат концов отрезка AB – величину ΔZ. Отмечают точку A_0, её соединяют с точкой B_1. Гипотенуза A_0B_1 определяет длину отрезка AB. Угол α° определяют на эпюре как угол между гипотенузой A_0B_1 и горизонтальной проекцией отрезка A_1B_1.

Угол β° определяет наклон отрезка к фронтальной плоскости проекций $П_2$. На эпюре его определяют, как угол между натуральной величиной отрезка (гипотенузой) A_0B_2 и фронтальной проекцией отрезка A_2B_2. Построения проводят на плоскости $П_2$. За катет прямоугольного треугольника принимают фронтальную проекцию отрезка A_2B_2, к которому в точке A_2 восстанавливают перпендикуляр и откладывают разность концов отрезка АВ – ΔY. Отмечают точку A_0, её соединяют с B_2. A_0B_2 – гипотенуза которая определяет длину отрезка.



а) б)

Рис. 2. Определение дины и углов наклона отрезка:

а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача на определение натуральной величины отрезка и углов наклона к плоскостям проекций является *прямой*.

Обратной называется задача, когда по длине отрезка и углам наклона к плоскостям проекций строят проекции отрезка на эпюре Монжа. На рис. 3 показано решение этой задачи.

Задача: *Построить фронтальную и горизонтальную проекции отрезка СВ с натуральной величиной 50 мм и углами наклона: $\alpha = 45^o$, $\beta = 30^o$. Точка В задана своими проекциями В (B_1, B_2).*

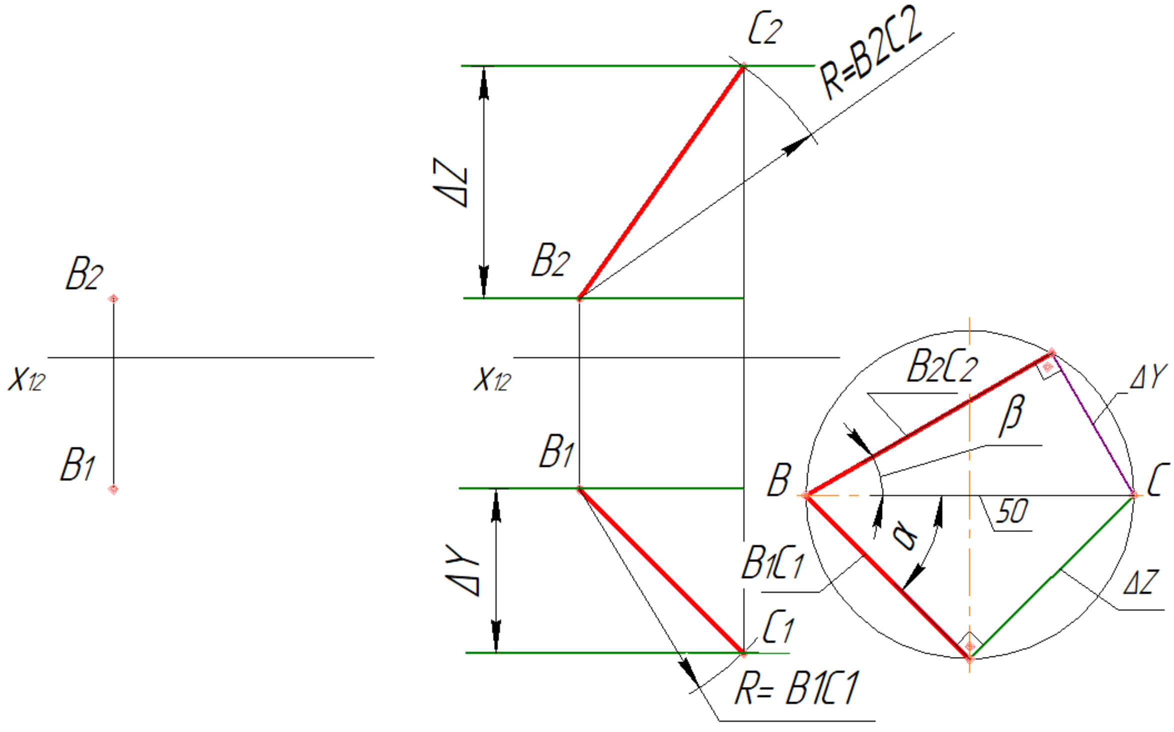
Решение:

1. Строят окружность с диаметром равным длине отрезка СВ = 50 мм.

2. *По теореме:* «Угол, опирающийся на диаметр, является прямым», строят два прямоугольных треугольника с углами α° и β°. В этих треугольниках обозначают гипотенузу CB = 50, катеты – проекции B_1C_1 и B_2C_2, также ΔZ и ΔY.

3. Затем переходят к построению комплексного чертежа. Через точки B_1 и B_2 проводят горизонтальные линии. На расстоянии ΔZ и ΔY проводят параллельные им линии. Размеры ΔZ и ΔY замеряют с окружности.

4. Затем из B_1 проводят дугу радиусом B_1C_1 до пересечения с нижней горизонтальной линией, а из B_2 проводят дугу радиусом B_2C_2 (размеры берут с окружности). Отмечают проекции точки C – C_1 и C_2, их соединяют с B_1 и B_2.



а) б)

Рис. 3. Обратная задача: а) – условие задачи; б) – решение задачи

1.2.2. Расстояние от точки до прямой

«Ведь между двух соседних точек прямая –
самый краткий путь,
иначе слишком много кочек
необходимо обогнуть»
Л.Н. Мартынов,
поэт и журналист

Расстояние от точки до прямой определяется длиной *перпендикуляра*, опущенного из точки на прямую.

Если задана прямая уровня, то задача решается просто.

Задача: *Определить расстояние от точки А (A_1, A_2) до прямой h (h_1, h_2)* (см. рис. 4).

Решение:

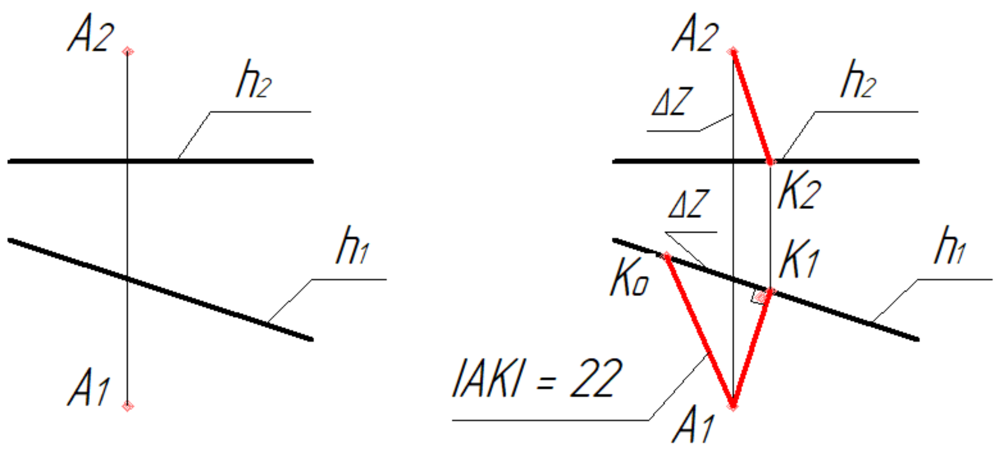
1. Решение основано на теореме о проецировании прямого угла. *Теорема:* «Прямой угол проецируется без искажения, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а вторая сторона не перпендикулярна этой плоскости».

2. Построение начинают с плоскости $П_1$. По теореме проецирования прямого угла из точки А(A_1) опускают перпендикуляр к h(h_1), обозначают точку К(K_1).

3. Проводят линию связи из К(K_1) до пересечения с h(h_2), обозначают точку К(K_2). Точку К(K_2) соединяют с точкой А(A_2). Отрезок АК является искомым перпендикуляром.

4. Перпендикуляр – общего положения. Для определения его длины используют способ прямоугольного треугольника.

5. Гипотенуза A_1K_o есть натуральная величина расстояния от точки А до прямой h.



а) б)

Рис. 4. Расстояние от точки до горизонтали: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Если прямая занимает общее положение, то к ней перпендикуляр сразу опустить нельзя. Задача решается через перпендикулярную плоскость.

Задача: *Пусть будет задана прямая l. Нужно определить расстояние от точки А до этой прямой* (см. рис. 5).

Решение:

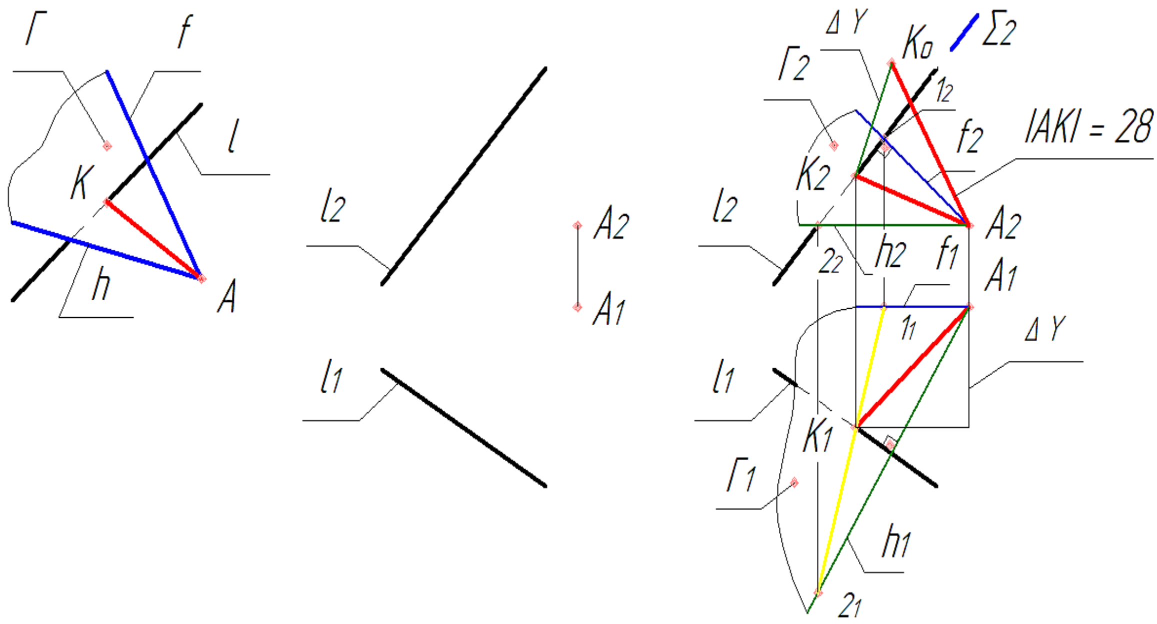
1. Через точку А (A_1, A_2) строят плоскость Г ($f \cap h$) перпендикулярную заданной прямой ℓ (ℓ_1, ℓ_2). *Признак перпендикулярности прямой и плоскости:* «Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то эта прямая перпендикулярна данной плоскости».

2. Горизонтальная проекция прямой перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали плоскости, а фронтальная проекция прямой перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали плоскости. Для этого h_1 проводят через точку А(A_1) перпендикулярно к ℓ (ℓ_1), f_2 проводят через точку А(A_2) перпендикулярно к ℓ (ℓ_2).

3. Строят точку пересечения К (K_1, K_2) прямой ℓ с плоскостью Г ($f \cap h$), заключив прямую ℓ во вспомогательную проецирующую

плоскость Σ. Отрезок (1,2) – результат пересечения двух плоскостей. Пересечение заданной прямой с отрезком (1,2) определяет положение точки К.

4. Соединяют точку А (A_1, A_2) с точкой К (K_1, K_2). Длина отрезка АК является расстоянием от точки А до прямой l, которую определяют способом прямоугольного треугольника. На рис. 5 натуральная величина определена на плоскости $П_2$.



а) б) в)

Рис. 5. Расстояние от точки до прямой общего положения: а) – модель; б) – условие задачи; в) – решение задачи

1.2.3. Расстояние между параллельными прямыми

Эту задачу решают аналогично задаче – расстояние от точки до прямой. Берут любую точку на одной прямой и из неё опускают перпендикуляр на другую прямую. Длина отрезка перпендикуляра определяет *расстояние между двумя параллельными прямыми*.

На рис. 6 показано определение расстояния между параллельными линиями уровня – фронталями.

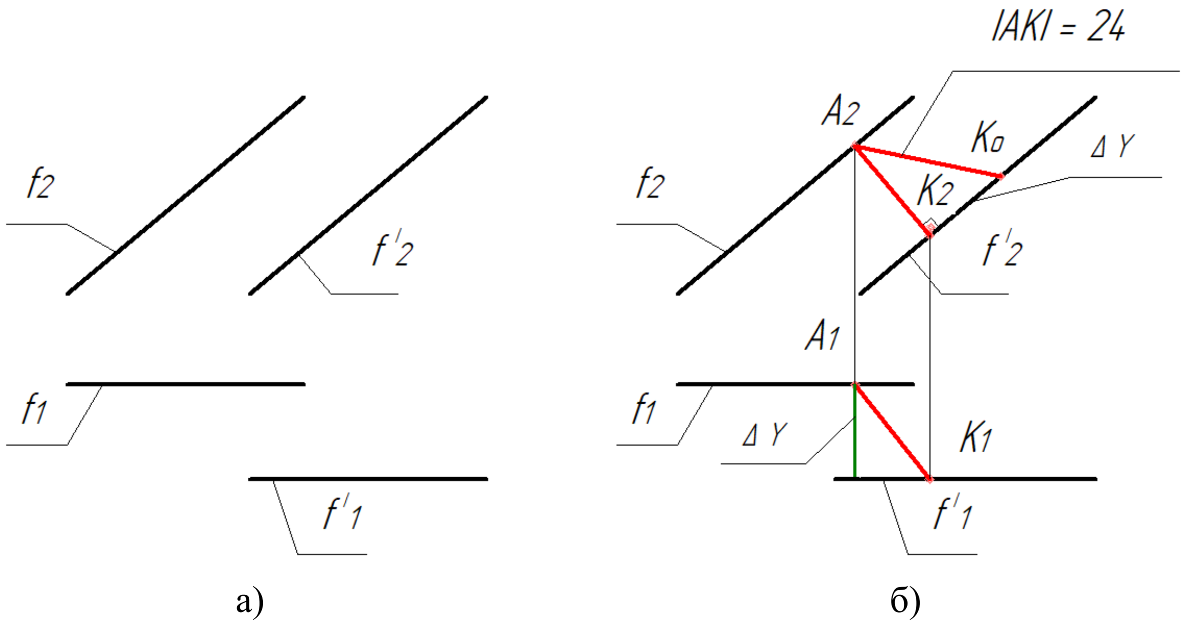


Рис. 6. Расстояние между параллельными линиями уровня: а) – условие задачи; б) – решение задачи

1.2.4. Расстояние от точки до плоскости

Расстояние от точки до плоскости равно *длине отрезка перпендикуляра*, опущенного из точки на плоскость.

Построение упрощается, если плоскость проецирующая.

Задача: *Определить расстояние от точки D до плоскости* $\sum(\Delta ABC)$.

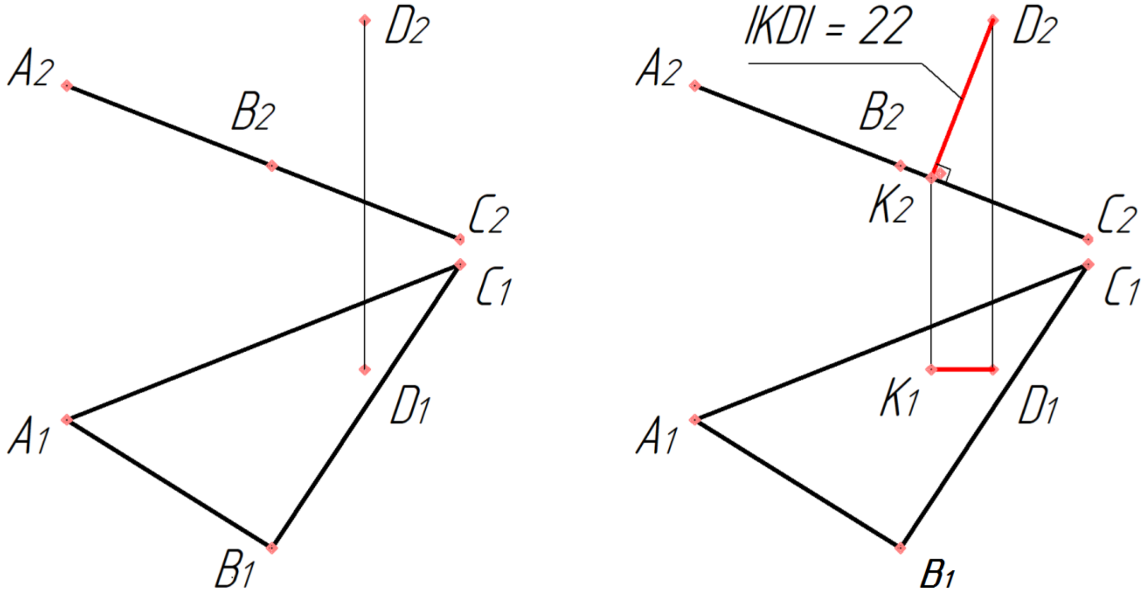
Решение:

1. Плоскость перпендикулярна фронтальной плоскости проекций (см. рис. 7). Так как плоскость фронтально-проецирующая, тогда прямая, перпендикулярная к последней, является фронталью.

2. Построение начинают с плоскости $П_2$. Из точки $D(D_2)$ опускают перпендикуляр к фронтальной проекции плоскости $A_2B_2C_2$. Обозначают точку $K(K_2)$.

3. Из точки $D(D_1)$ проводят горизонтальную проекцию фронтали параллельно оси X.

4. Из точки $K(K_2)$ проводят линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией фронтали и отмечают точку $K(K_1)$. Фронтальная проекция фронтали D_2K_2 будет длиной перпендикуляра от точки D до плоскости $\sum(\Delta ABC)$.



а) б)

Рис. 7. Расстояние от точки до проецирующей плоскости: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Построение перпендикуляра к плоскости общего положения основано на *признаке перпендикулярности прямой к плоскости* – прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.

Правило построения перпендикуляра к плоскости заключается в следующем (см. рис. 8).

Задача: *Определить расстояние от точки D до плоскости ∑(∆ABC).*

Решение:

1. В плоскости, например, ∑(∆ABC) проводят фронталь f (f_1, f_2) и горизонталь h (h_1, h_2).

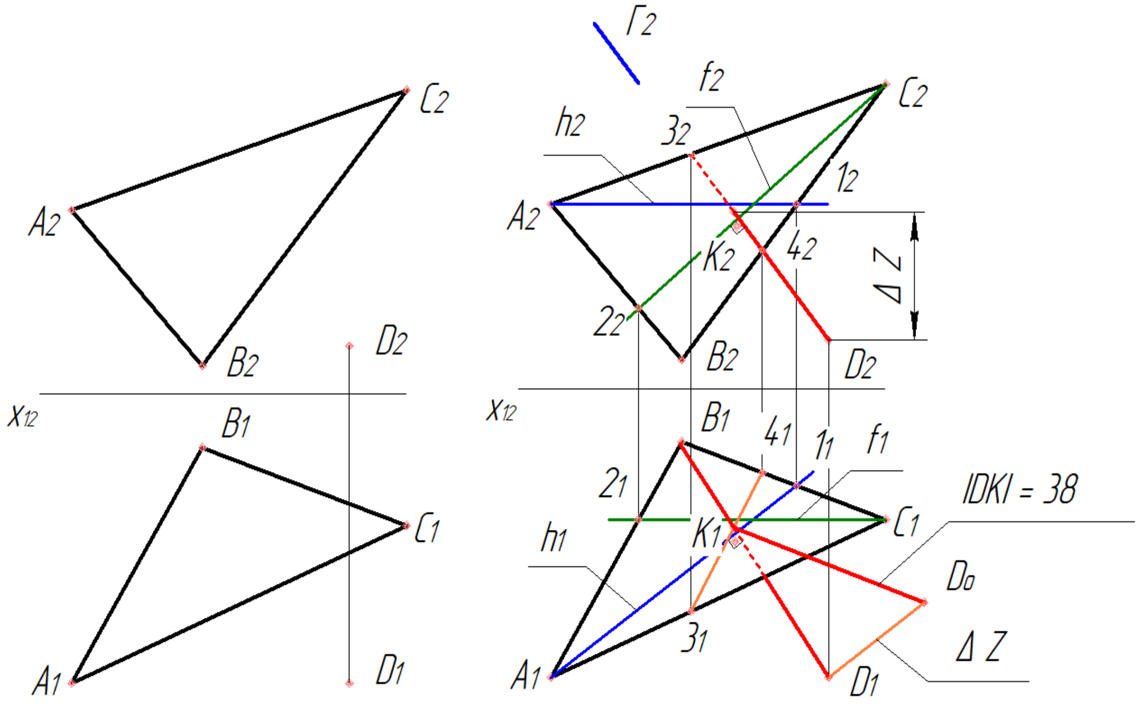
2. Из точки D(D_2) проводят фронтальную проекцию перпендикуляра n_2 к f(f_2), а из D(D_1) проводят горизонтальную проекцию перпендикуляра n_1 перпендикулярно к h(h_1) на основании *теоремы проецирования прямого угла*.

3. Определяют точку пересечения перпендикуляра n с плоскостью ∑(∆ABC). Используют общий алгоритм, так как прямая n и плоскость ∑(∆ABC) занимают общее положение (см. модуль «Позиционные задачи»).

4. Прямую n заключают во фронтально-проецирующую плоскость Г, тогда $Г_2 = n_2$. Строят линию пересечения плоскости Г и ∑, которая обозначена (3-4). Далее находят точку пересечения К ($К_1$, $К_2$) этой линии (3-4) с перпендикуляром n.

5. Определяют длину перпендикуляра DK способом прямоугольного треугольника (*прямая задача*). Построение выполнено на плоскости $П_1$.

6. Отрезок D_oK_1 является искомым расстоянием от точки D до плоскости ∑(∆ABC).



а) б)

Рис. 8. Расстояние от точки до плоскости общего положения:

а) - условие задачи; б) – решение задачи

Задача может быть *обратной*, когда необходимо построить к прямой общего положения перпендикулярную плоскость (см. рис. 9).

Задача: *Построить плоскость, перпендикулярную к заданной прямой.*

Решение:

В этом случае плоскость задают пересекающимися фронталью и горизонталью. Построения выполняют в следующей последовательности:

1. Например, из точки К ($К_1$, $К_2$) к прямой b строят перпендикулярную плоскость. Из К($К_1$) проводят h(h_1) перпендикулярно b(b_1), а из К($К_2$) проводят f(f_2) перпендикулярно b(b_2).

2. Через К($К_2$) проводят h(h_2), а через К($К_1$) проводят f(f_1) параллельно оси X_{12} (из графического признака этих прямых). Плоскость $\sum$ (f $\cap$ h) перпендикулярна прямой b.

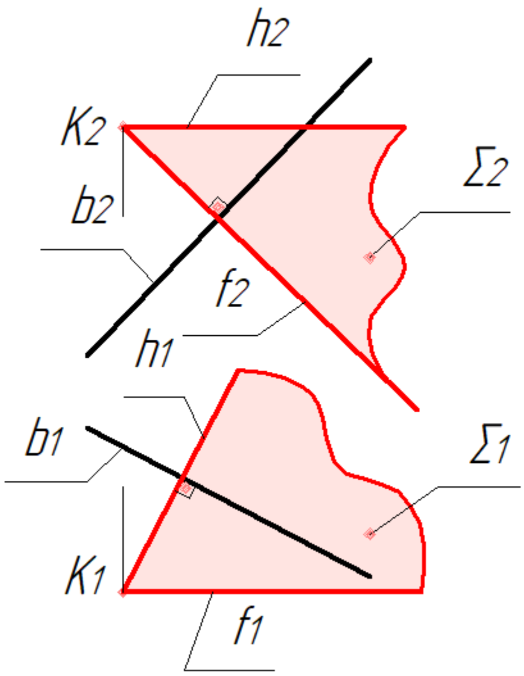


Рис. 9. Плоскость ∑ перпендикулярная к прямой общего положения

1.3. Вопросы входного контроля

1. Способ прямоугольного треугольника для определения длины отрезка.
2. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Признак перпендикулярности двух плоскостей.

1.4. Примеры решения задач

Задача 1: *Построить фронтальную проекцию отрезка KE, проходящего через точку E (10, 10, 5) с углом наклона* 30^o *к плоскости* $П_1$*. Точка К находится на расстоянии 20 мм от плоскости* $П_2$ *и 35 мм – от плоскости* $П_3$ (см. рис. 10).

Решение:

1. По заданным координатам строят фронтальную и горизонтальную проекции точки E. Для этого от начала координат точки 0 откладывают по оси X 10 мм, по оси Y – также 10 мм. На

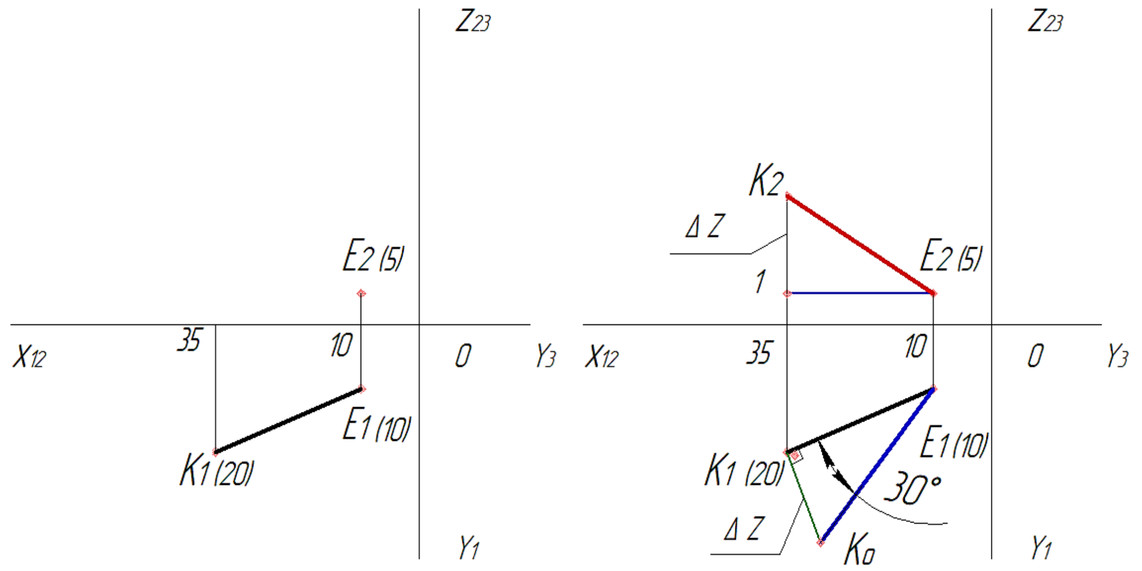
пересечении взаимно-перпендикулярных линий отмечают горизонтальную проекцию точки $E(E_1)$. Из $E(E_1)$ проводят линию связи, по которой откладывают от оси X_{12} вверх 5 мм и отмечают $E(E_2)$.

2. У точки К заданы Y – координата 20 мм и X – 35 мм, они определяют горизонтальную проекцию K_1. Её строят на эпюре по заданным координатам.

3. Соединяют горизонтальные проекции точек Е и К (E_1K_1). Далее используют способ прямоугольного треугольника.

4. E_1K_1 принимают за катет, к которому в точке K_1 (можно к E_1) восстанавливают перпендикуляр – направление второго катета. Затем из E_1 проводят под углом 30^o гипотенузу, до пересечения с направлением второго катета и отмечают точку K_o.

5. Отрезок K_1K_o является разностью Z – координат (Δ Z). Из точки $E(E_2)$ проводят горизонтальную линию E_21. От точки 1 откладывают Δ Z и отмечают фронтальную проекцию точки $K(K_2)$, соединяют $K(K_2)$ с $E(E_2)$. Этот отрезок будет искомой фронтальной проекцией отрезка ЕК.



а) б)

Рис.10. Задача 1: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача2: *Определить натуральную величину отрезка АВ и углы наклона его к плоскостям проекций. Точка А принадлежит плоскости $П_1$ на расстоянии 30 мм от $П_2$ и 60 мм от плоскости $П_3$, а точка В задана координатами (5, 0, 25)* (см. рис. 11).

Решение:

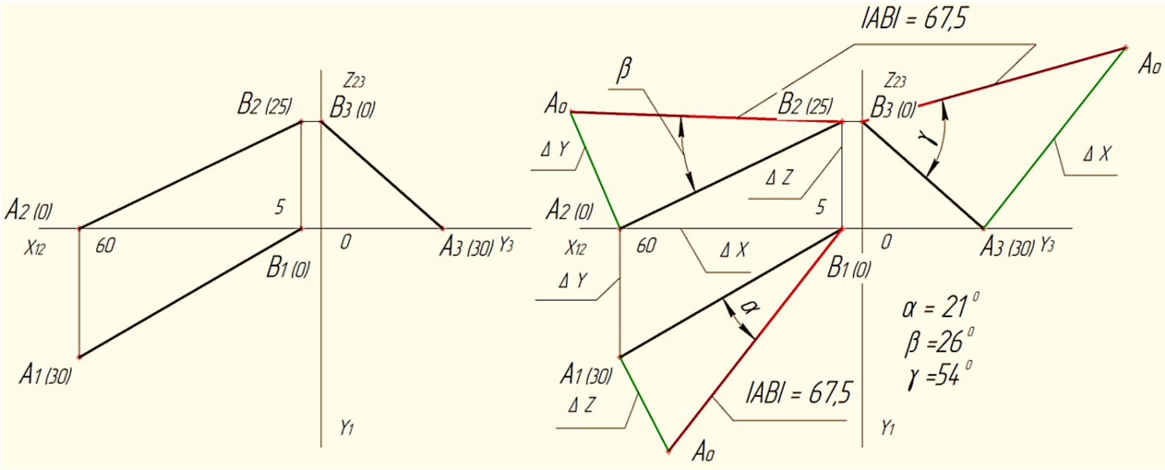
1. По заданным координатам строят проекции точек А и В. У точки А координата Z равна 0, т.к. точка принадлежит плоскости $П_1$, Y = 30, X = 60 по условию. Соединяют одноимённые проекции точек.

2. Далее строят вспомогательные прямоугольные треугольники на всех плоскостях проекций, т.к. углы наклона отрезка нужно определить ко всем плоскостям.

3. Каждую из проекций принимают за один из катетов треугольника. В любую проекцию точек А или В проводят направление второго катета под прямым углом к соответствующей проекции отрезка. Получают направление второго катета, по которому откладывают соответствующую разность координат концов отрезка АВ.

4. Соответственно от $А_1$ откладывают Δ Z, от $А_2$ – ΔY, от $А_3$ – Δ X. На всех проекциях отмечают точки $А_о$, которые соединяют с $В_1$, $В_2$, $В_3$. Получают во всех трёх вспомогательных треугольниках гипотенузы, которые являются натуральной величиной отрезка АВ.

5. Углы между гипотенузами и соответствующими проекциями отрезка являются углами наклона отрезка АВ к плоскостям проекций: α° – угол наклона к $П_1$, β° – к $П_2$, γ° – к $П_3$.



а) б)

Рис. 11. Задача 2: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 3: *Построить ромб с диагоналями AC и BD. Диагональ BD = 40 мм, прямая общего положения. Точка K принадлежит диагонали BD* (см. рис. 12).

Решение:

1. Ромб – плоская фигура, у которой диагонали в точке пересечения делятся пополам и взаимно-перпендикулярны. Диагональ AC является фронталью, на $П_2$ проецируется в натуральную величину.

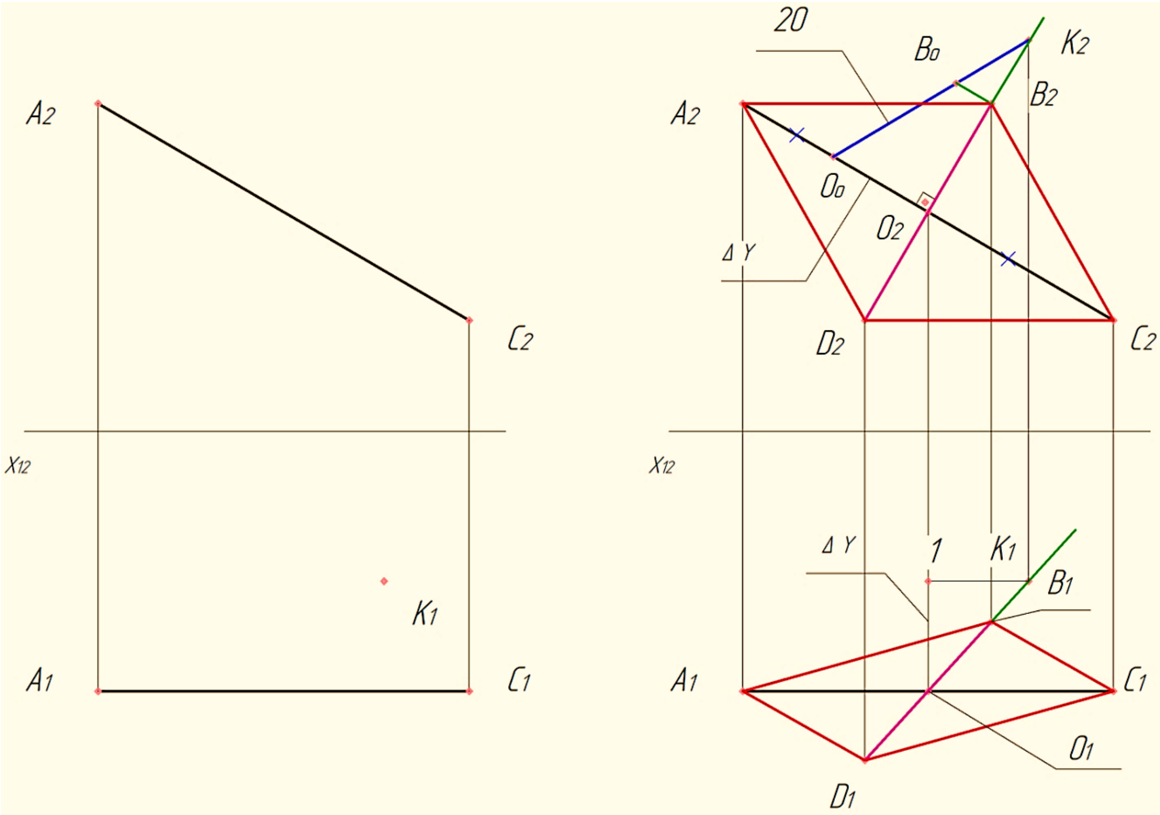
2. Делят её пополам и обозначают точку О ($О_1$, $О_2$). По теореме проецирования прямого угла в точке О ($О_2$) проводят перпендикуляр к A_2C_2. Это будет фронтальная проекция направления второй диагонали BD.

3. Горизонтальная проекция второй диагонали пройдёт через точки О($О_1$) и К($К_1$), т.к. по условию точка К принадлежит диагонали BD.

4. Способом прямоугольного треугольника определяют длину отрезка ОК. От $О_о$ по гипотенузе $О_оК_2$ откладывают половину диагонали BD, 20 мм. Обозначают точку $В_о$, из неё проводят линию,

параллельную катету треугольника O_2O_0 до пересечения с линией O_2K_2, обозначают точку B_2.

5. Из B_2 проводят линию связи до пересечения с O_1K_1 и обозначают точку B_1. Для нахождения точки D_2 на продолжении перпендикуляра O_2K_2 вниз откладывают отрезок равный O_2B_2. D_1 строят по линии связи. Соединяют одноимённые проекции вершин ромба.



а) б)

Рис. 12. Задача 3: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 4: *Построить проекции квадрата ABCD, если сторона квадрата 50 мм. AB принадлежит горизонтали, AC – прямой l* (см. рис.13).

Решение:

1. У квадрата все стороны равны и углы прямые. Горизонталь на $П_1$ проецируется в натуральную величину, поэтому от точки $A(A_1)$ по $h(h_1)$ откладывают сторону квадрата 50 мм, отмечают точку $B(B_1)$.

2. Из $B(B_1)$ проводят линию связи до пересечения с $h(h_2)$.

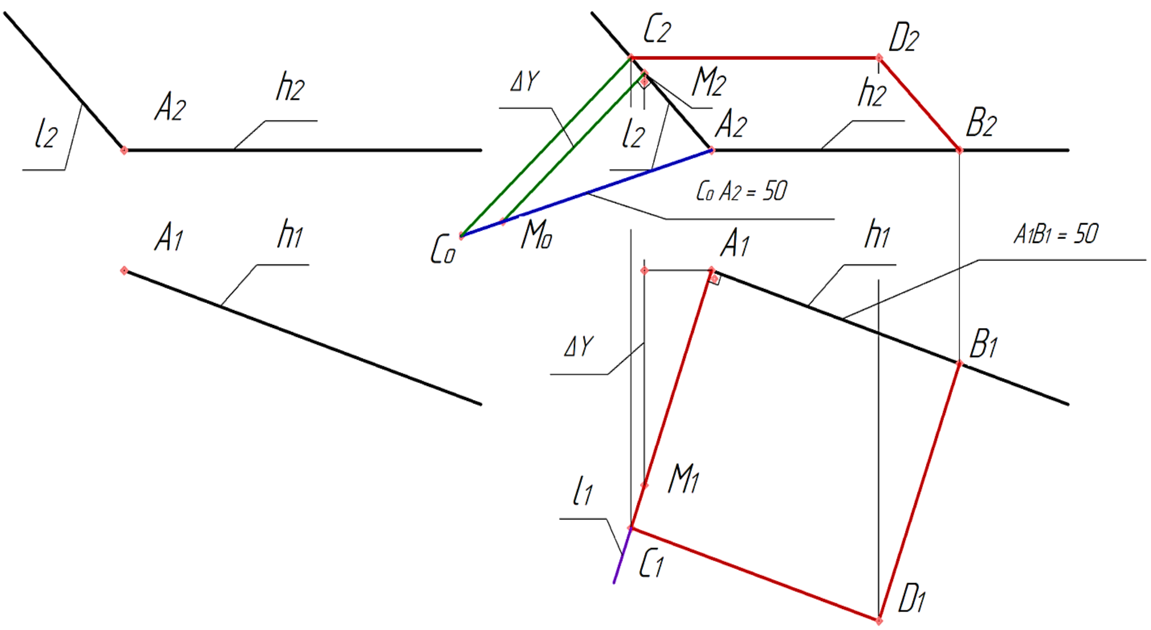
3. Смежная сторона квадрата АС принадлежит прямой l, проводят горизонтальную проекцию l (l_1) в точку $A(A_1)$ под прямым углом к $h(h_1)$ на основании теоремы проецирования прямого угла. АС перпендикулярна АВ.

4. Далее на прямой l (l_1, l_2) берут любую точку, например, М (M_1, M_2) и способом прямоугольного треугольника определяют натуральную величину отрезка АМ.

5. На эпюре ей будет гипотенуза A_2M_o. По A_2M_o откладывают длину стороны квадрата 50 мм и отмечают точку C_o. Из C_o проводят перпендикуляр к l (l_2) и отмечают точку $C(C_2)$.

6. ИЗ $C(C_2)$ проводят линию связи до пересечения с l (l_1) и отмечают точку $C(C_1)$.

7. Далее из $B(B_2)$ проводят прямую B_2D_2 параллельно A_2C_2, т.к. противоположные стороны квадрата параллельны. D (D_1) строят по линии связи. Проекции квадрата обводят красным цветом.



а) б)

Рис. 13. Задача 4: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 5: *Построить недостающую проекцию точки А, если расстояние от неё до прямой ВС 40 мм* (см. рис. 14).

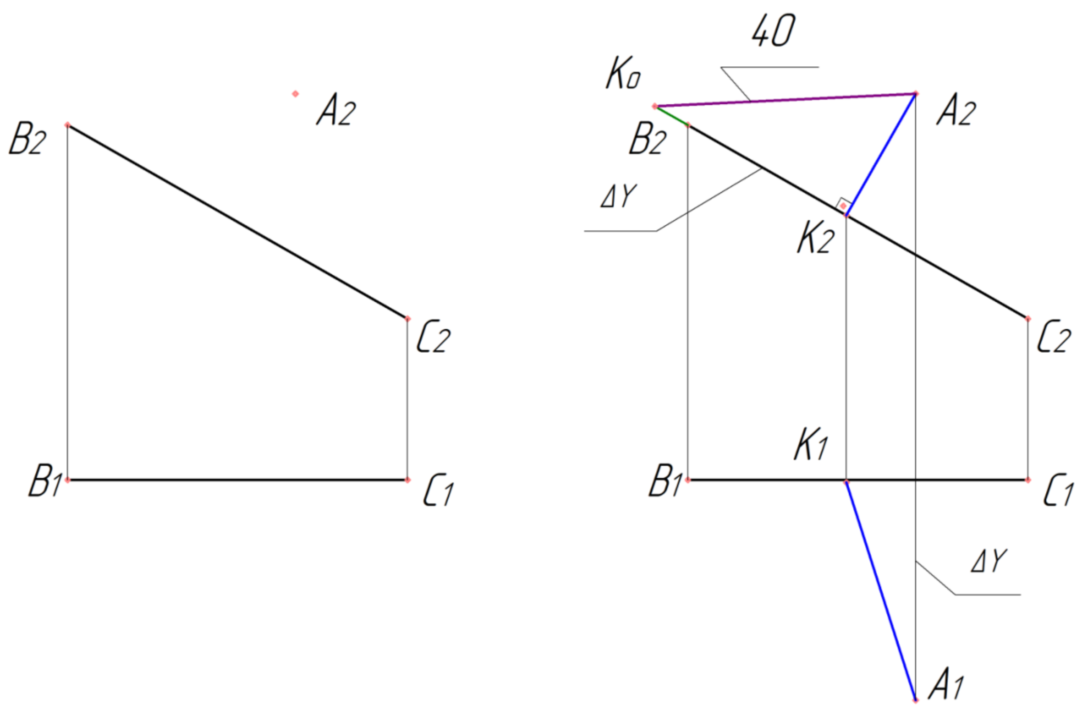
Решение:

1. Расстояние от точки до прямой измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки к прямой. Прямая ВС – фронталь, поэтому из А($А_2$) к $В_2С_2$ опускают перпендикуляр по теореме проецирования прямого угла и обозначают точку К($К_2$).

2. По линии связи определяют К($К_1$).

3. Чтобы построить недостающую проекцию точки А($А_1$) необходимо определить разность координат концов отрезка АК (ΔY). Зная длину перпендикуляра – 40 мм строят на $П_2$ прямоугольный треугольник с катетом $А_2К_2$ и гипотенузой $А_2К_о$ = 40 мм. В этом треугольнике вторым катетом будет ΔY.

4. Из $А_2$ проводят линию связи и по ней от $В_1С_1$ откладывают ΔY, обозначают точку А($А_1$).



а) б)

Рис. 14. Задача 5: а) – условие задачи; б) – решение задачи

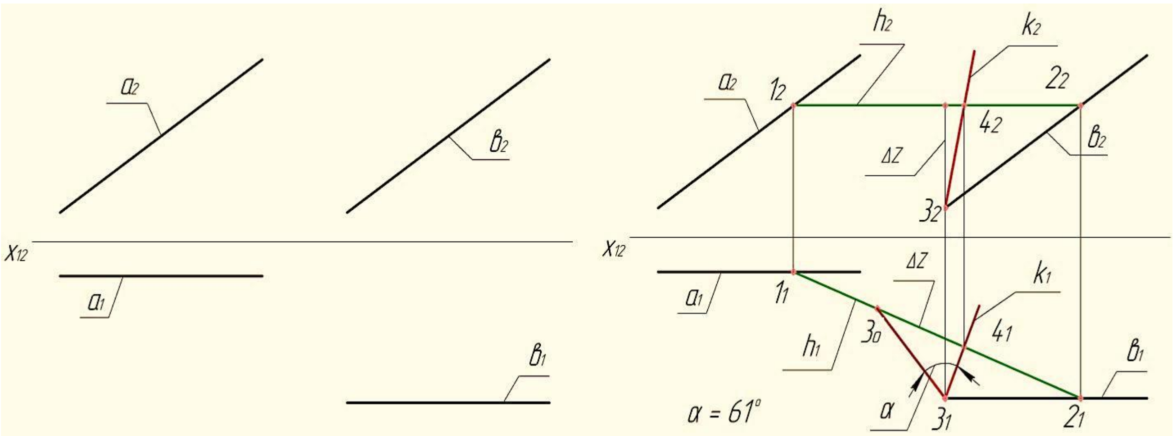
Задача 6: *Определить угол наклона плоскости ∑ (a ∥ b) к плоскости $П_1$ при помощи линии ската* (см. рис.15).

Решение:

1. Угол наклона заданной плоскости к плоскости $П_1$ определяется как угол между натуральной величиной линии ската и её горизонтальной проекцией. *Линия ската* – прямая, перпендикулярная горизонтали плоскости. Поэтому в плоскости ∑ проводят горизонталь, построение начинают с плоскости $П_2$, т.к. $h_2 \parallel X_{12}$. Горизонтальную проекцию горизонтали строят по принадлежности плоскости ∑ через точки 1 и 2.

2. Линию ската строят с плоскости $П_1$, к $h(h_1)$ проводят перпендикуляр $k(k_1)$ по теореме проецирования прямого угла. Фронтальную проекцию линии ската $k(k_2)$ строят по принадлежности плоскости ∑ через точки 3 и 4.

3. Далее определяют натуральную величину линии ската способом прямоугольного треугольника. Построение показано на плоскости $П_1$. Отрезок $3_1 4_1$ принят за один из катетов прямоугольного треугольника, второй катет – разность координат концов отрезка (3 – 4) до плоскости $П_1$ – величина ΔZ. Отрезок $3_1 3_o$ – гипотенуза, является натуральной величиной. Обозначают угол α°.



а) б)

Рис. 15. Задача 6: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 7: *Определить расстояние от точки К до плоскости* $\sum$ (А, f) (см. рис. 16).

Решение:

1. Расстояние от точки до плоскости определяется перпендикуляром, опущенным из этой точки к плоскости. Построение перпендикуляра основано на *признаке перпендикулярности прямой плоскости:* прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. Поэтому в плоскости проводят пересекающие фронталь и горизонталь (*по теореме проецирования прямого угла*).

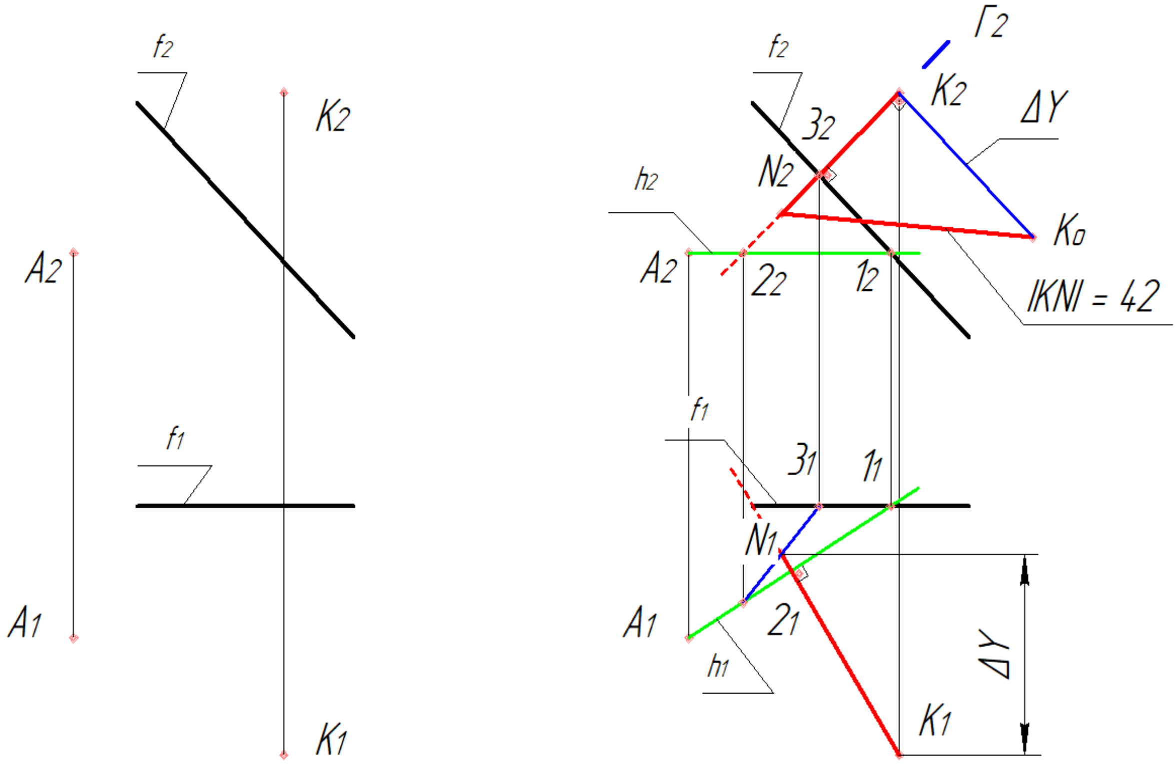
2. В заданной плоскости имеется фронталь. Через точку А проводят горизонталь.

3. Затем из $K(K_2)$ проводят фронтальную проекцию перпендикуляра $n(n_2) \perp f(f_2)$, из $K(K_1)$ проводят горизонтальную проекцию перпендикуляра $n(n_1) \perp h(h_1)$.

4. Строят точку пересечения перпендикуляра n (n_1, n_2) с плоскостью $\sum$ (A, f). Т.к. перпендикуляр и плоскость общего положения, то для построения точки пересечения N (N_1, N_2) перпендикуляр n заключают во вспомогательную секущую плоскость $\Gamma(\Gamma_2)$.

5. Строят линию пересечения плоскости Г и $\sum$ – линию (2, 3). Далее находят точку пересечения линии (2, 3) с перпендикуляром n, обозначают точку N (N_1, N_2).

6. После этого определяют натуральную величину перпендикуляра KN *способом прямоугольного треугольника*. Построение показано на плоскости Π_2. Гипотенуза K_oN_2 будет длиной перпендикуляра, т.е. расстоянием от точки К до плоскости $\sum$.



а) б)

Рис.16. Задача 6: а) – условие задачи; б) – решение задачи

1. 5. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка АВ, проходящего через точку А (5, 15, 10), с углом наклона 30^o к плоскости $П_2$. Точка В расположена на расстоянии 25 мм от плоскости $П_1$ и 40 мм – от $П_3$.

2. Построить квадрат по заданной стороне его АВ, смежная сторона ВС – прямая общего положения, точка Е принадлежит стороне ВС (см. рис.17).

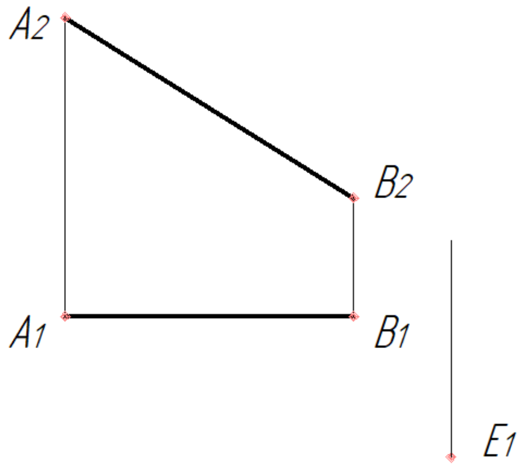


Рис. 17

Вариант 2

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка КВ с натуральной величиной 50 мм. Точка К принадлежит оси OY на расстоянии 10 мм от плоскости $П_2$, а точка В имеет координаты (35, ?, 25).

2. Определить расстояние от точки К до прямой АВ (см. рис. 18).

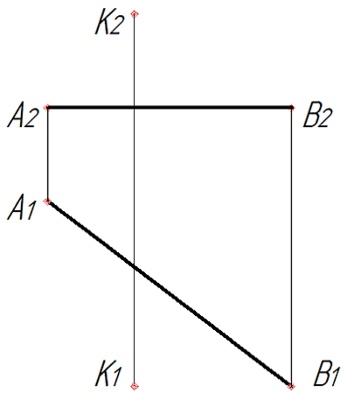


Рис. 18

Вариант 3

1. Построить эпюр отрезка АС, проходящего через точку С с натуральной величиной 40 мм т углами наклона 40^{o} к плоскостям проекций $П_1$ и $П_{2,}$ точка С принадлежит оси OZ на расстоянии 15 мм от плоскости $П_1$.

2. Построить равнобедренный треугольник с основанием AB и высотой CD = 30 мм, точка O принадлежит направлению высоты CD (см. рис.19).

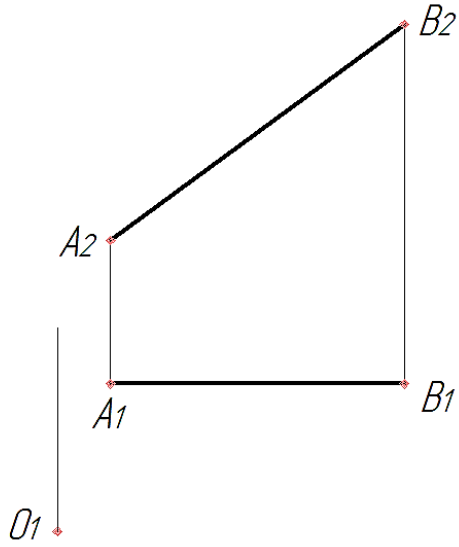


Рис. 19

Вариант 4

1. Определить натуральную величину отрезка MN и углы наклона его к плоскостям проекций. Точка N принадлежит плоскости $П_2$ на расстоянии 30 мм от плоскости $П_1$ и 50 мм от плоскости $П_3$, а точка M имеет координаты (5, 25, 0).

2. Построить ромб с диагоналями AC и BD. Диагональ BD = 40 мм. Точка K принадлежит направлению диагонали BD (см. рис. 20).

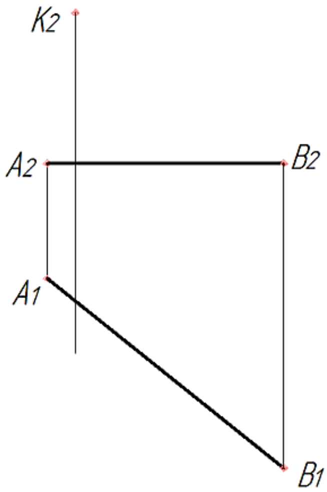


Рис. 20

Вариант 5

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка КС с углом наклона 60^o к плоскости $П_2$, если точка С имеет координаты (40, ?, 20), а точка К принадлежит оси OZ на расстоянии 10 мм от плоскости $П_1$.

2. Построить прямоугольный треугольник АВС, если катет АВ = 30 мм, точка Е принадлежит направлению катета АВ.

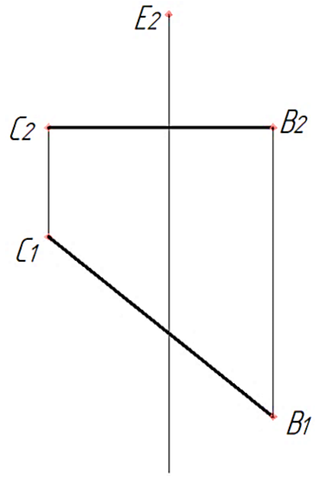


Рис.21

Вариант 6

1. Построить проекции отрезка АВ с натуральной величиной 40 мм и углами наклона 55^o к плоскости $П_1$ и 35^o к плоскости $П_2$. Точка А задана координатами (0, 45, 10).

2. Определить расстояние от точки К до плоскости Г (Δ АВС) (см. рис. 22).

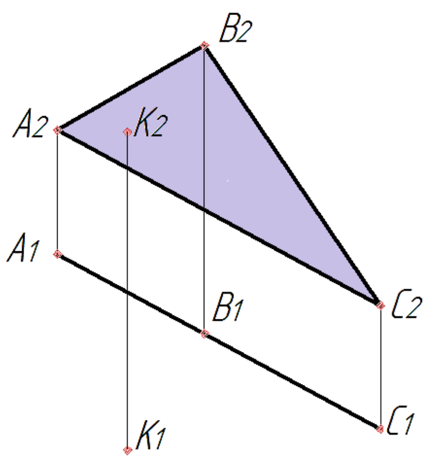


Рис.22

Вариант 7

1. Построить фронтальную проекцию отрезка КМ с натуральной величиной 45 мм. Точка М принадлежит плоскости $П_1$ на расстоянии 10 мм от плоскостей проекций $П_2$ и $П_3$, а точка К задана координатами (45,25, ?).

2. Определить расстояние от точки К до прямой АВ (см. рис 23).

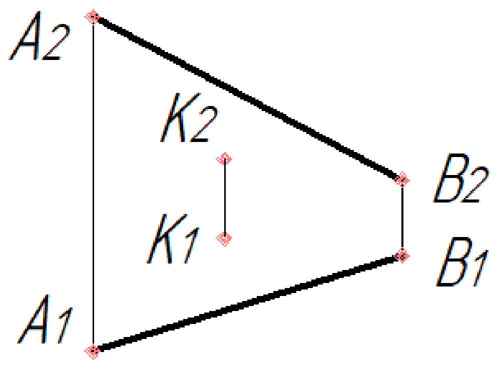


Рис. 23

Вариант 8

1. Построить эпюр отрезка СВ с натуральной величиной 50 мм и углами наклона 45° к плоскости $П_1$ и 25° к – $П_2$. Точка С принадлежит оси ОХ на расстоянии 50 мм от плоскости $П_3$.

2. Определить расстояние от точки К до плоскости Г (a ∩ b) (см. рис. 24).

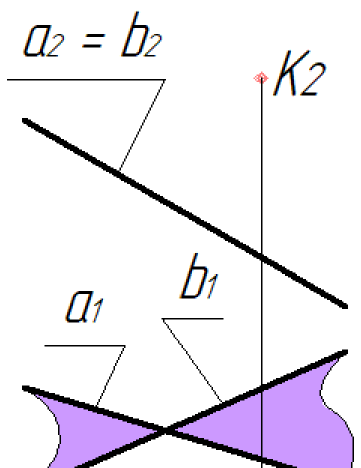


Рис. 24

Вариант 9

1. Построить фронтальную проекцию отрезка КЕ с углом наклона 30^o к плоскости $П_1$. Точка Е (10, 20, 5), а точка К находится на расстоянии 10 мм от плоскости $П_2$ и 55 мм – от $П_3$.

2. Построить квадрат ABCD со стороной ВС на прямой h (см. рис. 25).

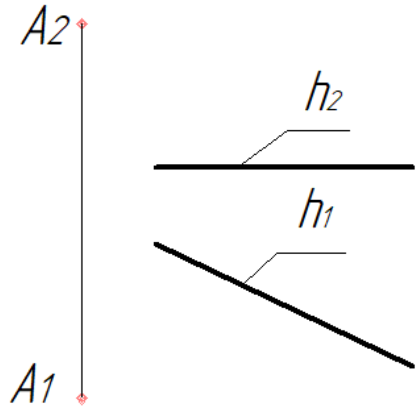


Рис. 25

Вариант 10

1. Определить натуральную величину отрезка КР и углы наклона к плоскостям проекций. Точка К расположена на плоскости $П_2$ на расстоянии 25мм от плоскости $П_1$ и 60 мм – от $П_3$, а точка Р имеет координаты (0, 30, 40).

2. Определить длину линии ската плоскости ∑ (Δ АВС), проведённой из точки В (см. рис. 26).

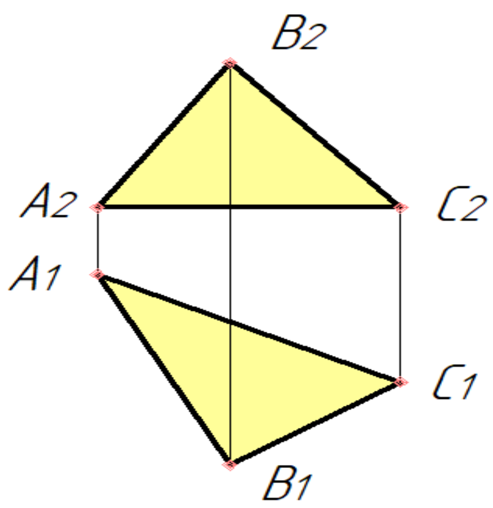


Рис.26

Вариант 11

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка АС с углом наклона 25^{o} к плоскости $П_2$. Точка А имеет координаты (50, ?, 15), а точка С принадлежит оси ОХ на расстоянии 10 мм от плоскости $П_3$.

2. Построить ромб ABCD с диагональю BC = 40 мм на прямой f и диагональю AD = 50 мм. Точка O – точка пересечения диагоналей. Точка E принадлежит направлению диагонали AD (см. рис. 27).

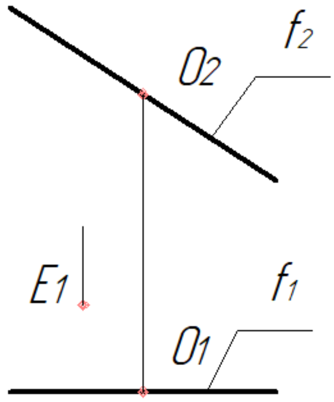


Рис. 27

Вариант 12

1. Построить фронтальную проекцию отрезка АВ с натуральной величиной 60 мм. Точка А расположена на оси OZ на расстоянии 55 мм от плоскости $П_1$, а точка В имеет координаты (55, 10, ?).

2. Определить угол наклона плоскости ∑ (a ∥ b) к плоскости $П_2$ при помощи линии наибольшего наклона (см. рис. 28).

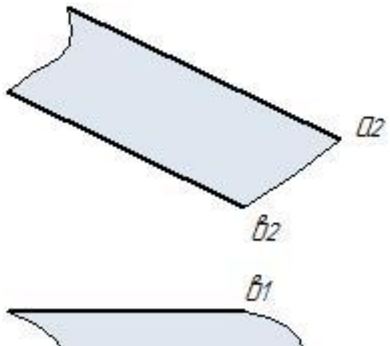


Рис. 28

Вариант 13

1. Определить натуральную величину отрезка КЕ и углы наклона его к плоскостям проекций $П_2$ и $П_3$. Точка К (50, 30, 5), а точка Е расположена на оси OZ на расстоянии 20 мм от плоскости $П_1$.

2. Определить расстояние от точки К до плоскости Г (f ∩ h) (см. рис. 29).

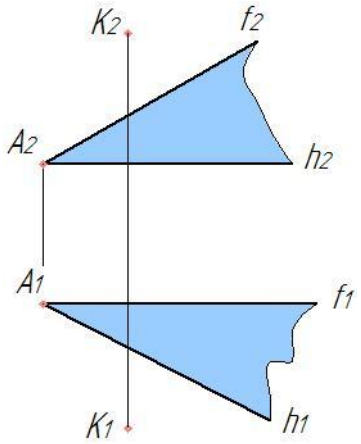


Рис. 29

Вариант 14

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка ЕМ с натуральной величиной 60 мм. Точка Е (50, 15, 10), а точка М расположена на плоскости $П_1$ на расстоянии 15 мм от плоскости $П_3$.

2. Определить угол наклона плоскости Г (a ∩ b) к плоскости $П_1$ при помощи линии ската (см. рис.30).

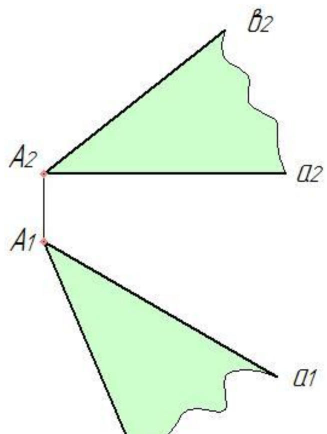


Рис.30

Вариант 15

1. Построить проекции отрезка AB, проходящего через точку A, с натуральной величиной 45 мм и углами наклона его 55^o к плоскости Π_1 и 20^o – к плоскости Π_2. Точка A расположена на плоскости Π_1 на расстоянии 10 мм от плоскостей проекций Π_2 и Π_3.

2. Определить расстояние от точки K до прямой h (см. рис. 31).

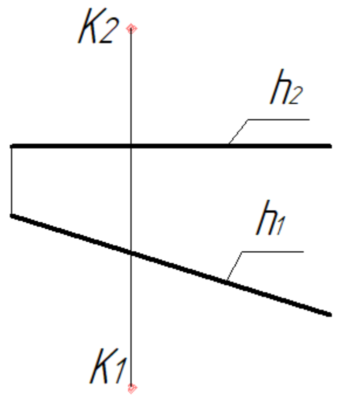


Рис.31

Вариант 16

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка AB с углом наклона 45^o к плоскости Π_2. Точка A задана координатами (5, 15, 10), точка B расположена на расстоянии 25 мм от плоскости Π_1 и 40 мм – от Π_3.

2. Построить прямоугольный треугольник ABC с равными катетами. Катет BC принадлежит прямой BM, а вершина A – прямой EF (см. рис. 32).

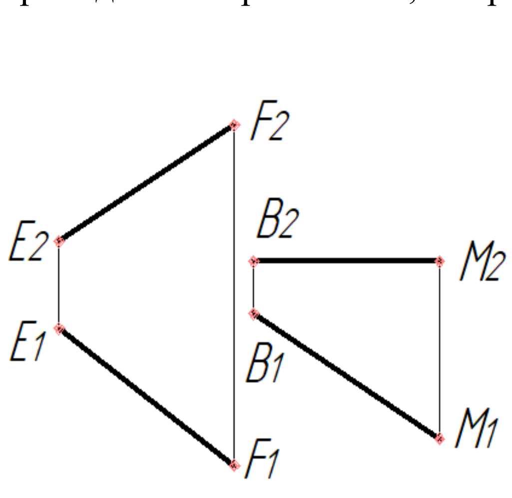


Рис.32

Вариант 17

1. Определить натуральную величину отрезка CB и углы наклона его к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 по заданным координатам концов отрезка: C (55, 25, 5), B(15,5,25).

2. Построить квадрат ABCD со стороной BC на прямой l (см. рис. 33).

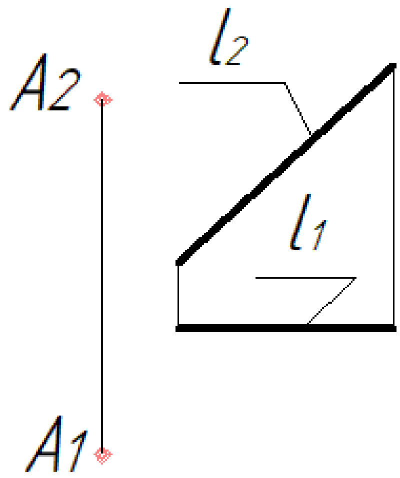


Рис. 33

Вариант 18

1. Построить проекции отрезка AB с натуральной величиной 50 мм и углами наклона 30^o к плоскости Π_1 и 40^o – к Π_2. Точка A находится на расстоянии 10 мм от плоскостей Π_1 и Π_2 и 60 мм от плоскости Π_3.

2. Определить расстояние от точки D до фронтали (см. рис. 34).

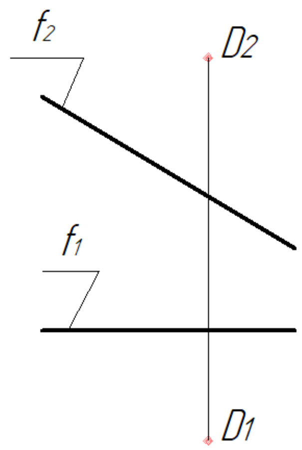


Рис. 34

Вариант 19

1. Построить фронтальную проекцию отрезка ЕК с углом наклона 45^o к плоскости $П_1$. Точка К расположена на расстоянии 15 мм от плоскости $П_2$ и 40 мм – от $П_3$. Точка Е принадлежит оси OZ на расстоянии 5 мм от плоскости $П_1$.

2. Построить фронтальную проекцию точки К, если расстояние от точки К до горизонтали 40 мм (см. рис. 35).

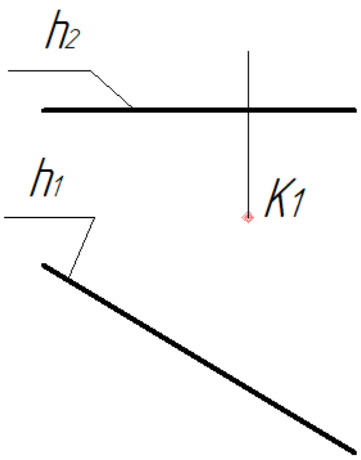


Рис. 35

Вариант 20

1. Построить проекции отрезка АС, проходящего через точку С, с натуральной величиной 40 мм и углами наклона 45^o к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$. Точка С расположена в начале координат.

2. Построить проекции прямоугольного треугольника, если катет ВС принадлежит прямой l и имеет длину 20 мм, а катет АВ имеет длину 30 мм (см. рис. 36).

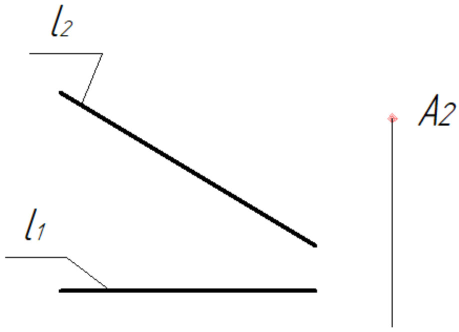


Рис. 36

Вариант 21

1. Построить горизонтальную проекцию отрезка МК с углом наклона 30° к плоскости $П_2$. Точка М (60, 10, 0), а точка К расположена на расстоянии 20 мм от плоскости $П_1$, 15 мм – от плоскости $П_3$.

2. Построить горизонтальную проекцию точки К, если расстояние от точки К до фронтали 30 мм (см. рис. 37).

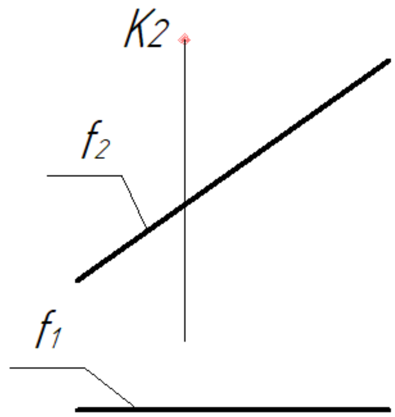


Рис. 37

Вариант 22

1. Определить длину отрезка КЕ и углы наклона его к плоскостям проекций $П_1$ и $П_2$. Точка Е расположена на расстоянии 20 мм от плоскостей проекций $П_2$ и $П_3$ и 30 мм – от $П_1$, а точка К задана координатами (50, 5, 10).

2. Построить проекции квадрата ABCD, если сторона квадрата 20 мм. АВ принадлежит горизонтали, АС – прямой l (см. рис. 38).

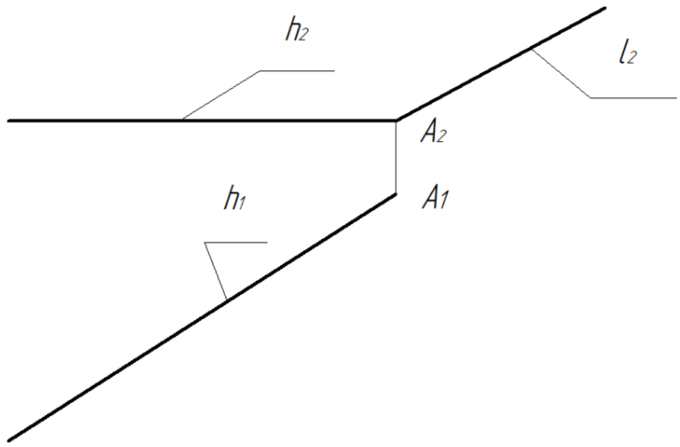


Рис.38

Вариант 23

1. Построить фронтальную проекцию отрезка АВ с натуральной величиной 55 мм. Точка А расположена на оси ОХ на расстоянии 55 мм от плоскости $П_3$, а точка В задана координатами (15, 10, ?).

2. Построить проекции ромба ABCD. Диагональ AC принадлежит фронтали и равна 50 мм, диагональ BD принадлежит прямой b и в два раза меньше AC (см. рис. 39).

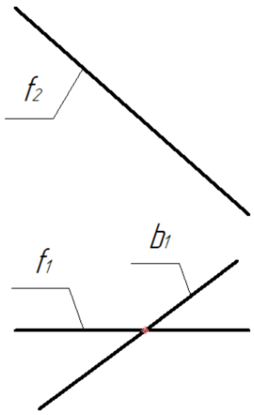


Рис. 39

Вариант 24

1. Определить длину отрезка КР и углы наклона его к плоскостям проекций $П_1$ и $П_3$. Точка К расположена на плоскости $П_2$ на расстоянии 25 мм от плоскости $П_1$ и 60 мм – от $П_3$, а точка Р задана координатами (15, 30, 40).

2. Определить расстояние от точки М до плоскости $\sum$ (a ‖ b) (см. рис. 40).

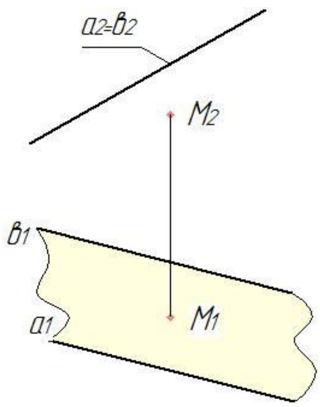


Рис. 40

Вариант 25

1. Построить фронтальную проекцию отрезка AB с углом наклона 30^o к плоскости $П_1$. Точка A задана координатами (10, 10, 5), точка B находится на расстоянии 25 мм от плоскости $П_2$ и 55 мм – от $П_3$.

2. Определить расстояние от точки K до прямой n (см. рис. 41).

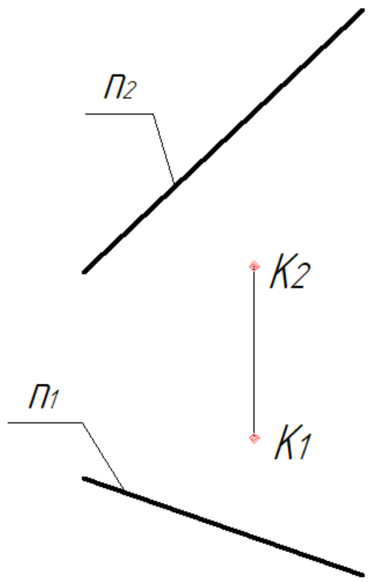


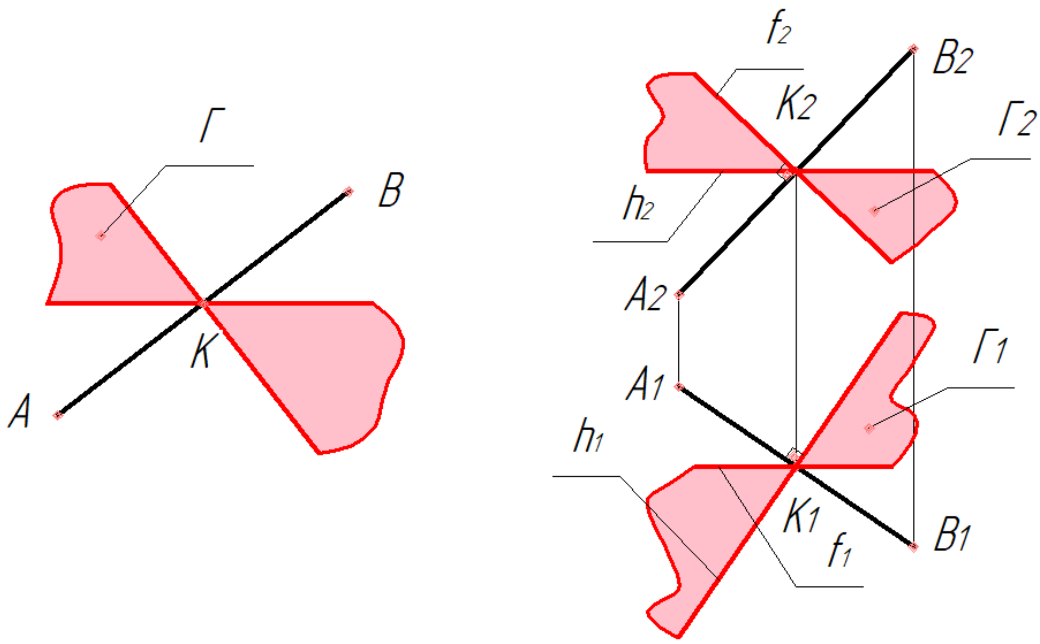
Рис. 41

Глава 2. Практическое (лабораторное) занятие 2. Замена плоскостей проекций

2.1. Понятия о множествах

Множеством точек, равноудалённом от концов отрезка, будет плоскость, проведённая через середину отрезка перпендикулярно к нему (см. рис. 42).

На рис. 42, б показано построение этой плоскости на эпюре. Точка K (K_1, K_2) делит отрезок AB пополам. Через эту точку проведена плоскость, перпендикулярная к отрезку AB. Плоскость задана пересекающими фронталью и горизонталью Г ($f \cap h$). f_2 проведена через K_2, $f_2 \perp A_2B_2$; $h_1 \perp A_1B_1$, h_1 проведена через K_1 (*по теореме* *проецирования прямого угла*). f_1 и h_2 параллельны оси X_{12} (*из графического признака линий уровня*).



а) б)

Рис. 42. Плоскость, перпендикулярная к середине отрезка:

а) – общее представление; б) – решение на эпюре

Множеством точек, удалённом от плоскости на определённое расстояние, будет плоскость, параллельная заданной и отстоящая от неё на это расстояние, например, (а) (см. рис. 43).

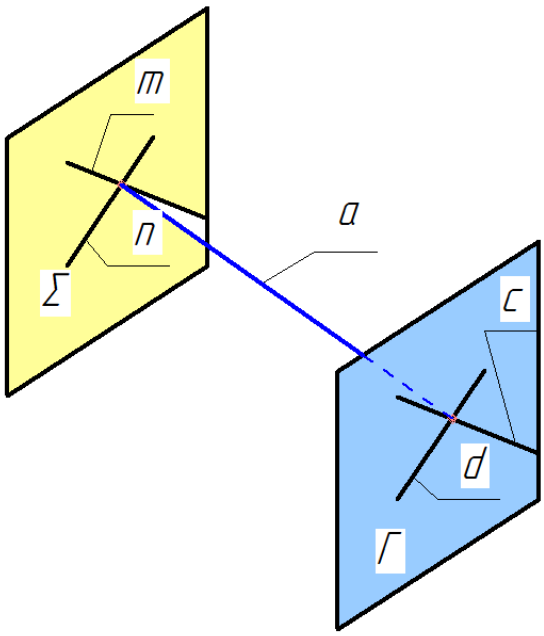


Рис. 43. Множество точек, удалённых от плоскости

Последовательность построения такого множества показана на эпюре (см. рис. 44):

1. К заданной плоскости проводят перпендикуляр, на котором откладывают расстояние, например, (а).

2. Через точку, отмеченную на этом перпендикуляре, строят параллельную плоскость: Г (c ∩ d) ‖ ∑ (m ∩ n).

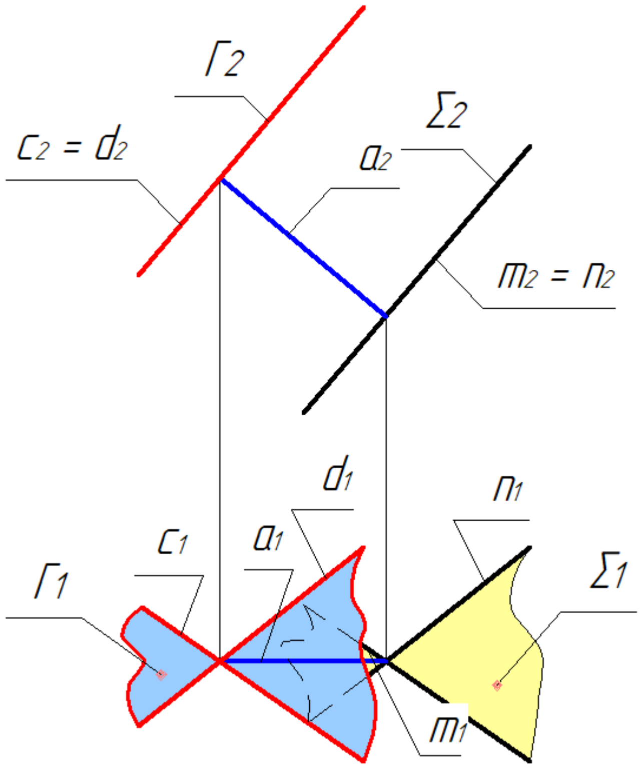


Рис. 44. Построение множества удалённых точек от плоскости

Множеством точек, равноудалённым от точки, будет сфера (см. рис. 45).

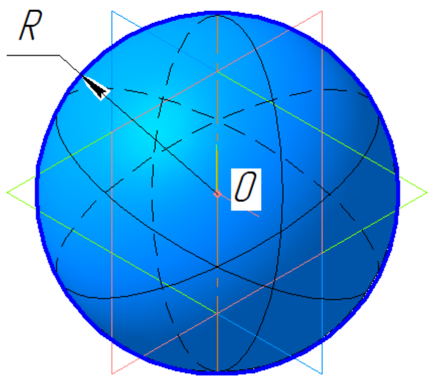


Рис. 45. Множество точек, удалённых от точки

Множеством точек, равноудалённым от прямой, будет цилиндр вращения, осью которого является данная прямая (см. рис.46).

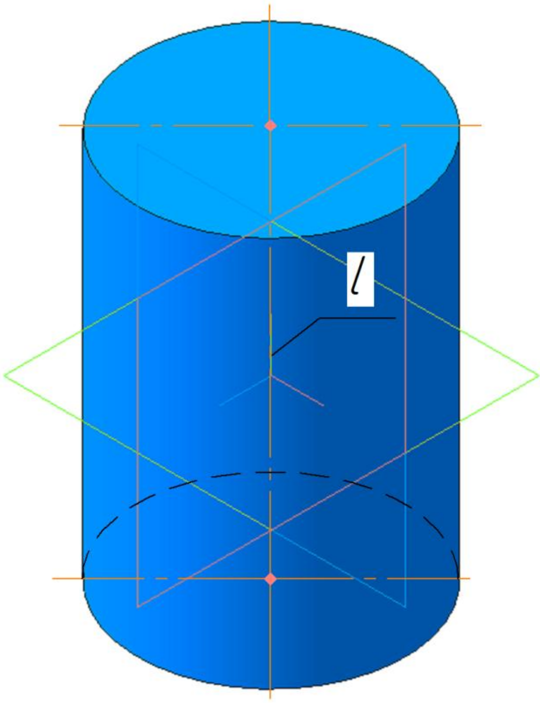


Рис. 46. Множество точек, удалённых от прямой

2.2. Способ замены плоскостей проекций

Вид проекции зависит от взаимного положения объекта проецирования и плоскости проекций. Проецируемый геометрический образ может занимать по отношению к плоскости проекции рациональное и нерациональное положения. В начертательной геометрии задачи решаются графически. От положения объектов в пространстве зависит количество графических построений. Задачи решаются проще, если геометрический образ занимает частное положение относительно плоскости проекций.

Переход от общего положения геометрической фигуры к частному можно осуществить за счёт изменения взаимного положения проецируемой фигуры и плоскости проекций. При ортогональном проецировании это можно достигнуть перемещением плоскостей проекций в новое положение, по отношению к которому проецируемая фигура, не меняющая своего положения, окажется в частном положении – это *метод замены плоскостей проекций*.

В этом случае решение задач упрощается (см. рис. 7, рис. 44).

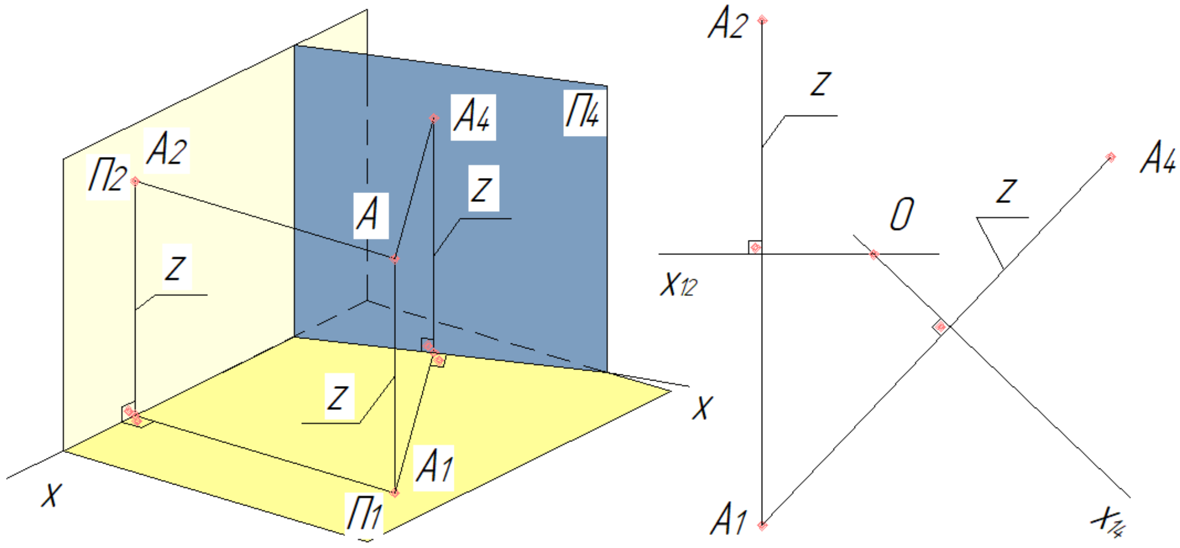
Сущность способа замены плоскостей проекций заключается в том, что геометрические образы (точки, прямые, плоскости, поверхности) не меняют своего положения в пространстве, а система плоскостей $П_2$, $П_1$ дополняется новыми плоскостями, образующими с $П_2$ или $П_1$, или между собой системы двух взаимно-перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций. Каждая новая система выбирается так, чтобы получить положение, наиболее удобное для выполнения требуемого построения.

На рис. 47 показано преобразование точки А из системы $П_2$ /$П_1$ в систему $П_4$/$П_1$. Плоскость $П_2$ заменена на $П_4$. При замене свойства параллельного проецирования сохраняются: $П_4$ перпендикулярна $П_1$.

Из чертежа видно, что при проецировании точки А на плоскость $П_4$ координаты Z точки А остаются неизменными. Для построения комплексного чертежа, необходимо совместить плоскость $П_4$ с плоскостью $П_1$.

Способ замены плоскостей проекций включает четыре основные задачи:

1. Прямую общего положения преобразовать в прямую уровня.
2. Прямую общего положения преобразовать в проецирующую прямую.
3. Плоскость общего положения преобразовать в проецирующую плоскость.
4. Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня.



а) б)

Рис. 47: Аппарат проецирования при замене плоскостей проекций:

а) – наглядный чертёж; б) – комплексный чертёж

Задача 1: *Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня (определение длины отрезка)* (см. рис. 48).

Решение:

1. Пусть прямая задана отрезком АВ. По чертежу видно, что это прямая общего положения, т.к. ни одна из проекций не параллельна и не перпендикулярна оси X_{12}. Поэтому, чтобы прямая стала линией уровня, например, фронталью относительно новой системы плоскостей, следует плоскость $П_2$ заменить на $П_4$, параллельную отрезку АВ.

2. $П_4$ должна быть перпендикулярна $П_1$. Тогда новая ось X_{14}, будет параллельна горизонтальной проекции отрезка A_1B_1. Проводят её на любом расстоянии от A_1B_1.

3. Из точек A_1 и B_1 проводят линии связи перпендикулярно оси X_{14} и откладывают на них высоты точек А и В ($Z_{A,}$ Z_B). Получают новые проекции точек A_4 и B_4, соединяют их.

4. Таким образом, прямая АВ в новой системе плоскостей проекций $П_1/П_4$ стала прямой уровня, параллельна плоскости $П_4$.

Проекция A_4B_4 является натуральной величиной отрезка AB. Кроме натуральной величины отрезка, определяется угол наклона α° отрезка к плоскости $П_1$.

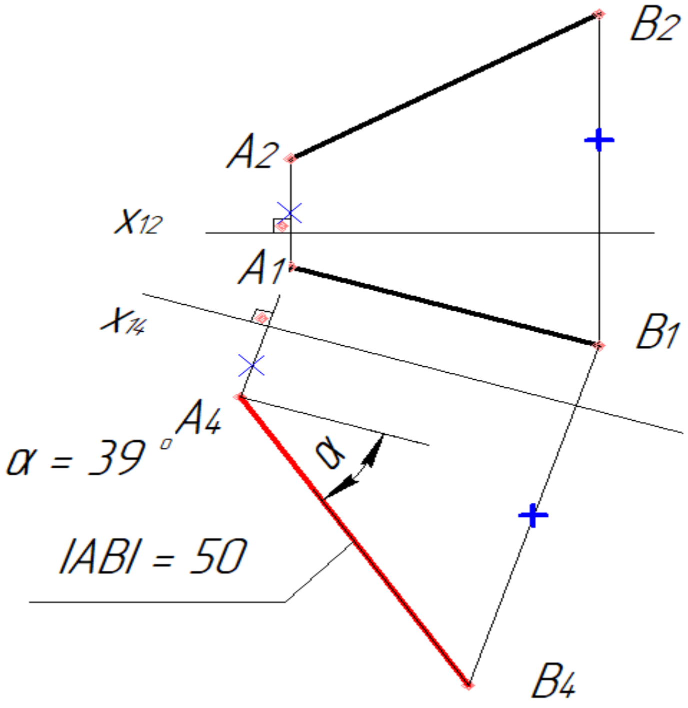


Рис. 48. Первая основная задача при замене плоскостей

Задача 2: *Преобразовать прямую общего положения в проецирующую прямую* (см. рис. 49).

Решение:

1. Замены одной плоскости в этом случае недостаточно, т.к. сразу ввести плоскость, чтобы она была перпендикулярна и отрезку и одной из плоскостей проекций, невозможно. Поэтому задачу решают двумя преобразованиями.

2. Первый этап – данную прямую преобразовывают в прямую уровня (см. задачу 1). Второй этап – от системы плоскостей $П_1/П_4$ переходят к системе $П_4/П_5$. Плоскость $П_5$ вводят перпендикулярно прямой AB и плоскости $П_4$. Тогда новая ось X_{45}, будет перпендикулярна проекции A_4B_4. Линия связи совпадёт с A_4B_4. От оси X_{45} по линии связи откладывают отрезок, равный глубине точек прямой AB относительно

плоскости $П_4$, и получают проекцию прямой на плоскости $П_5$ в виде точки $A_5 = B_5$. В результате данных построений прямая АВ становится проецирующей относительно плоскости $П_5$.

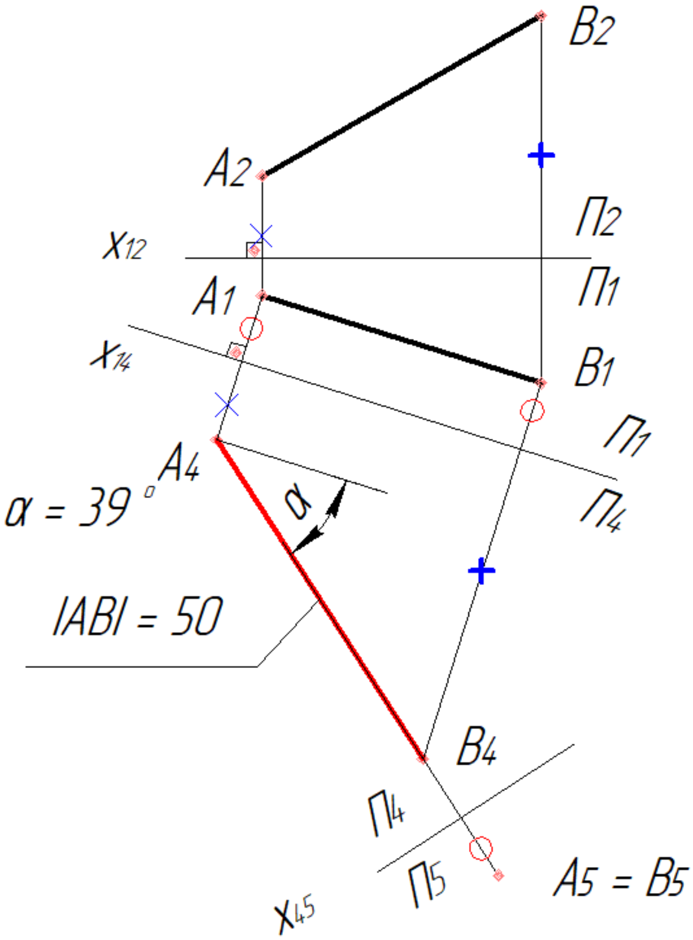


Рис. 49. Вторая основная задача при замене плоскостей

Задача 3: *Преобразовать плоскость общего положения в проецирующую плоскость* (см. рис. 50).

Решение:

1. Пусть плоскость общего положения будет задана треугольником ∑ (Δ АВС). Чтобы сделать эту плоскость фронтально-проецирующей, нужно заменить плоскость $П_2$ на новую плоскость $П_4$, перпендикулярную данной плоскости ∑ (Δ АВС).

2. Переходят от системы $П_2/П_1$ к системе $П_1/П_4$. Для этого в плоскости ∑ (Δ АВС) проводят горизонталь h (h_1, h_2), новая ось X_{14} будет перпендикулярна h_1.

3. Тогда плоскость $П_4$ будет перпендикулярна к незаменяемой плоскости $П_1$. Горизонталь h и плоскость ∑ (Δ ABC) станут проецирующими относительно плоскости $П_4$. Угол α° – угол наклона плоскости ∑ (Δ ABC) к горизонтальной плоскости проекций $П_1$.

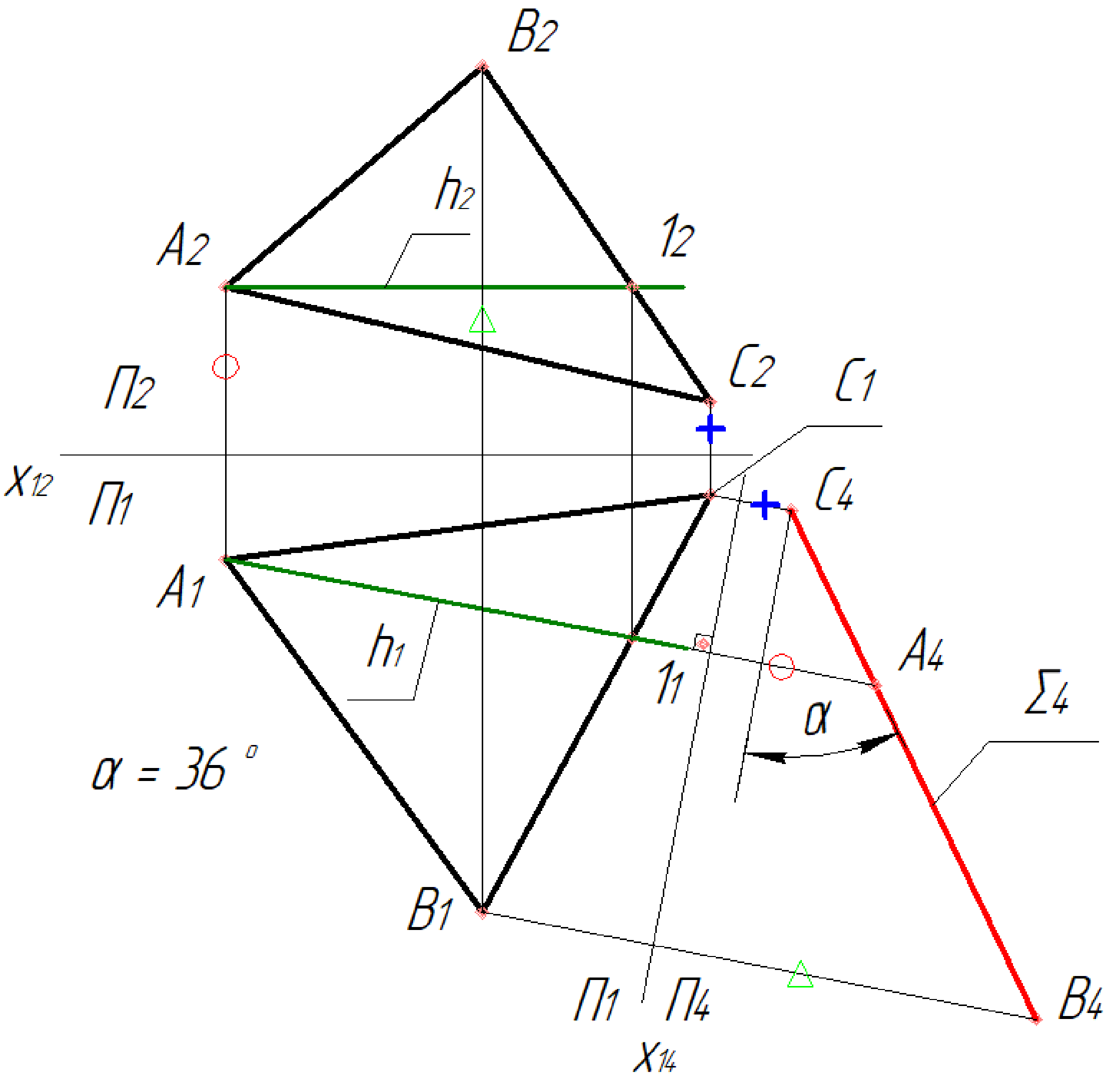


Рис. 50. Третья основная задача при замене плоскостей

Задача 4: *Преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня* (см. рис. 51).

Решение:

1. Пусть плоскость общего положения будет задана треугольником ∑ (Δ ABC). Данная задача выполняется в две замены, решается на основе третьей задачи. Первый этап – плоскость ∑ (Δ ABC) преобразуют в проецирующую $\sum_4$.

2. Второй этап – от системы $П_1/П_4$ переходят к системе $П_4/П_5$. Плоскость $П_5$ вводят параллельно уже проецирующей плоскости. Ось X_{45} будет параллельна проекции $\sum_4$. На плоскость $П_5$ Δ ABC проецируется в натуральную величину, проекция $A_5B_5C_5$ равна натуральной величине треугольника ABC.

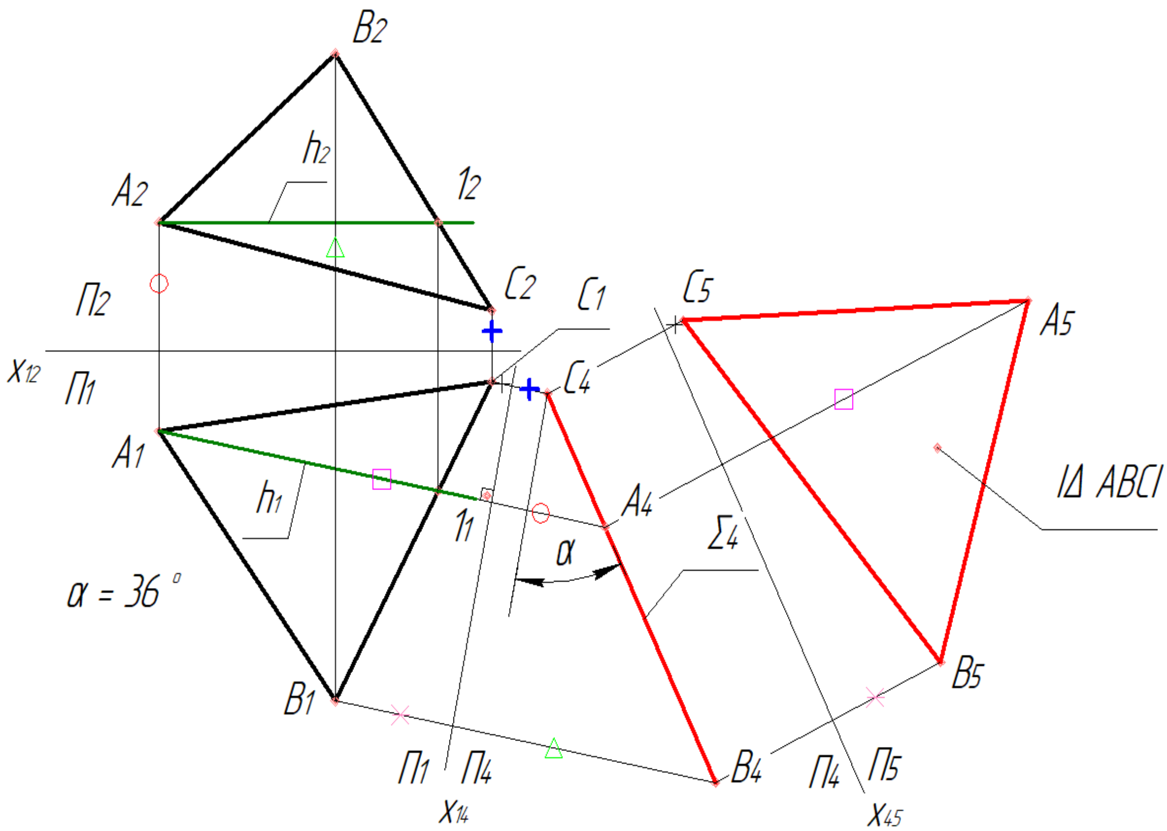


Рис.51. Четвёртая основная задача при замене плоскостей

2. 3. Вопросы входного контроля

1. Сущность способа замены плоскостей проекций.
2. Какие координаты остаются неизменными при замене плоскости $П_2$ на $П_4$ и $П_1$ на $П_4$?
3. Как нужно ввести новую плоскость, чтобы прямую общего положения преобразовать в прямую уровня?
4. Сколько нужно выполнить замен и какие, чтобы прямую общего положения преобразовать в проецирующую?
5. Как нужно ввести новую плоскость, чтобы плоскость общего положения преобразовать в проецирующую?
6. Сколько нужно выполнить замен и какие, чтобы плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня?

2. 4. Примеры решения задач

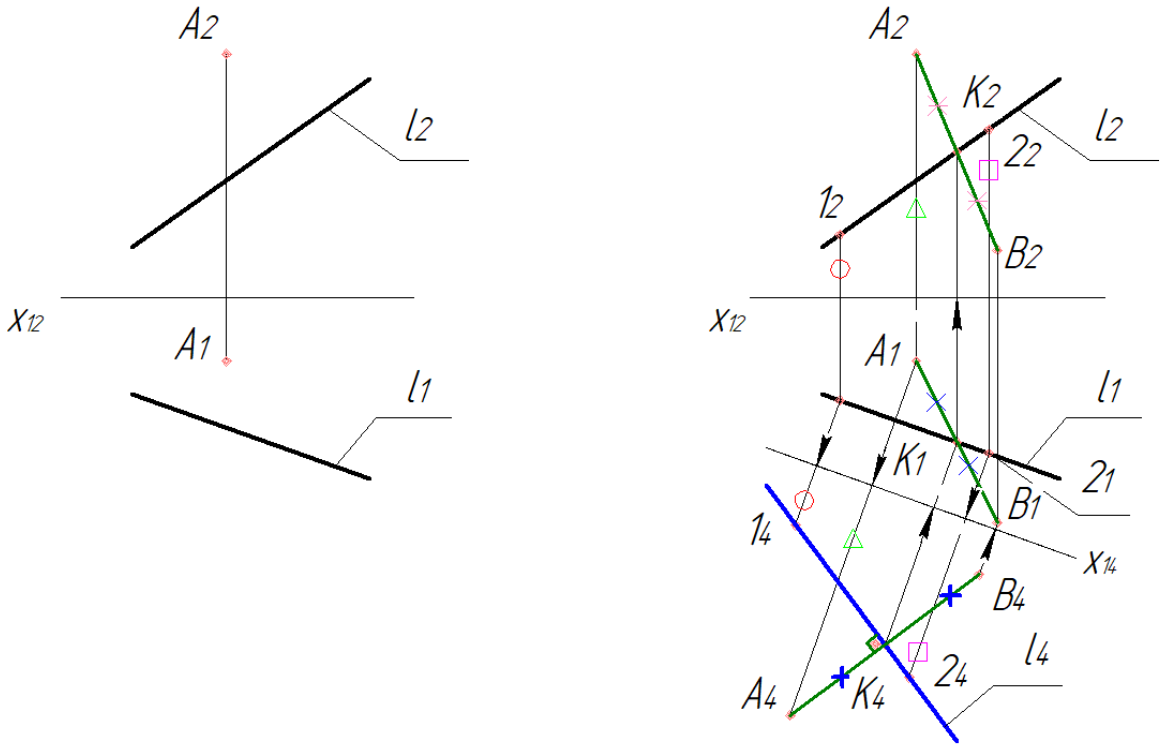
Задача 1: *Построить точку В симметричной точке А относительно прямой l* (см. рис. 52).

Решение:

1. Чтобы построить точку В симметричной точке А относительно прямой l , необходимо из точки А к прямой l провести перпендикуляр. Прямая l общего положения, её нужно преобразовать в прямую уровня, только тогда можно строить перпендикуляр (*теорема проецирования прямого угла*). Плоскость $П_2$ заменяют на $П_4$, которую вводят параллельно прямой l . Ось X_{14} проводят параллельно l_1.
2. На прямой l произвольно берут две точки 1 и 2. На плоскость $П_4$ отрезок $1_4 2_4$ проецируется в натуральную величину. На эту же плоскость проецируют точку $A(A_4)$.

3. Из A_4 проводят перпендикуляр к $1_4 2_4(l_4)$. Определяют проекцию точки пересечения его K_4 с проекцией прямой l_4.

4. Далее откладывают по перпендикуляру от K_4 расстояние A_4K_4 в другую сторону и обозначают точку B_4, которую возвращают на старые плоскости проекций, обозначают B_1 и B_2.



а) б)

Рис. 52. Задача 1: а) – условие задачи; б) – решение задачи

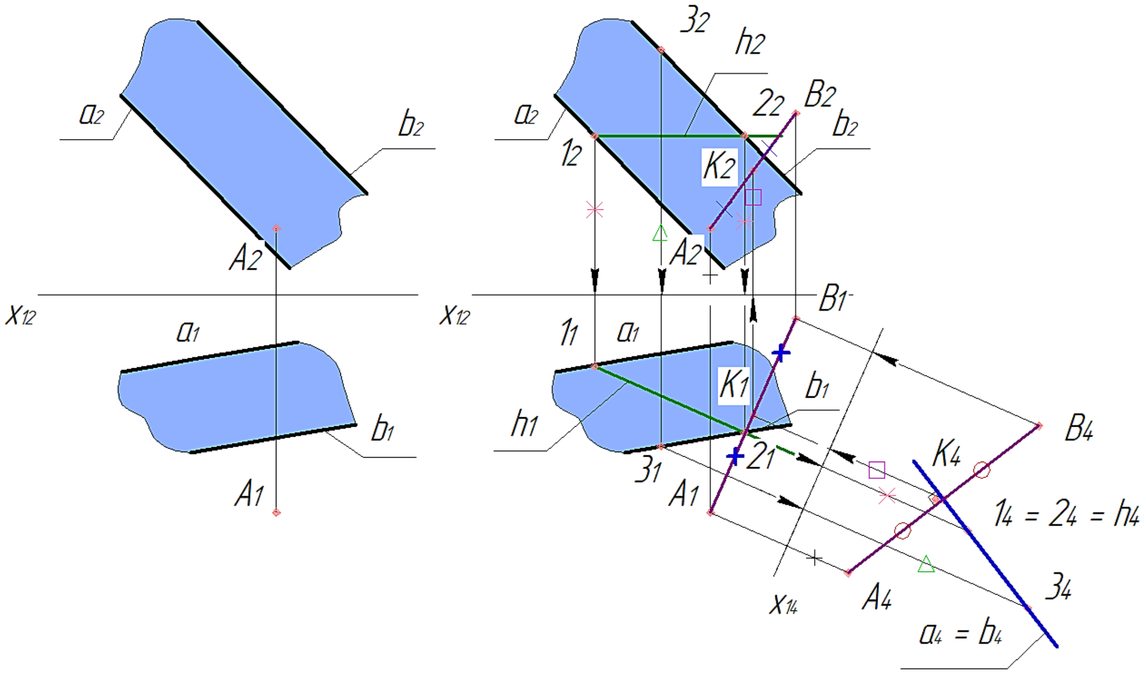
Задача 2: Построить *точку В симметричной точке А относительно плоскости Г (a ∥ b)* (см. рис. 53).

Решение:

1. Точка В симметричной точке А относительно плоскости Г будет находиться на перпендикуляре к плоскости Г, проведённом из точки А. Чтобы к плоскости восстановить перпендикуляр, необходимо её преобразовать в проецирующую (*см. третью основную задачу*). Для этого в плоскости Г проводят горизонталь h.

2. Плоскость $П_4$ будет перпендикулярна плоскости Г, ось X_{14} – перпендикулярна $h(h_1)$. Плоскость Г ($a \parallel b$) относительно $П_4$ стала фронтально-проецирующей, $a_4=b_4$.

3. Из A_4 восстанавливают перпендикуляр к этой линии, обозначают точку K_4. Далее от K_4 в другую сторону по перпендикуляру откладывают расстояние, равное A_4K_4 и отмечают точку B_4, которую возвращают на старые плоскости проекций $П_1$ и $П_2$, обозначают точки B_1 и B_2.



а) б)

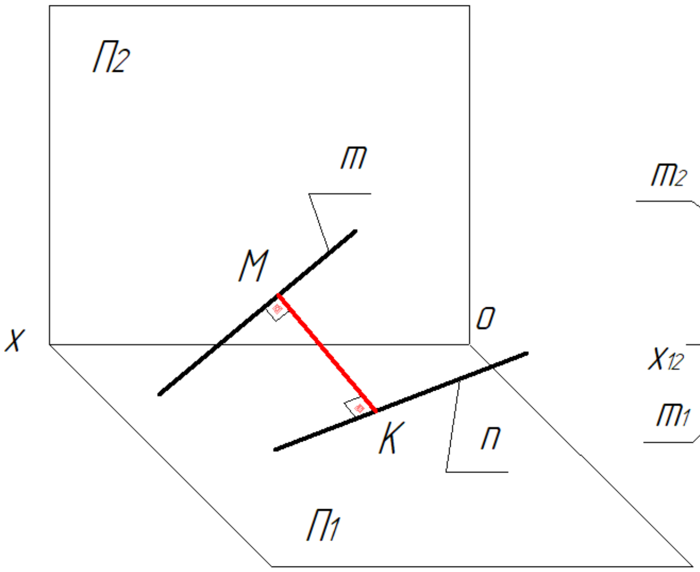
Рис. 53. Задача 2: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 3: *Определить расстояние между скрещивающимися прямыми m и n* (см. рис. 54).

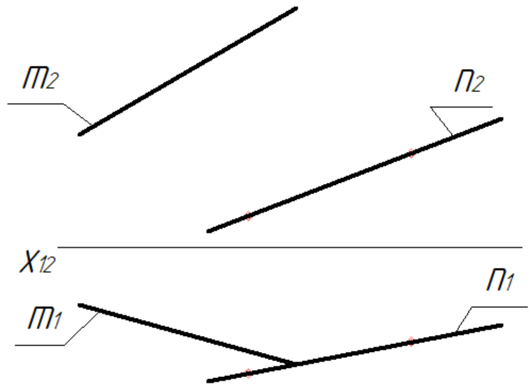
Решение:

1. Данное расстояние определяется длиной общего перпендикуляра КМ к заданным прямым m и n. Для его определения нужно преобразовать одну из прямых в проецирующую. Задача

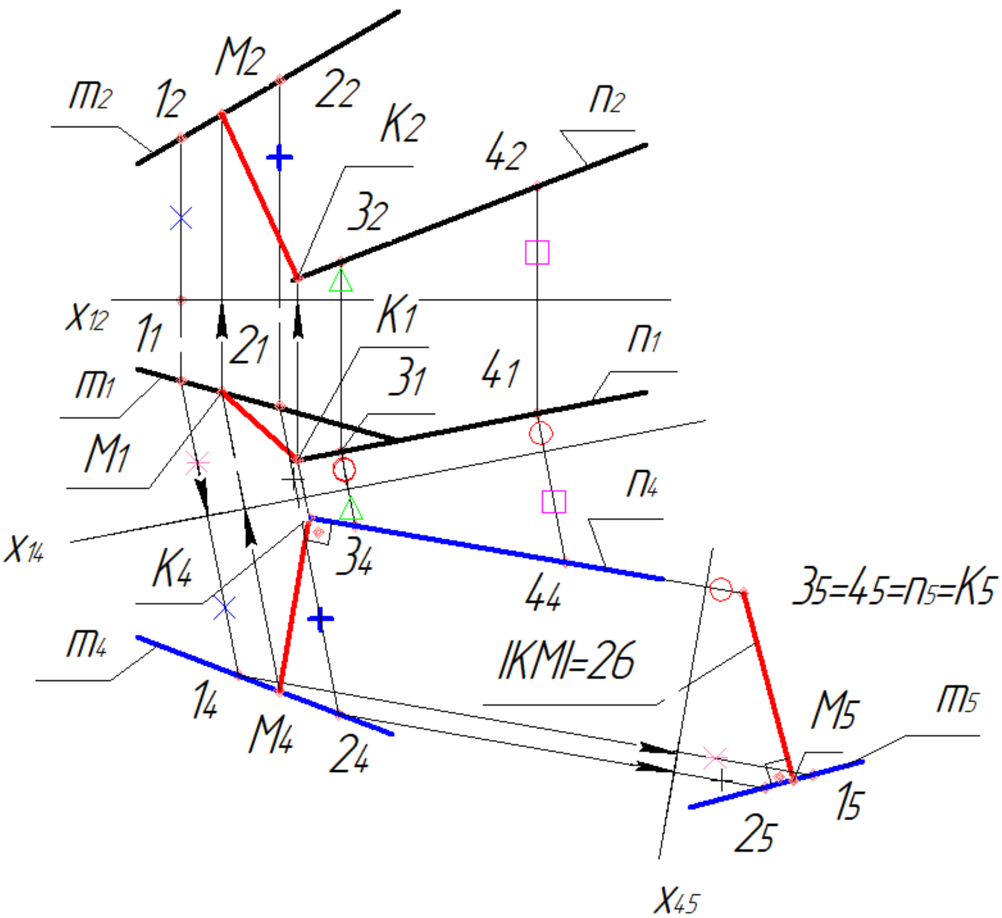
решается на основе *второй основной* (см. раздел 2.2). Проводят две замены.



а)



б)



в)

Рис. 54. Задача 3: а) – наглядный чертёж; б) – условие задачи; в) - решение задачи

2. *Первая замена:* от системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_4/П_1$. Плоскость $П_4$ вводят параллельно прямой n. Ось X_{14} параллельна $n(n_1)$. Прямая n на плоскость $П_4$ проецируется в натуральную величину – фронталь.

3. *Вторая замена:* от системы $П_4/П_1$ переходят к системе $П_4/П_5$. Плоскость $П_5$ вводят перпендикулярно n (n_1, n_4) – фронтали. Тогда ось X_{45} будет перпендикулярна $n(n_4)$. На плоскость $П_5$ прямая n проецируется в точку n_5. Прямая m останется в новой системе плоскостей прямой общего положения.

4. Из n_5 опускают перпендикуляр к m_5, обозначают точку M_5, точка $K_5 = n_5$. K_5M_5 – длина общего перпендикуляра КМ. Точки К и М возвращают на плоскости проекций $П_4$, $П_1$, $П_2$.

Задача 4: *Построить проекции окружности, принадлежащей плоскости* $\sum$ *(a ∥ b), с центром О и радиусом 10мм* (см. рис. 55).

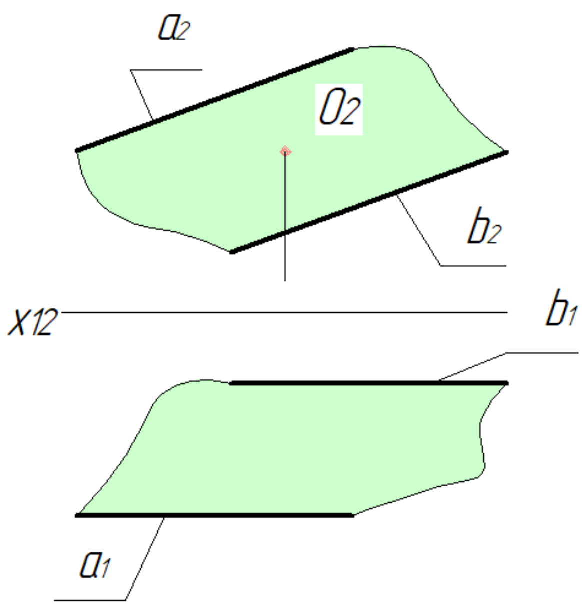
Решение:

1. Для построения окружности определяют горизонтальную проекцию центра О (O_1) по правилу принадлежности точки плоскости через прямую (1,2). Затем плоскость $\sum$ преобразуют в натуральную величину – плоскость уровня, выполняя при этом две замены.

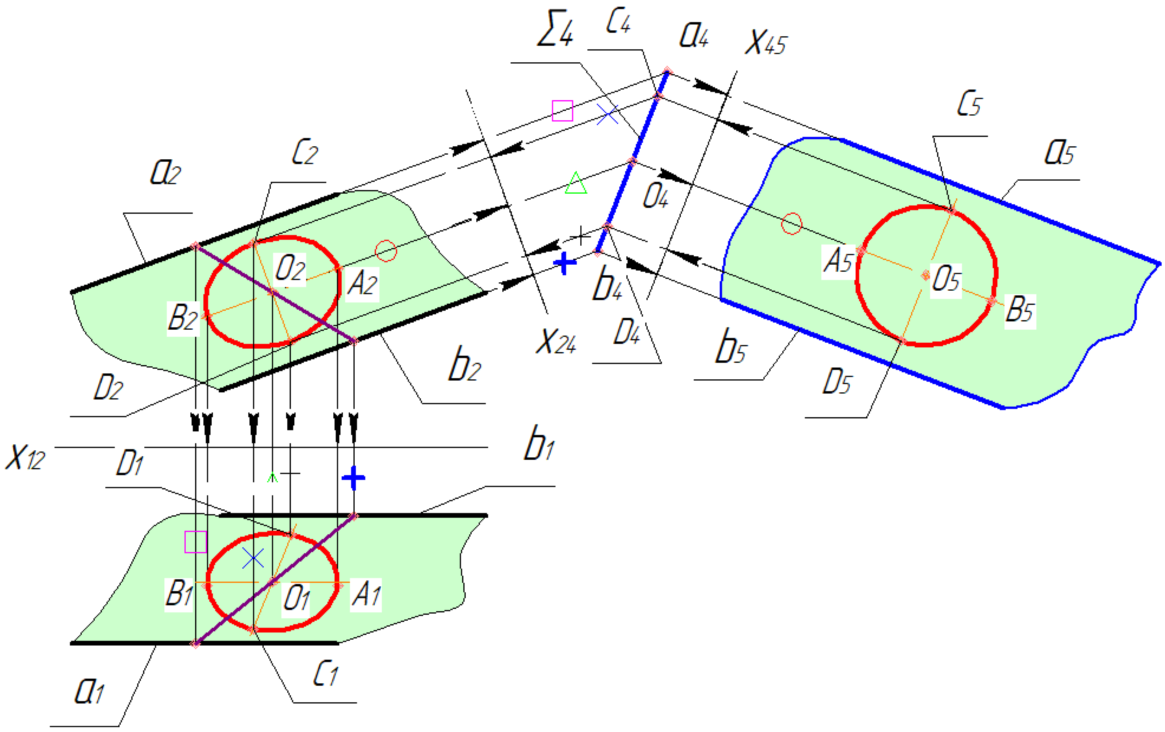
2. *Первая замена:* от системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_2/П_4$. Плоскость $П_4$ перпендикулярна плоскости $\sum$, тогда ось X_{24} перпендикулярна a_2, b_2, т.к. эти прямые фронтали. На плоскость $П_4$ плоскость $\sum$ и центр О проецируются в линию $\sum_4$. Плоскость $\sum$ стала горизонтально-проецирующей.

3. *Вторая замена*: от системы $П_2/П_4$ переходят к системе $П_4/П_5$, плоскость $П_5$ параллельна плоскости $\sum$ ($\sum_4$), ось будет параллельна линии $\sum_4$. На плоскость $П_5$ заданная плоскость $\sum$ (a ∥ b) проецируется в натуральную величину (плоскость уровня), сюда же проецируется центр О (O_5).

4. Из точки O_5 радиусом 10 мм проводят окружность, отмечают точки на диаметрах окружности A_5, B_5 и C_5, D_5. Затем по принадлежности плоскости $\sum$ возвращают эти точки в старую систему плоскостей $П_2/П_1$. $C_2D_2 \parallel X_{24}$; $O_2B_2=O_2A_2=R$. На эти плоскости окружность отобразится эллипсами.



а)



б)

Рис. 55. Задача 4: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 5: *Построить прямоугольный треугольник ABC с катетом BC на прямой MN, исходя из условия, что острый угол C равен 40°* (см. рис. 56: а, б).

Решение:

1. Точка A и прямая MN задают плоскость. Нужно эту плоскость преобразовать в плоскость уровня. Для этого выполняют две замены.

2. *Первая замена*: от системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_4/П_1$. Плоскость $П_4$ вводят перпендикулярно плоскости (A, MN). Через точку A проводят горизонталь, ось X_{14} перпендикулярна $h(h_1)$.

3. На плоскость $П_4$ заданная плоскость проецируется в линию M_4N_4, занимает фронтально- проецирующее положение.

4. *Вторая замена*: от системы $П_4/П_1$ переходят к системе $П_4/П_5$. Причём плоскость $П_5$ вводят параллельно фронтально-проецирующей плоскости, тогда ось X_{45} будет параллельна линии M_4N_4.

5. На плоскость $П_5$ заданная плоскость (A, MN) проецируется в натуральную величину – плоскость уровня (A_5, M_5N_5). По условию задачи в ней строят ΔABC. Затем возвращают его в старую систему плоскостей $П_2/П_1$.

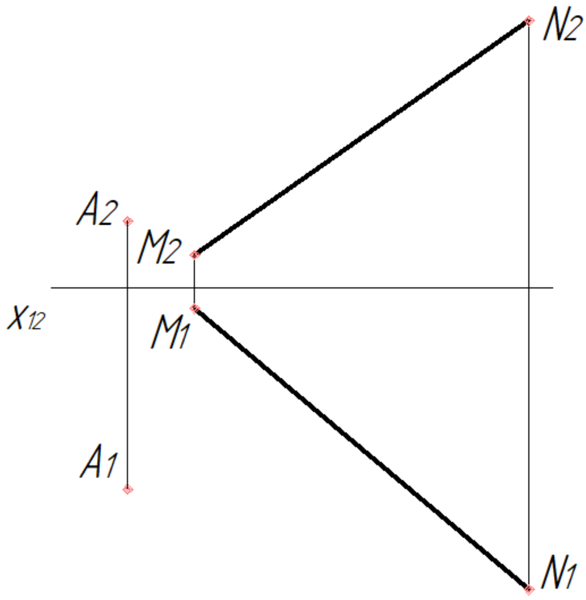


Рис. 56, а. Задача 5: условие задачи

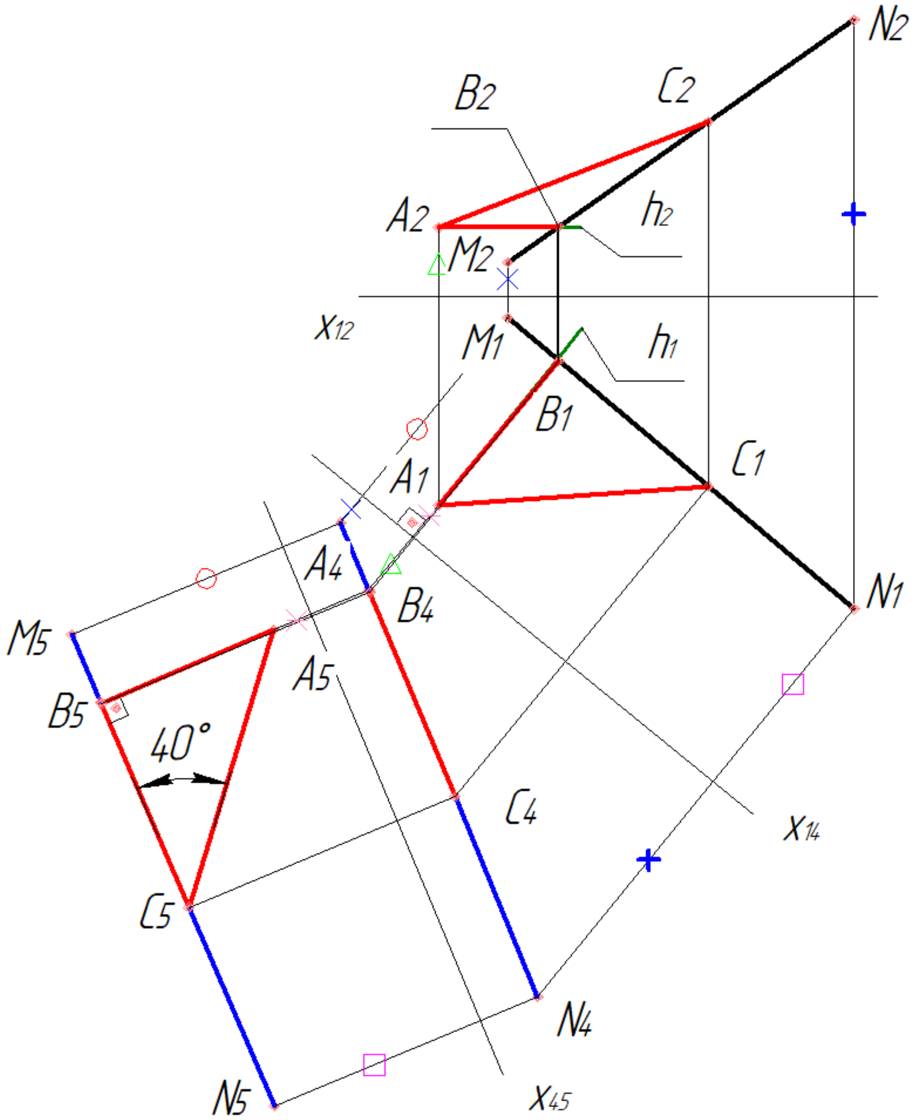


Рис. 56, б. Задача 5: решение задачи

Задача 6: *Из точки О описать сферу, касательную к плоскости Г (ΔАВС)* (см. рис. 57: а, б).

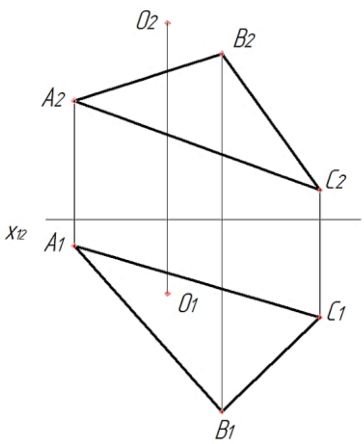


Рис. 57, а. Задача 6: условие задачи

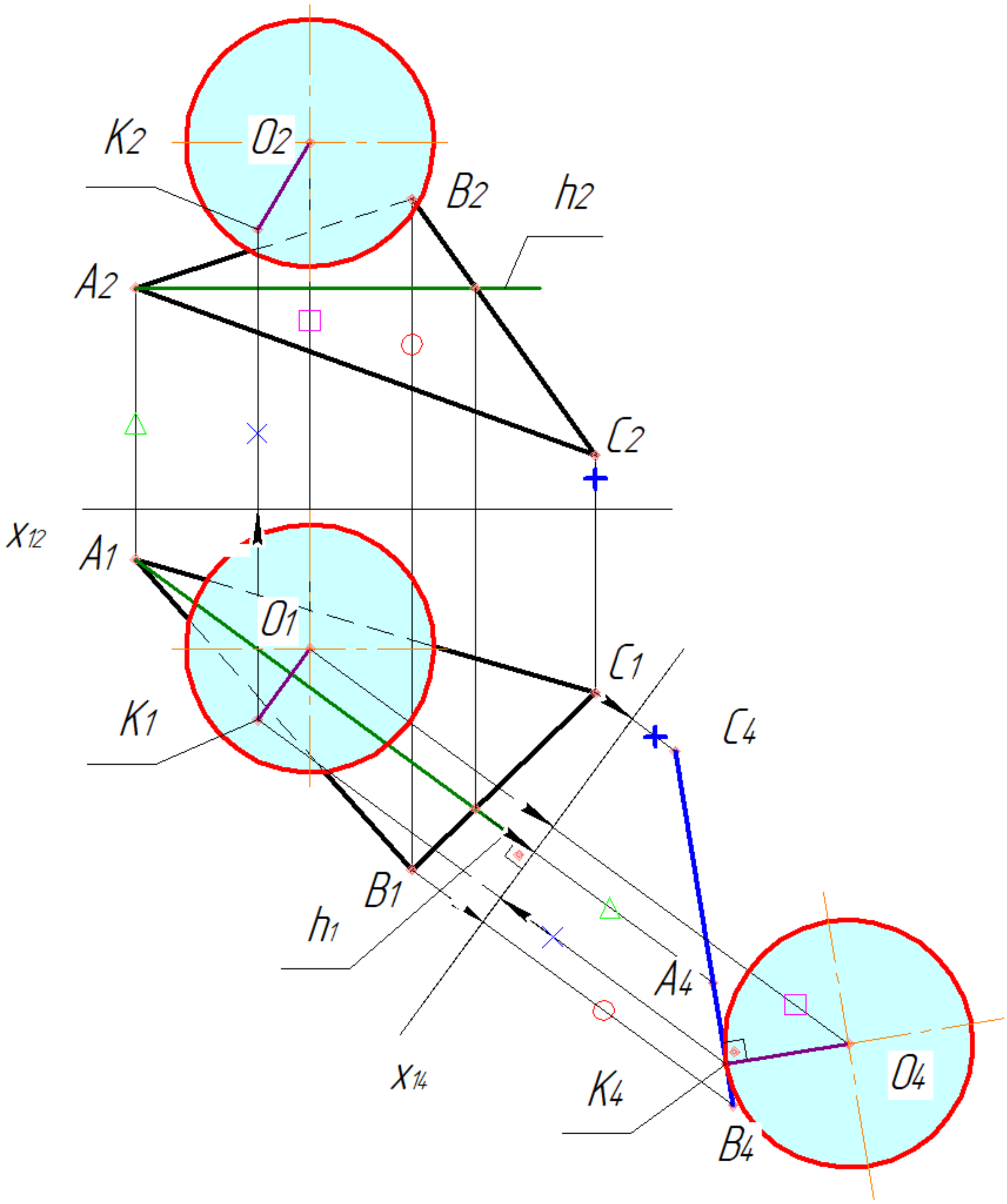


Рис. 57, б. Задача 6: решение задачи

Решение:

1. Необходимо плоскость Г(ΔАВС) преобразовать в проецирующую. От системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_4/П_1$. Плоскость $П_4$ вводят перпендикулярно Г(ΔАВС). Тогда ось X_{14} будет перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости Г(ΔАВС), $X_{14} \perp h_1$. На плоскость $П_4$ треугольник проецируется в линию $C_4A_4B_4$.

2. На $П_4$ проецируют точку О ($О_4$) – центр сферы. Далее опускают перпендикуляр из точки О ($О_4$) к $Г_4$, определяют точку касания К($К_4$). Расстояние от точки О до точки К будет радиусом сферы, $О_4К_4$ – натуральная величина.

3. Сфера на все плоскости проекций проецируется в окружность. Из точки О ($О_1$, $О_2$, $О_4$), как из центра сферы, радиусом ОК($О_4К_4$) описывают сферу.

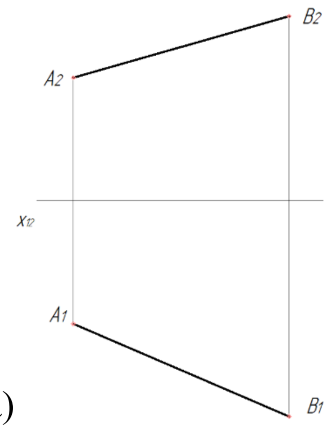
Задача 7: *Построить множество точек, равноудалённом от прямой АВ на расстояние 15 мм* (см. рис. 58: а, б).

Решение:

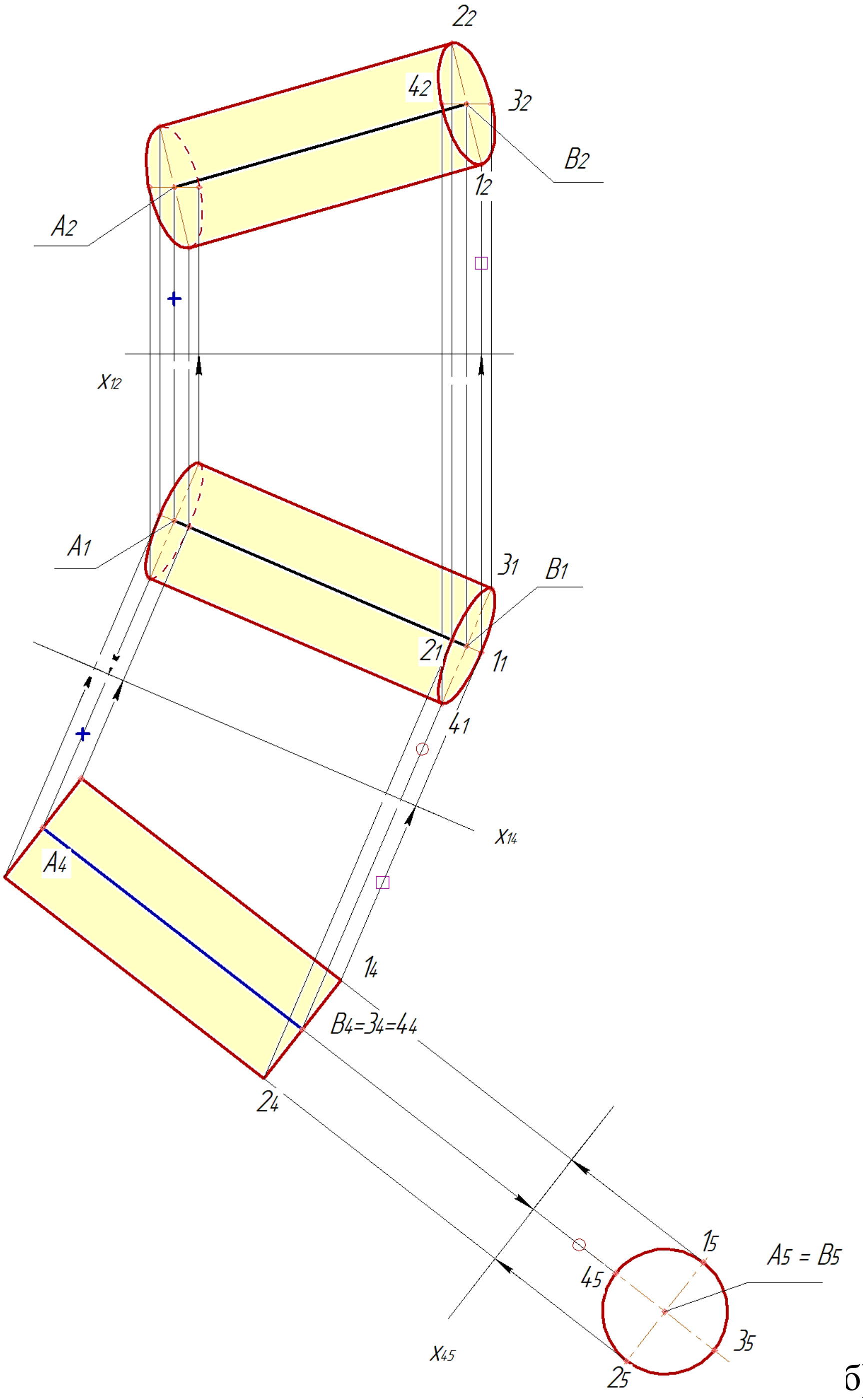
1. Данным множеством будет цилиндр с осью АВ, радиусом 15 мм. Прямая АВ общего положения, нужно её преобразовать в проецирующую. Цилиндр также будет перпендикулярен новой плоскости и отобразится на неё окружностью радиусом 15 мм. Для этого нужно выполнить две замены.

2. *Первая замена:* от системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_4/П_1$. Плоскость $П_4$ вводят параллельно прямой АВ, ось $X_{14} \parallel A_1B_1$. На плоскость $П_4$ прямая АВ проецируется в натуральную величину, прямую уровня – фронталь.

3. *Вторая замена:* от системы $П_4/П_1$ переходят к системе $П_4/П_5$. Плоскость $П_5$ вводят перпендикулярно фронтали, ось $X_{45} \perp A_4B_4$ (натуральная величина). На плоскость $П_5$ прямая АВ проецируется в точку $A_5 = B_5$. Из этой точки как из центра проводят окружность радиусом 15 мм. Это будет вырожденная проекция цилиндра. Затем возвращают его в систему плоскостей $П_1/П_2$.



а)



б)

Рис. 58. Задача 7: а) – условие задачи; б) - решение задачи

Задача 8: *Определить натуральную величину сечения призмы плоскостью* $\sum$ (см. рис. 59).

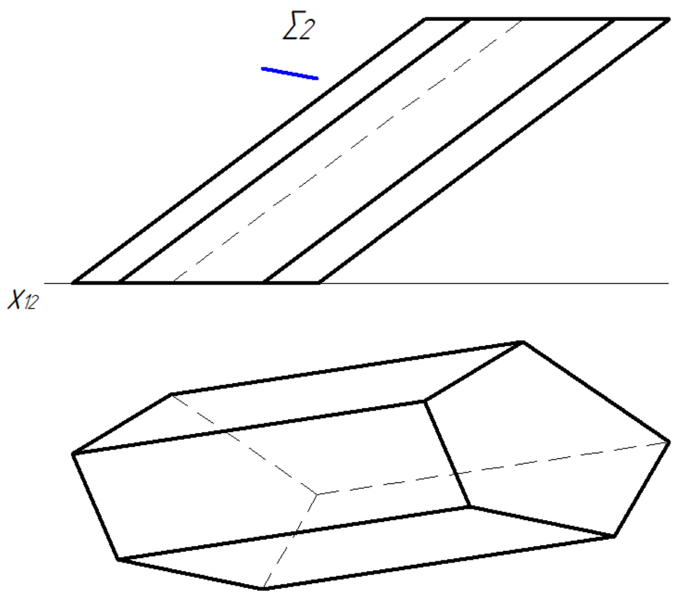
Решение:

1. Строят линию пересечения призмы плоскостью $\sum$. По *частному алгоритму* (*пересечение геометрических образов*) фронтальная проекция линии пересечения совпадёт с вырожденной проекцией плоскости $\sum$ ($\sum_2$). Плоскость $\sum$ занимает фронтально-проецирующее положение. Обозначают точки в пересечении $\sum_2$ с образующими(рёбрами) призмы: $\sum = A_2B_2C_2D_2E_2$.

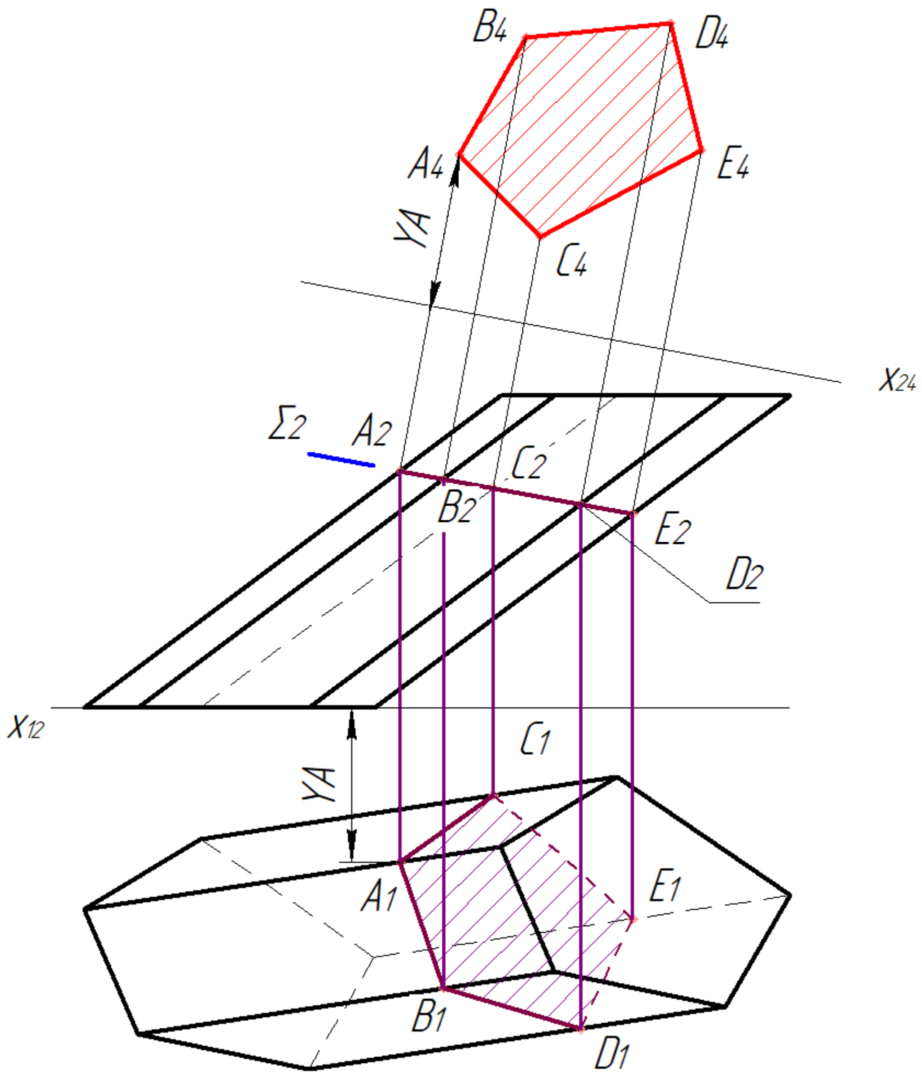
2. Горизонтальную проекцию линии сечения определяют по принадлежности линиям каркаса призмы – образующим. Обозначают точки A_1. B_1, C_1, D_1, E_1. Соединяют полученные точки. Линия сечения представляет пятиугольник.

3. Чтобы определить натуральную величину сечения, нужно плоскость $\sum$ преобразовать в плоскость уровня. Для этого достаточно от системы $П_2/П_1$ перейти к системе $П_2/П_4$.

4. Плоскость $П_4$ вводят параллельно $\sum$ ($\sum_2$), ось $X_{24} \parallel \sum_2$. От оси X_{24} по соответствующим линиям связи откладывают Y- ые координаты точек A, B, C, D, E. На плоскость $П_4$ сечение $A_4B_4C_4D_4E_4$ проецируется в натуральную величину.



а)



б)

Рис. 59. Задача 8: а) – условие задачи; б) – решение задачи

Задача 9: *Построить фронтальную проекцию прямой CD, если расстояние между параллельными прямыми AB и CD равно 15 мм* (см. рис. 60).

Решение:

1. Задачу решают двумя заменами. *Первая замена:* от системы $П_2/П_1$ переходят к системе $П_4/П_1$. Плоскость $П_4$ вводят параллельно прямым AB и CD, ось $X_{14} \parallel A_1B_1$. На плоскость $П_4$ прямая AB проецируется в натуральную величину (A_4B_4).

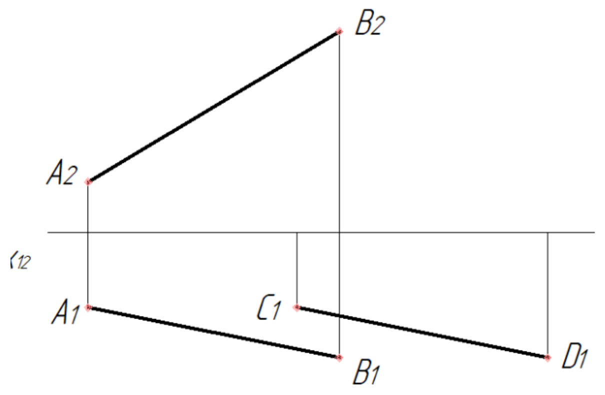
2. *Вторая замена:* от системы $П_4/П_1$ переходят к системе $П_4/П_5$. Плоскость $П_5$ вводят перпендикулярно прямой уровня AB(A_4B_4), ось $X_{45} \perp A_4B_4$. На плоскость $П_5$ прямая AB проецируется в точку $A_5 = B_5$.

3. Т.к. расстояние между прямыми 15 мм, из точки $A_5 = B_5$ проводят окружность радиусом 15 мм.

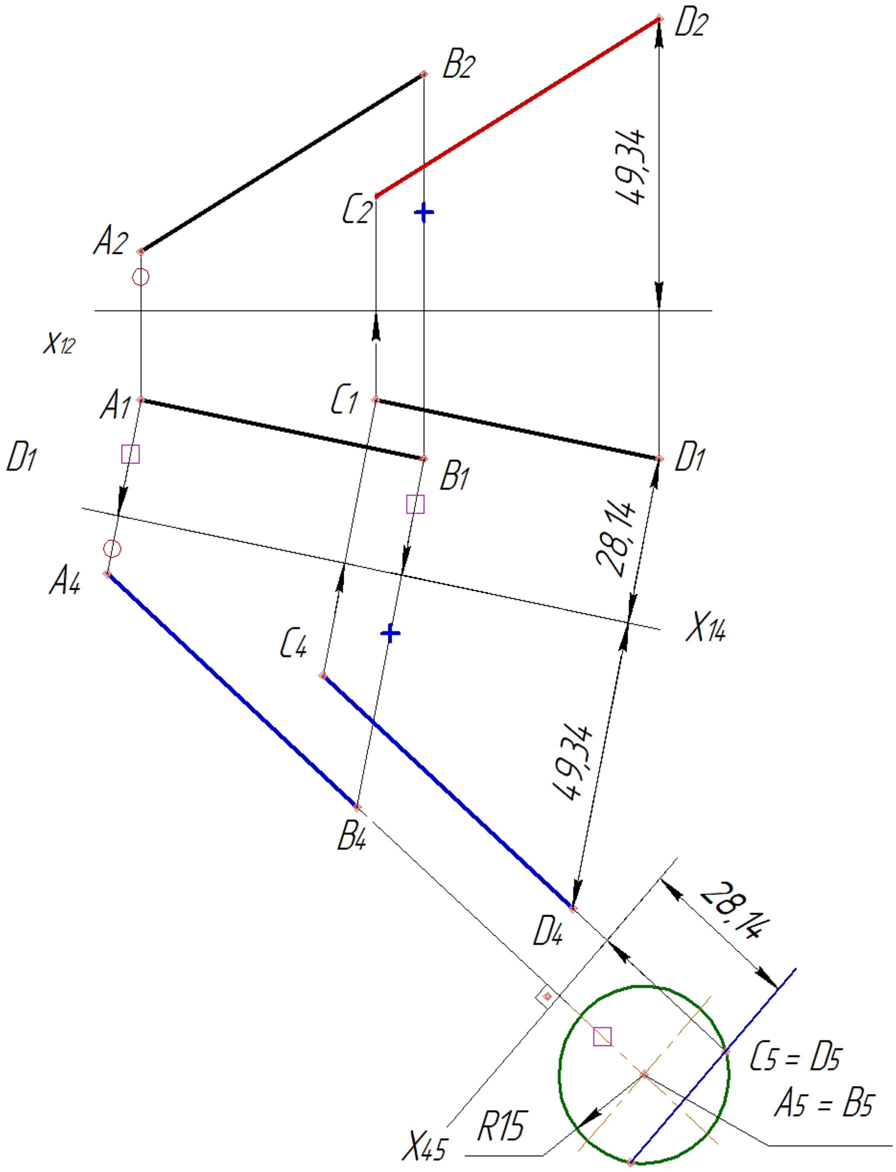
4. CD на плоскость $П_5$ также проецируется в точку $C_5 = D_5$. Для её построения параллельно оси $X4_{45}$ проводят прямую на расстоянии, равном от C_1D_1 до оси X_{14}.

5. Задача имеет два решения, т.к. окружность пересекается 2 раза. На рис. 60, б показано одно решение.

6. Затем прямую CD возвращают в систему $П_2/П_1$ и обозначают фронтальную проекцию C_2D_2.



а)



б)

Рис. 60. Задача 9: а) – условие задачи; б) – решение задачи

2.5. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Определить фронтальную проекцию точки A, если расстояние от точки A до прямой BC равно 15 мм (см. рис. 61).

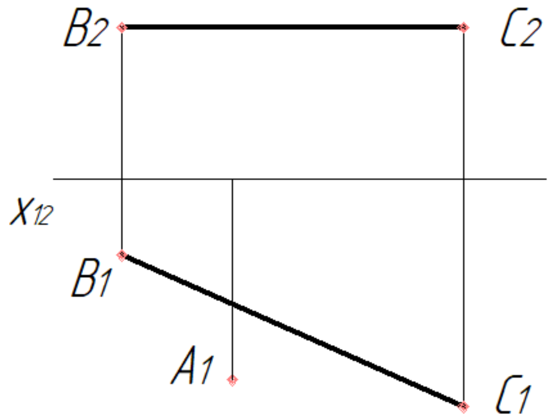


Рис. 61

2. На стороне BC найти точку, равноудалённую от сторон угла BAC (см. рис. 62).

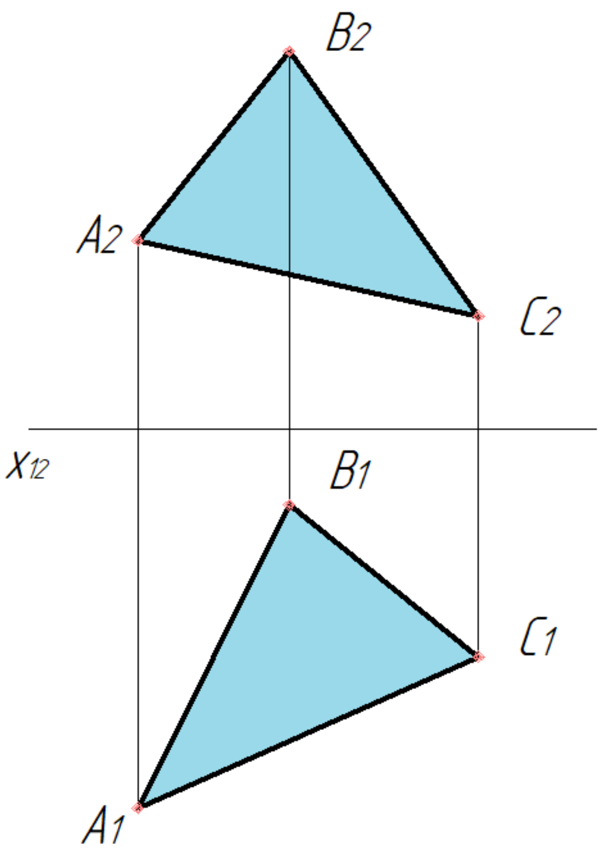


Рис. 62

Вариант 2

1. Описать из точки О сферу, касательную к плоскости Г (a ‖ b) (см. рис. 63).

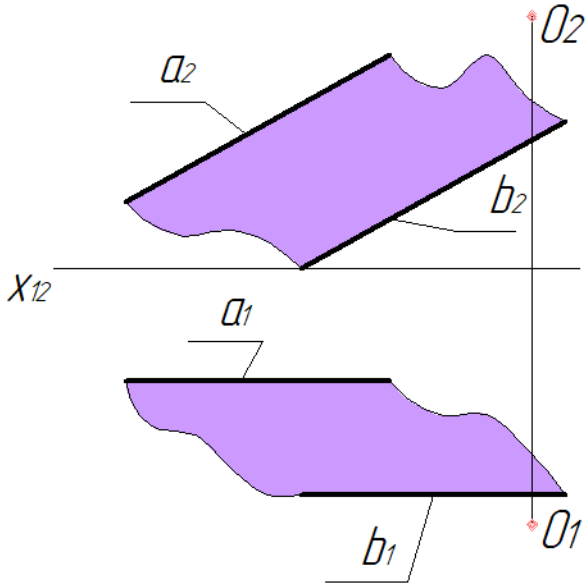


Рис. 63

2. Определить расстояние от точки А до прямой ВС (см. рис. 64).

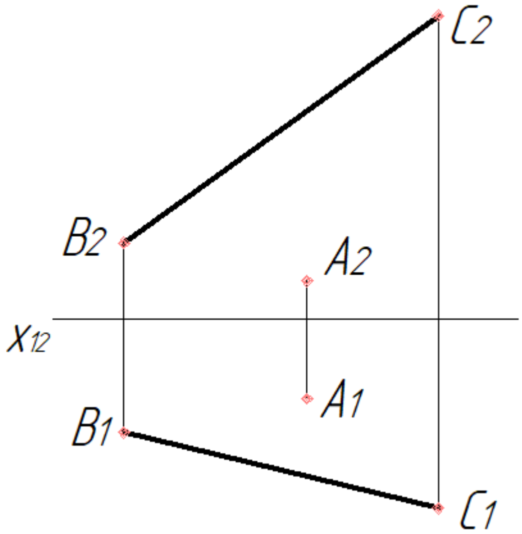


Рис. 64

Вариант 3

1. Определить горизонтальную проекцию точки К, удалённой от заданной плоскости ΔABC на 15 мм (см. рис.65).

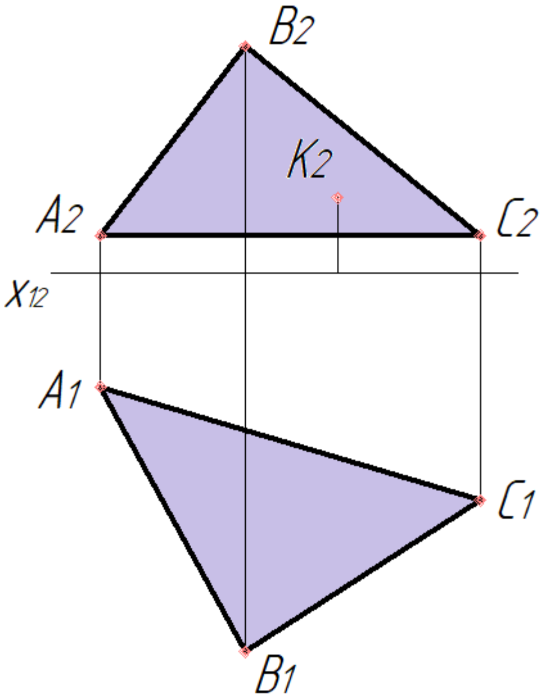


Рис. 65

2. Построить прямоугольный треугольник ABC с катетом BC на прямой MN, исходя из условия, что острый угол C равен 60° (см. рис. 66).

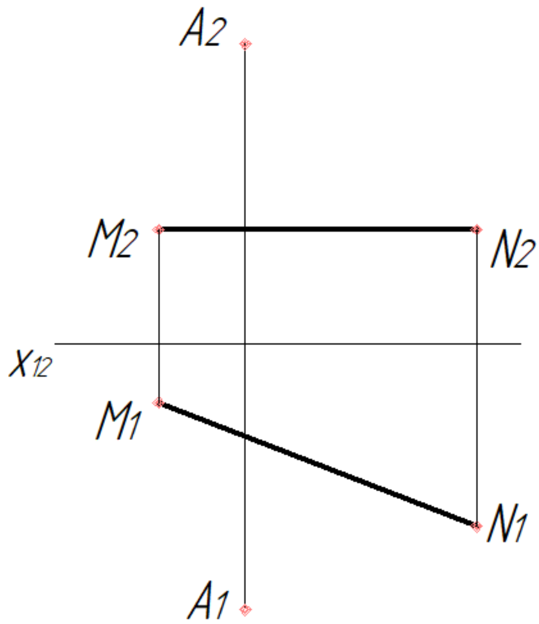


Рис. 66

Вариант 4

1. Определить расстояние между параллельными прямыми n и m (см. рис.67).

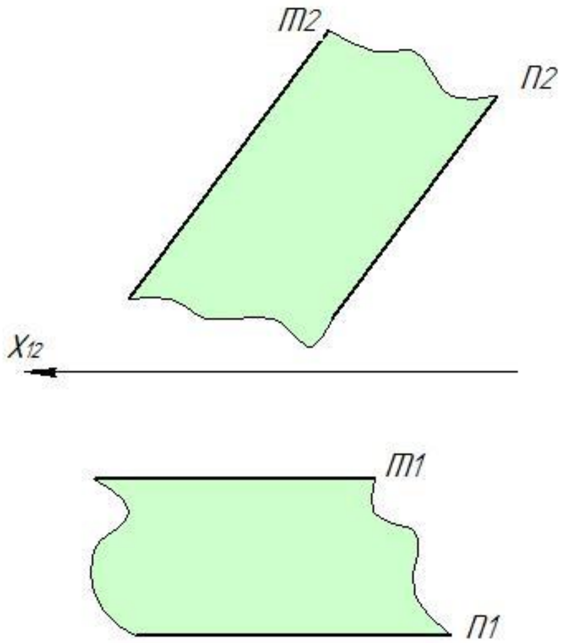


Рис. 67

2. Построить прямоугольник ABCD с большой стороной BC на прямой BM, исходя из условия, что отношение его сторон равно 2 (см. рис. 68).

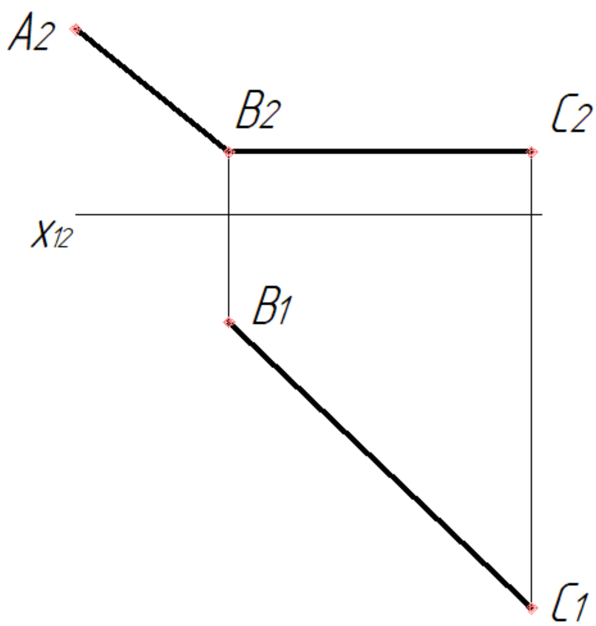


Рис. 68

Вариант 5

1. Построить проекции окружности, принадлежащей плоскости $\sum (a \parallel b)$, если даны её центр O (O_2) и радиус 10 мм (см. рис. 69).

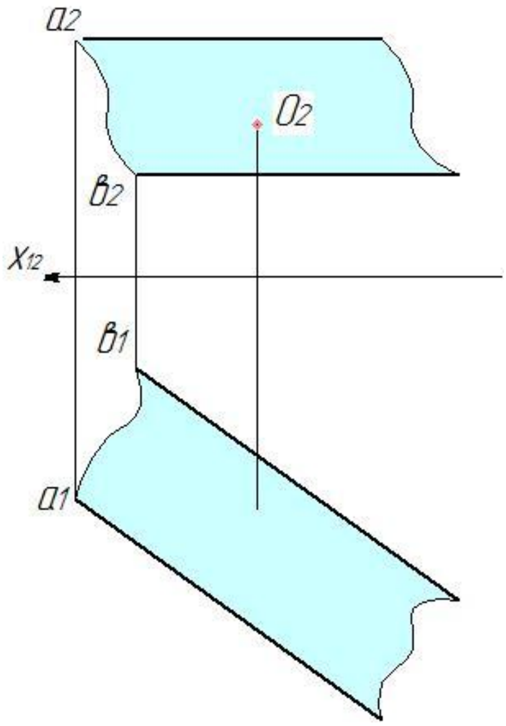


Рис. 69

2. Определить расстояние от вершины конуса до точки M, принадлежащей поверхности (см. рис. 70).

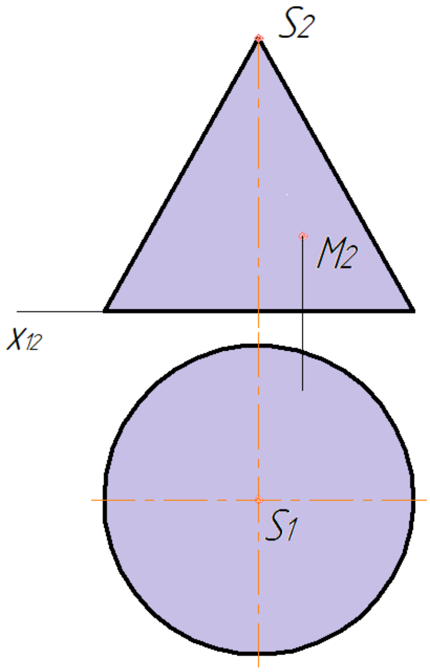


Рис. 70

Вариант 6

1. Определить длину образующей пирамиды SA (см рис. 71).

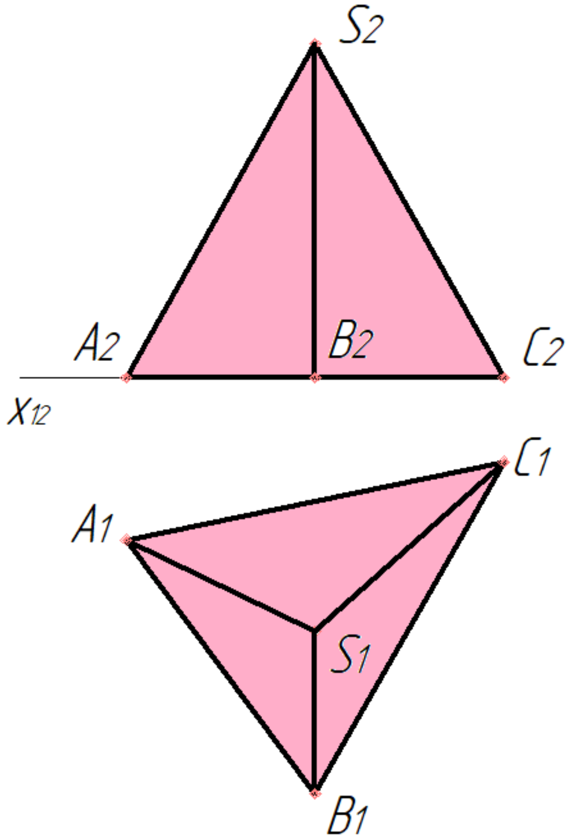


Рис. 71

2. Описать окружность вокруг треугольника ABC (см. рис. 72).

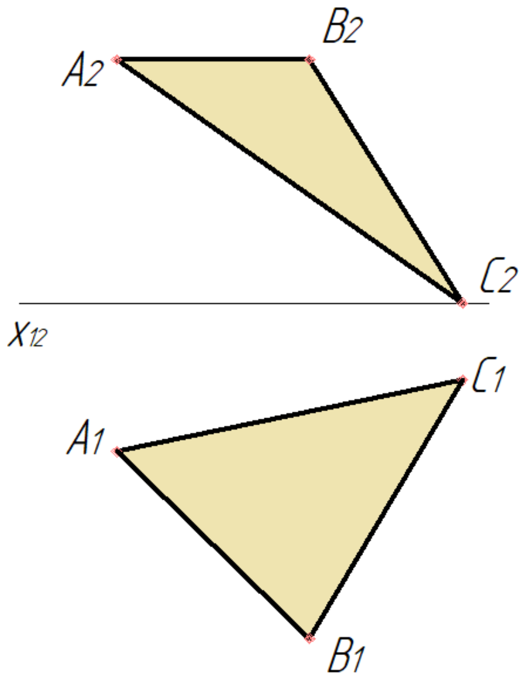


Рис. 72

Вариант 7

1. Построить равнобедренный треугольник ABC с основанием BC на прямой MN, если его боковая сторона больше высоты AK на 10 мм (см. рис. 73).

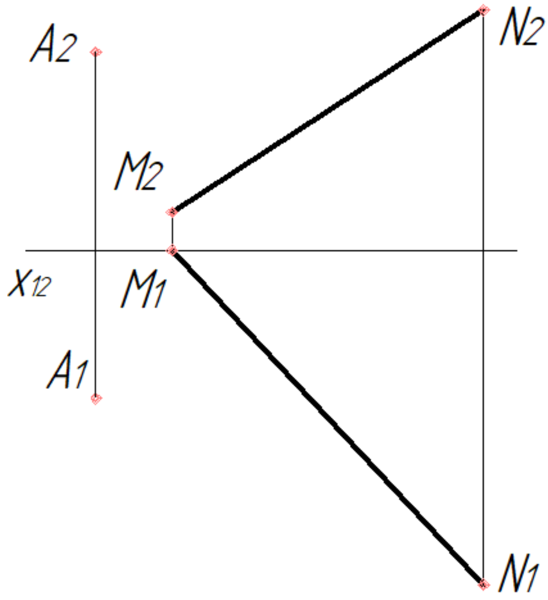


Рис.73

2. Определить расстояние между скрещивающимися прямыми AB и CE (см. рис. 74).

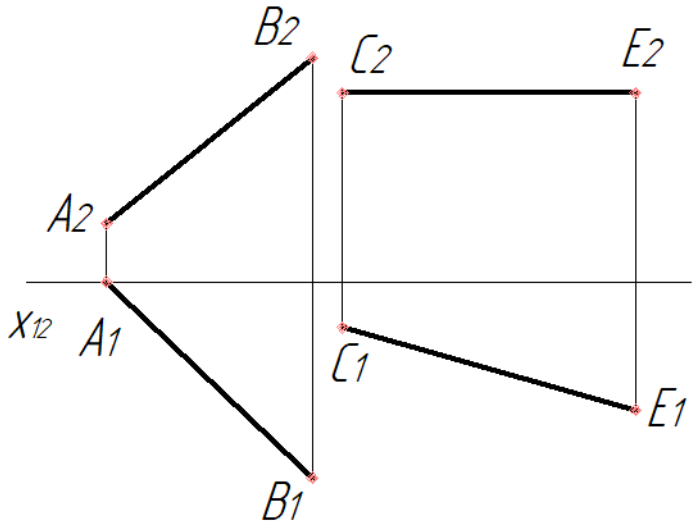


Рис. 74

Вариант 8

1. Определить натуральную величину фигуры сечения пирамиды плоскостью Г (см. рис. 75).

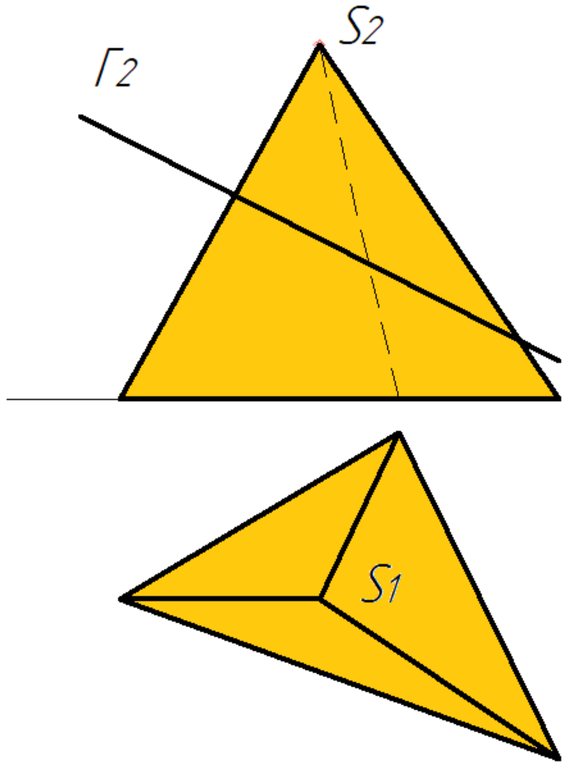


Рис. 75

2. Определить расстояние от точки А, принадлежащей поверхности конуса, до вершины S (см. рис. 76).

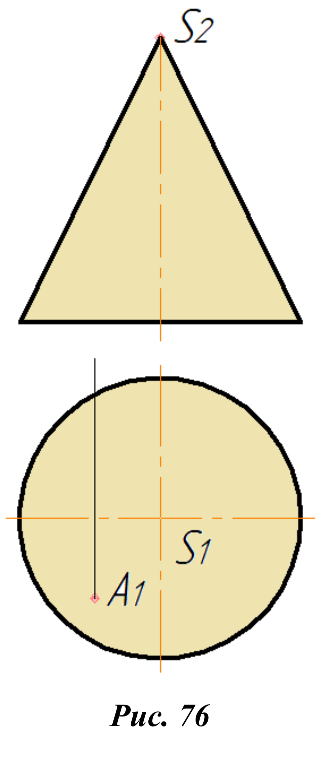


Рис. 76

Вариант 9

1. Дана пирамида SABCD. Определить натуральную величину ребер (образующих) пирамиды SA и SD (см. рис.77).

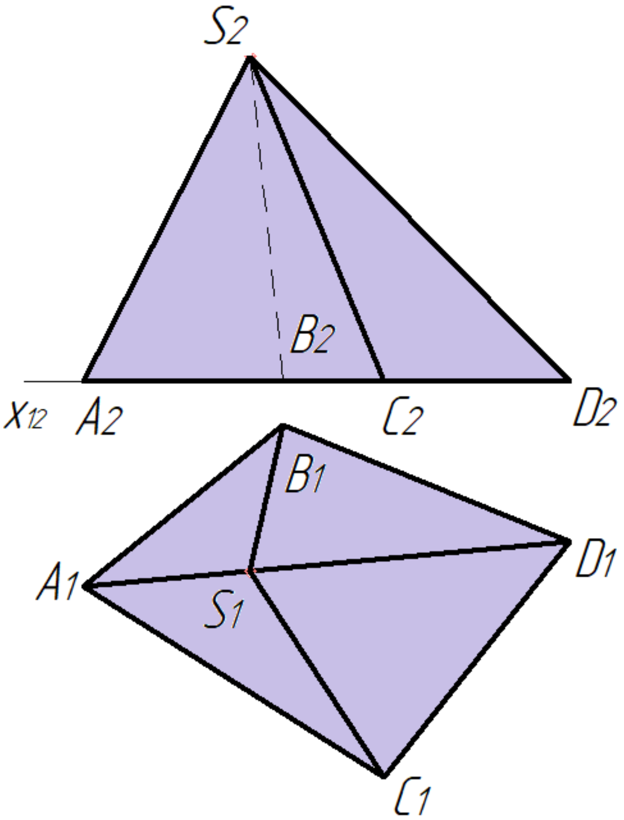


Рис. 77

2. Построить прямоугольный треугольник ABC с катетом BC на прямой EK, если радиус круга, описанного около треугольника, равен 0,75 AB (см. рис. 78).

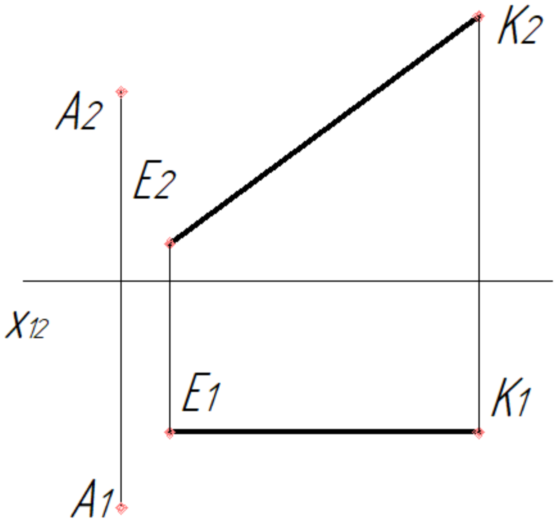


Рис. 78

Вариант 10

1. Построить квадрат ABCD со стороной BC на прямой EK (см. рис. 79).

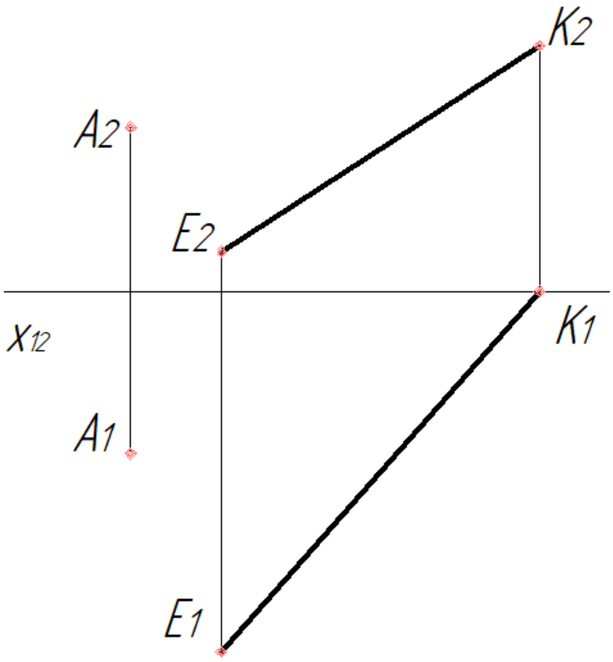


Рис. 79

2. Определить расстояние от точки K, принадлежащей поверхности конической поверхности, до вершины S (см. рис. 80).

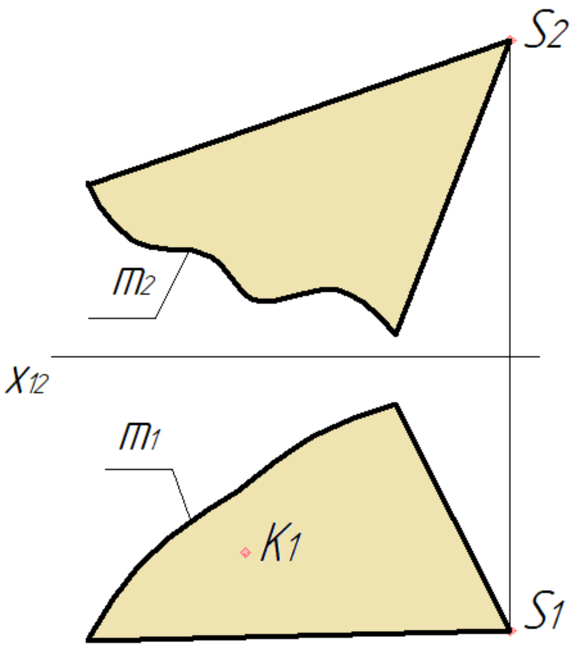


Рис. 80

Вариант 11

1. Определить натуральную величину сечения пирамиды плоскостью Г (см. рис. 81. а).

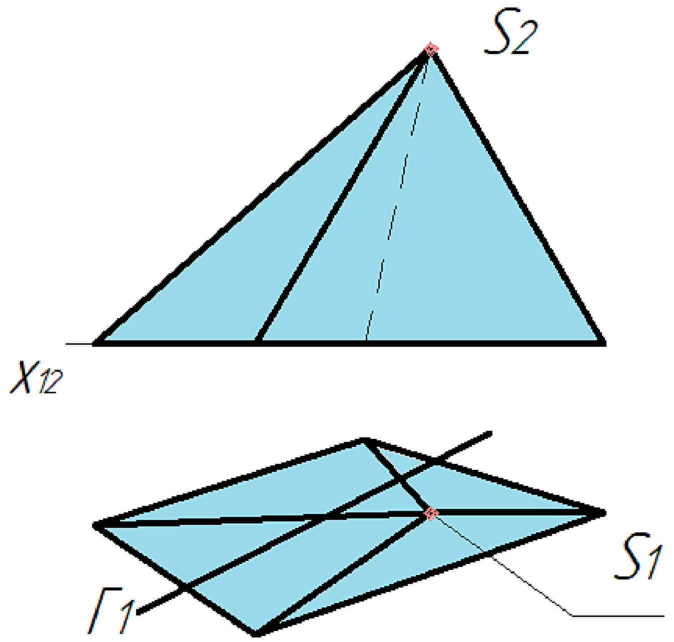


Рис.81, а

2. На прямой СК найти точки, удалённые от прямой АВ на 10 мм (см. рис 81, б).

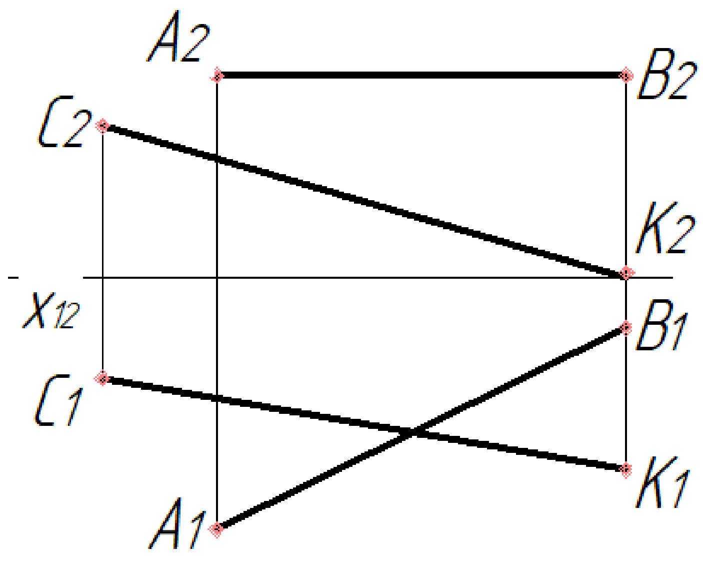


Рис. 81, б

Вариант 12

1. Определить натуральную величину четырёхугольника ABCD (см. рис. 82).

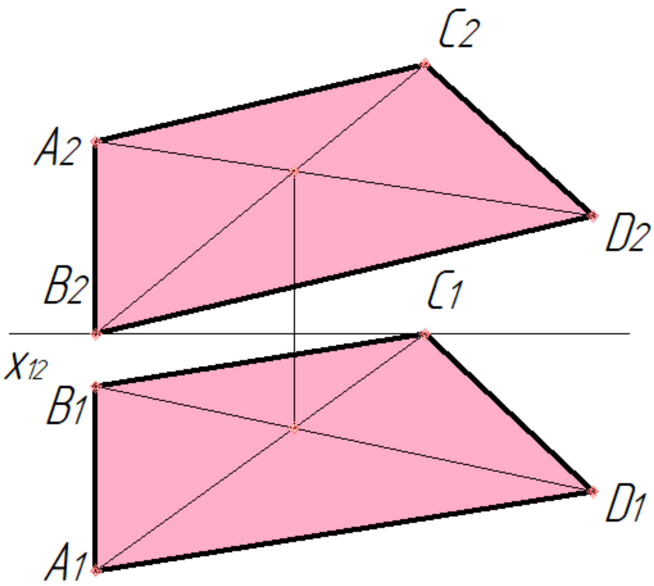


Рис. 82

2. Построить прямую призму высотой 35 мм, основанием призмы служит треугольник ABC (см. рис. 83).

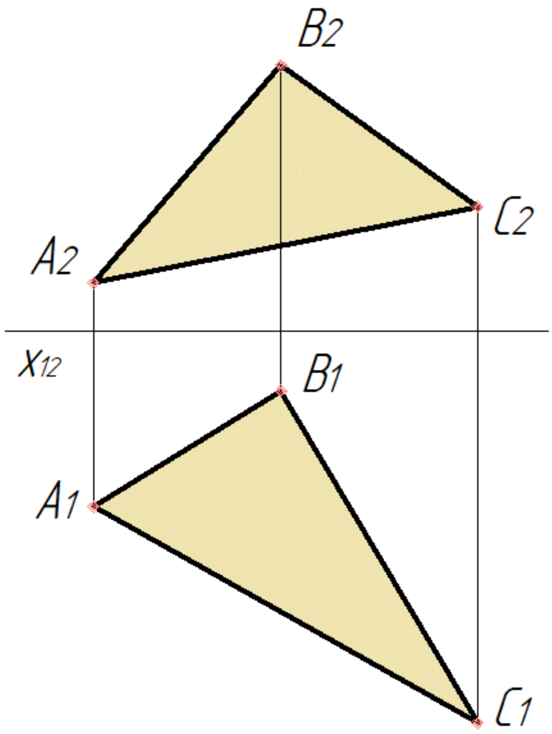


Рис. 83

Вариант 13

1. Определить высоту пирамиды (см. рис. 84).

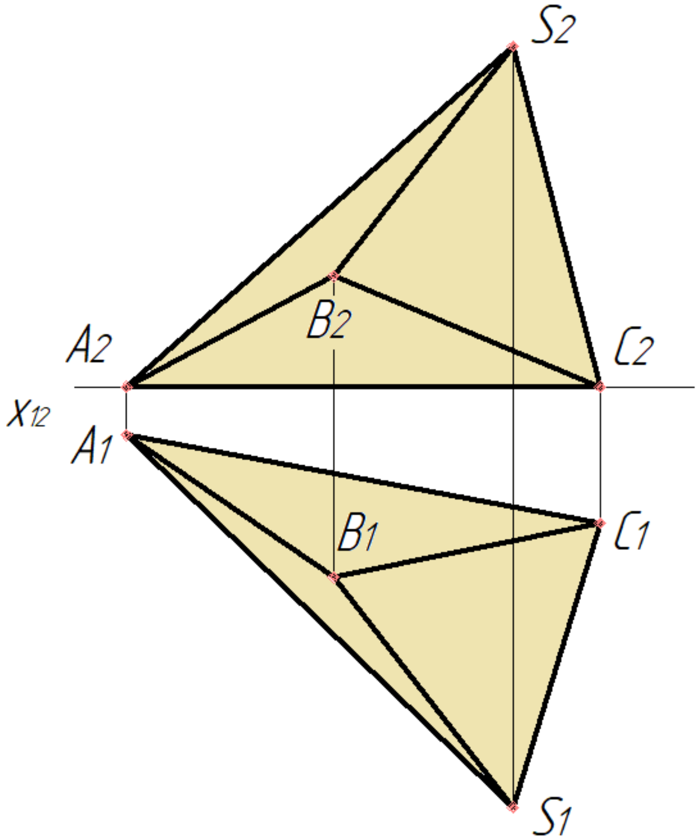


Рис. 84

2. Построить фронтальную проекцию прямой CD, параллельной прямой AB, если расстояние между ними равно 15 мм (см. рис. 85).

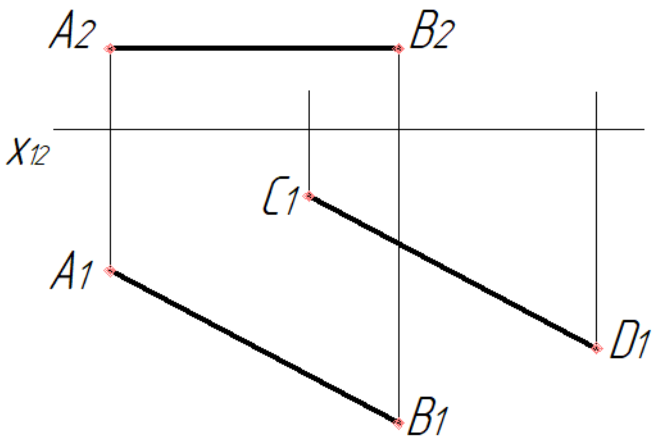


Рис. 85

Вариант 14

1. Построить плоскость, параллельную плоскости треугольника DEK, на расстоянии 20 мм (см. рис. 86).

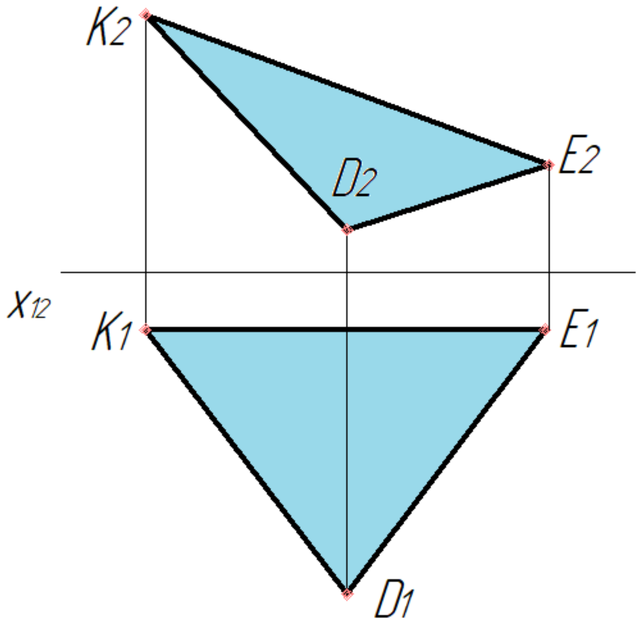


Рис. 86

2. Построить проекции окружности, принадлежащей плоскости ∑ (a ∥ b), если даны её центр O и радиус 15 мм (см. рис. 87).

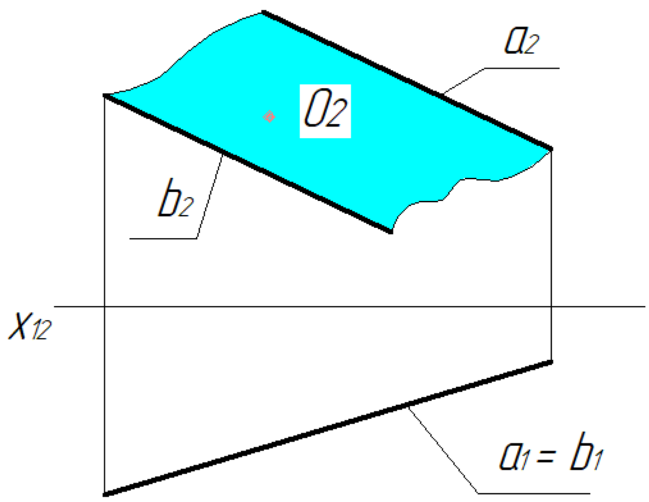


Рис. 87

Вариант 15

1. Построить горизонтальную проекцию прямой CD, параллельной прямой AB, если расстояние между ними равно 20 мм (см. рис. 88).

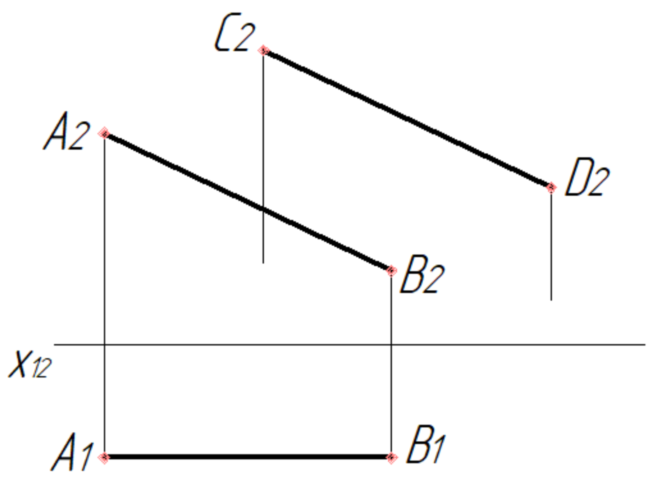


Рис. 88

2.Определить длину отрезка AB, принадлежащего цилиндрической поверхности Ф (l, m) (см. рис. 89).

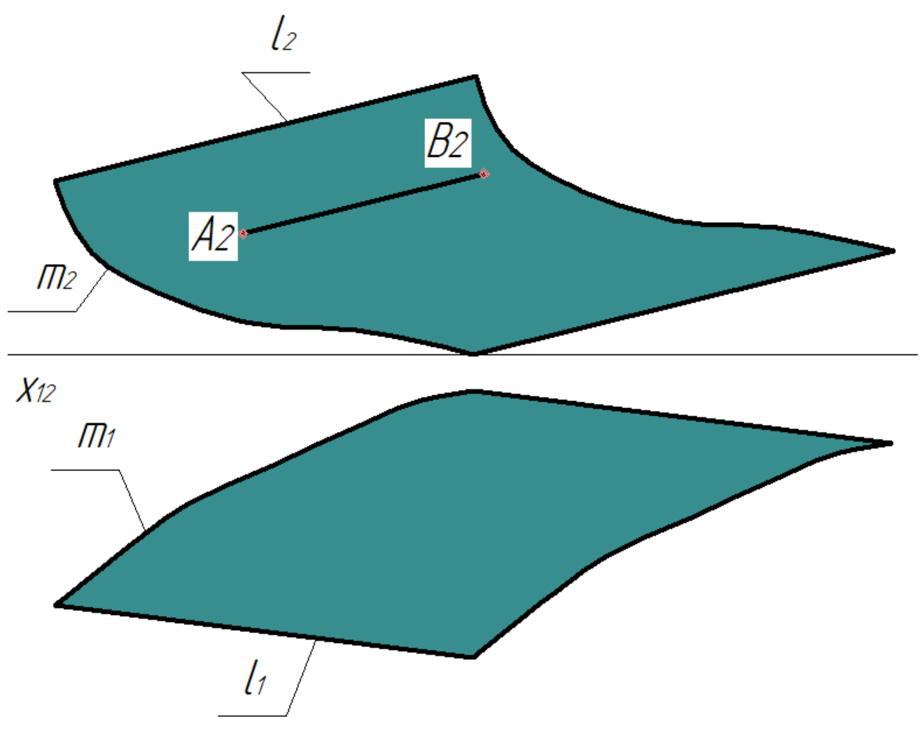


Рис.89

Вариант 16

1. Построить горизонтальную проекцию точки А, если она удалена от плоскости Г (ΔМКЕ) на 30 мм (см. рис. 90).

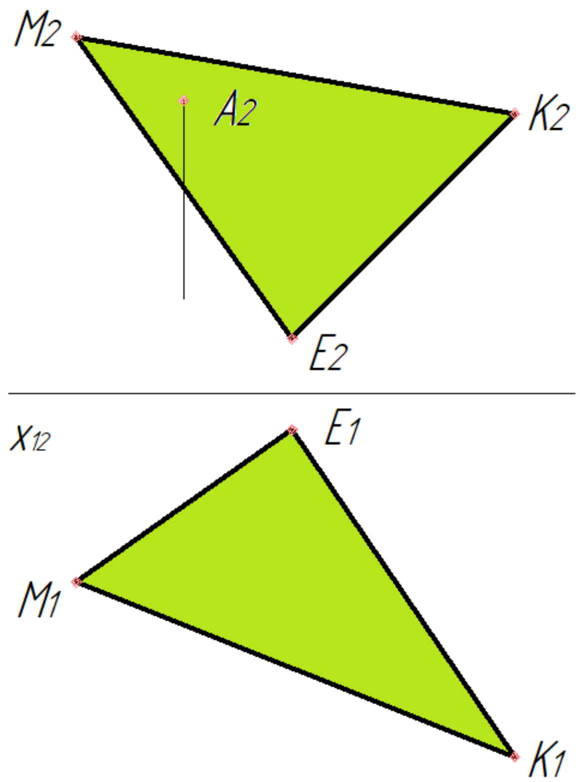


Рис. 90

2. Определить натуральную величину от точки А до вершины S пирамидальной поверхности Ф(S, m) (см. рис. 91).

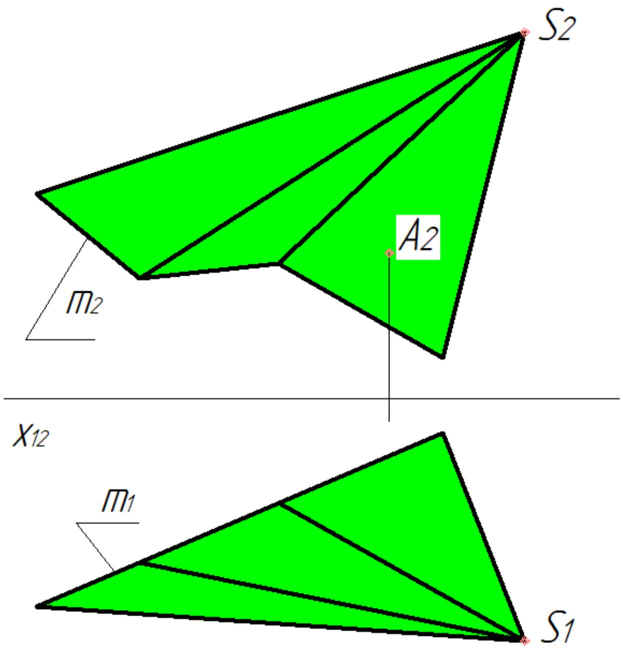


Рис. 91

Вариант 17

1. Определить натуральную величину сечения конуса плоскостью $\sum(\sum_1)$ (см. рис. 92).

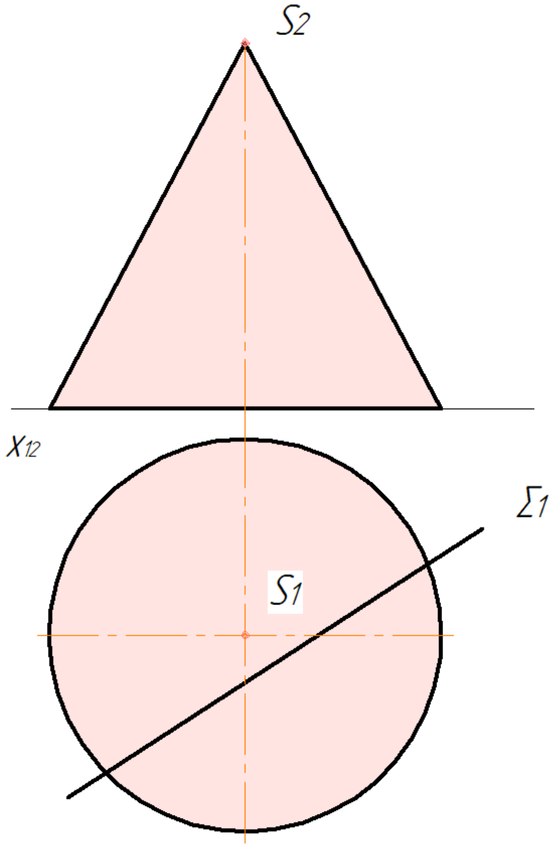


Рис. 92

2. Построить горизонтальную проекцию точки А, если расстояние от точки до прямой ВС равно 10 мм (см. рис. 93).

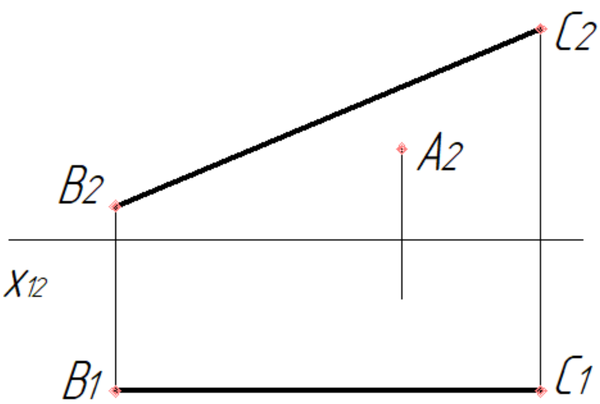


Рис. 93

Вариант 18

1. Построить точку В симметричной точке А относительно прямой СК (см. рис. 94).

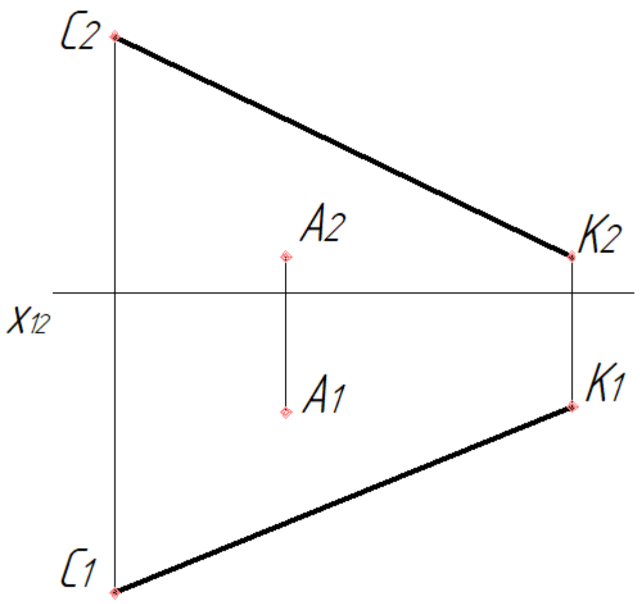


Рис. 94

2. Определить натуральную величину плоскости ABCD (см. рис. 95).

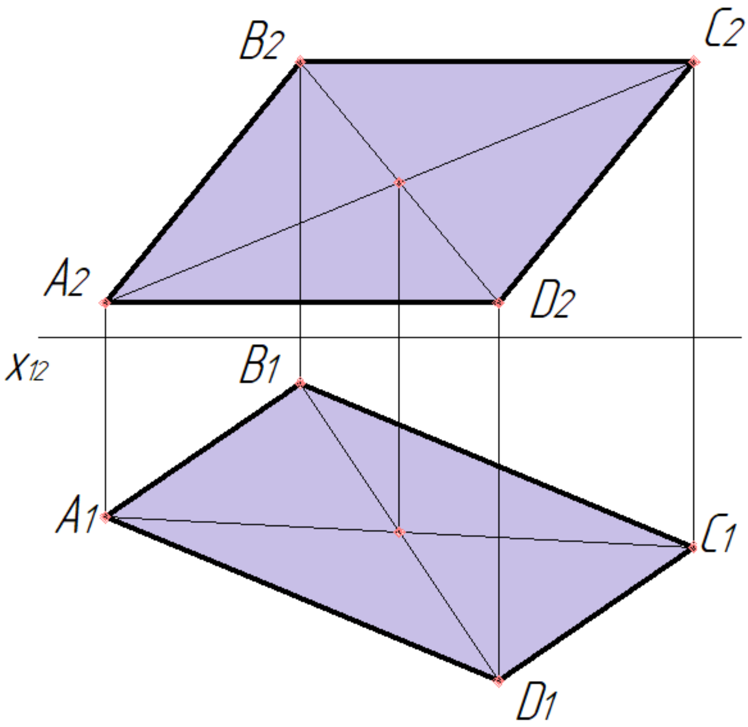


Рис. 95

Вариант 19

1. Определить натуральную величину сечения призмы плоскостью Г($Г_1$) (см. рис. 96).

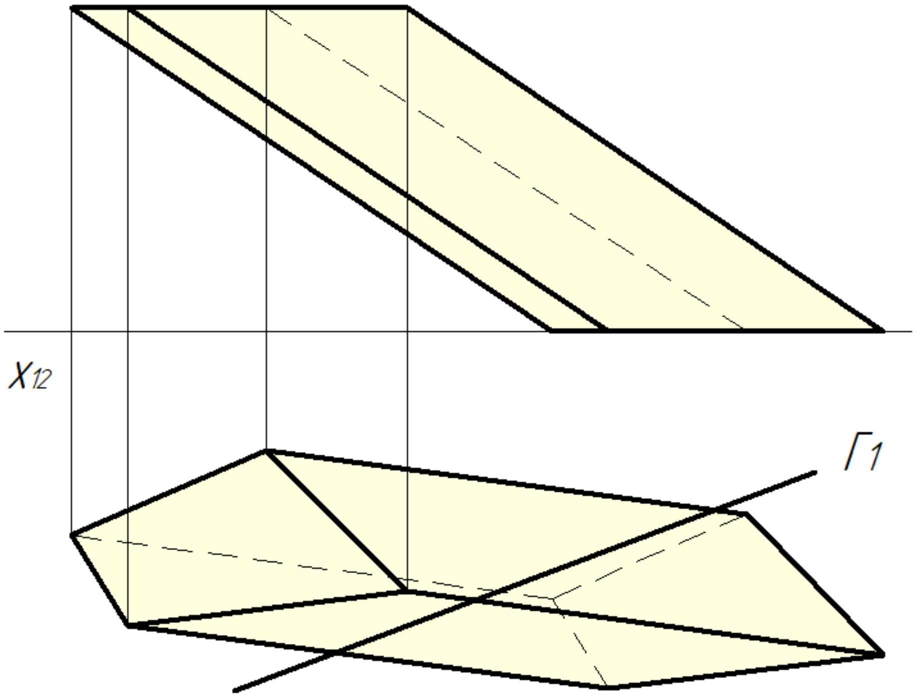


Рис. 96

2. Определить расстояние от точки А до прямой ВС (см. рис. 97).

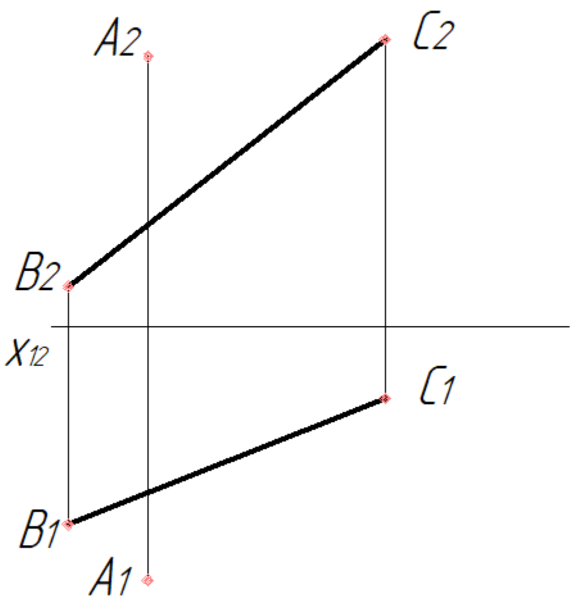


Рис. 97

Вариант 20

1. Построить прямоугольный треугольник с равными катетами. Катет BC принадлежит прямой l (см. рис. 98).

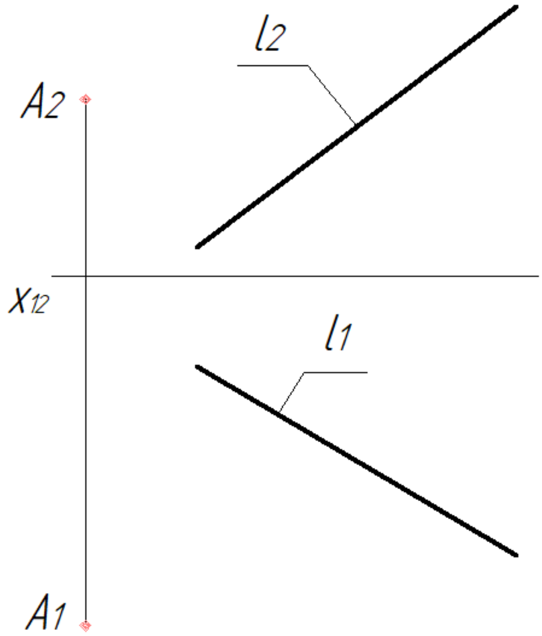


Рис. 98

2. Определить натуральную величину отрезка AB, принадлежащего призматической поверхности Ф (m, l) (см. рис. 99).

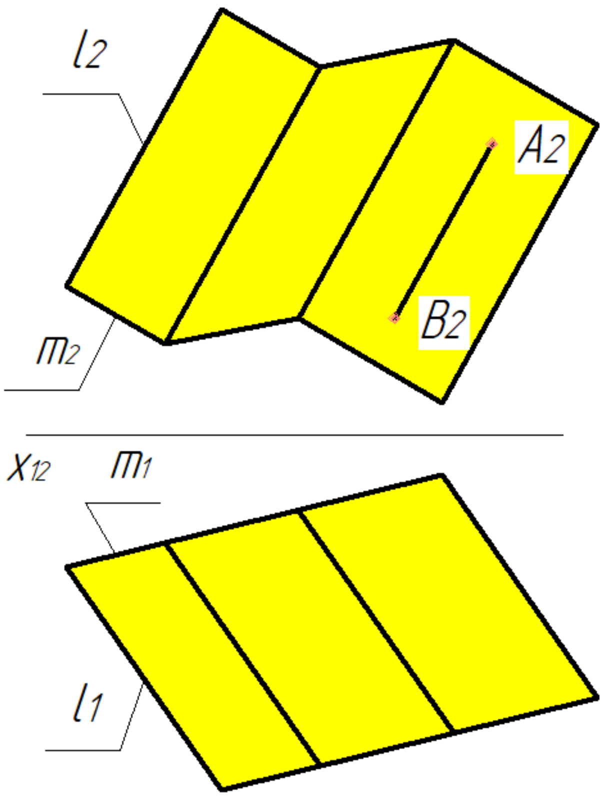


Рис. 99

Вариант 21

1. Определить натуральную величину рёбер пирамиды SB и SD (см. рис.100).

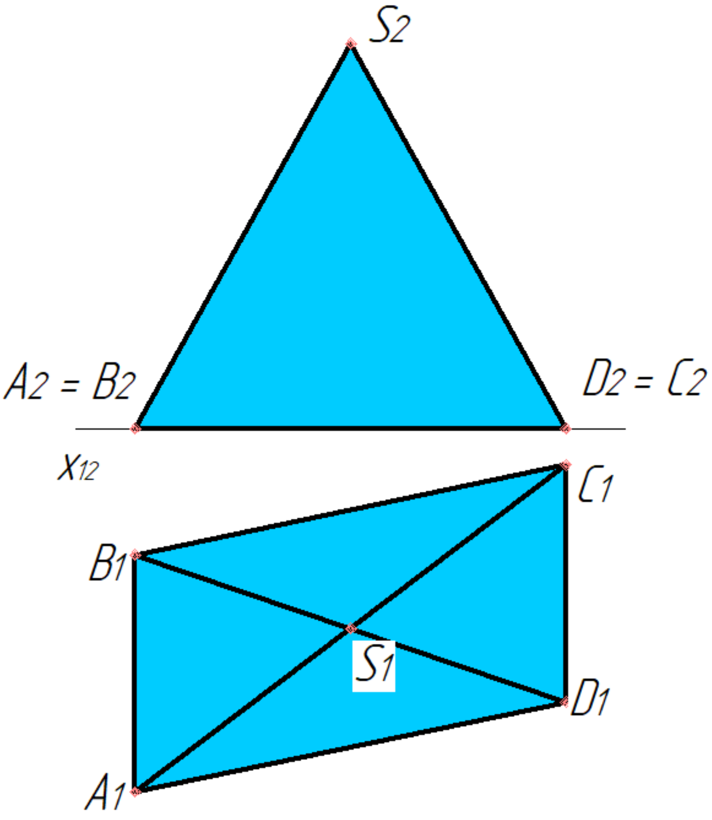


Рис. 100

2. Определить фронтальную проекцию точки К, удалённой от плоскости Г (a ǁ b) на 15 мм (см. рис. 101).

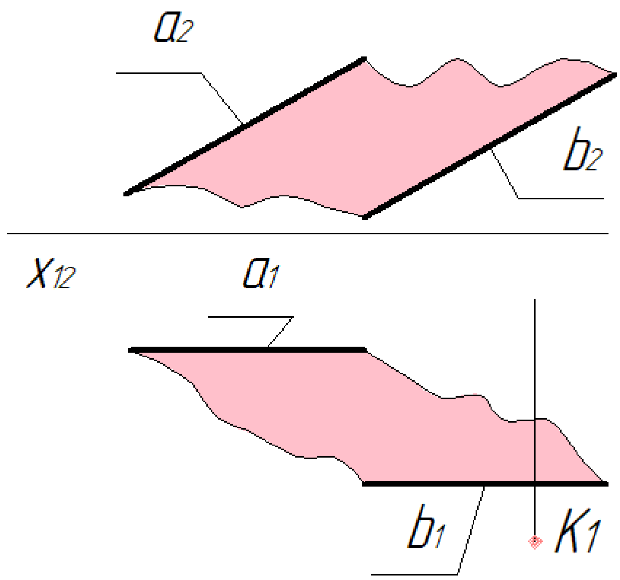


Рис. 101

Вариант 22

1. Определить расстояние между скрещивающимися прямыми АВ и СЕ
(см. рис. 102).

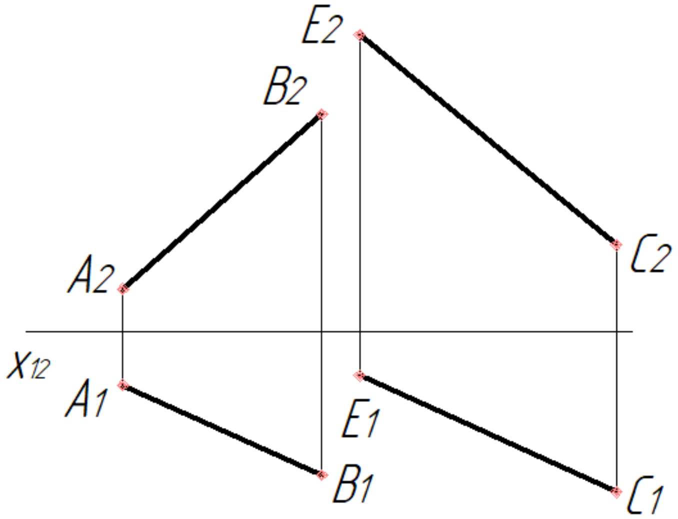


Рис. 102

2. Построить биссектрису угла С треугольника АВС (см. рис. 103).

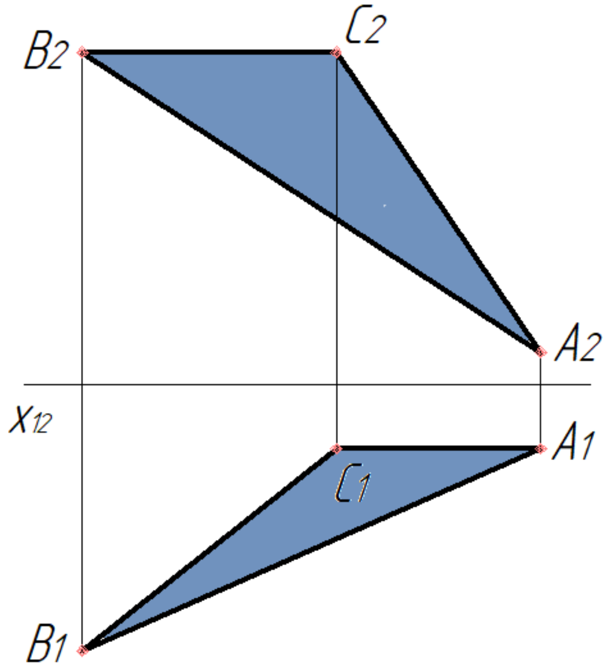


Рис. 103

Вариант 23

1. Определить длину отрезка AB, принадлежащего цилиндрической поверхности (см. рис. 104).

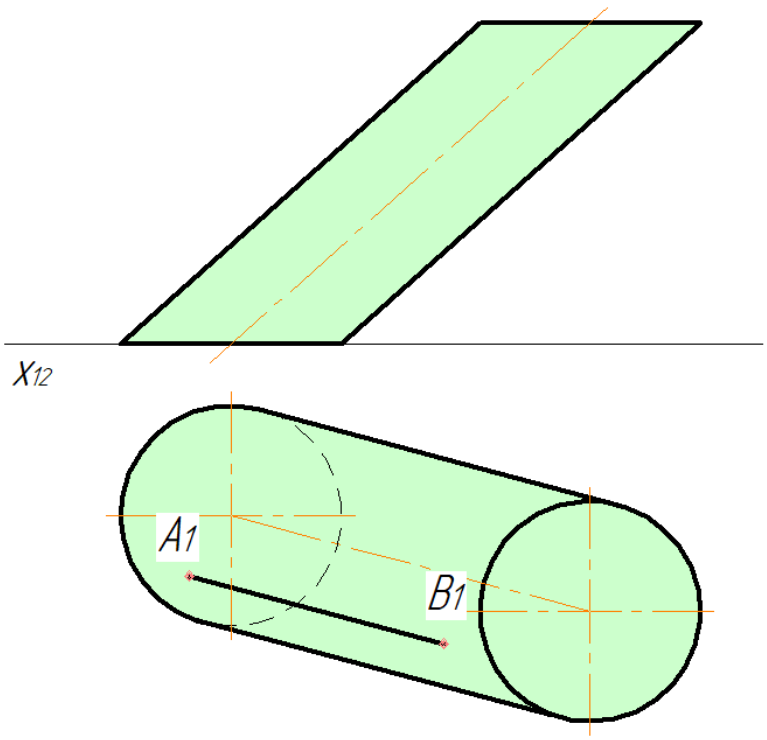


Рис. 104

2. Определить натуральную величину сечения призмы плоскостью Г($Г_2$) (см. рис. 105).

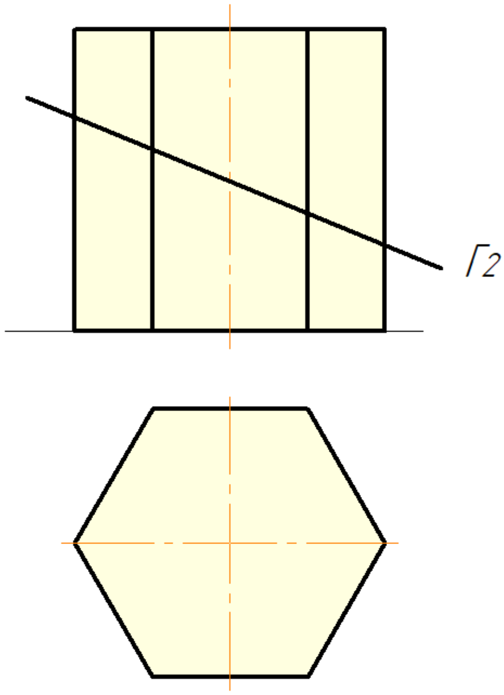


Рис. 105

Вариант 24

1. Построить равнобедренный треугольник ABC. Основание BC принадлежит фронтали и равно 50 мм, высота AK равна 30 мм (см. рис. 106).

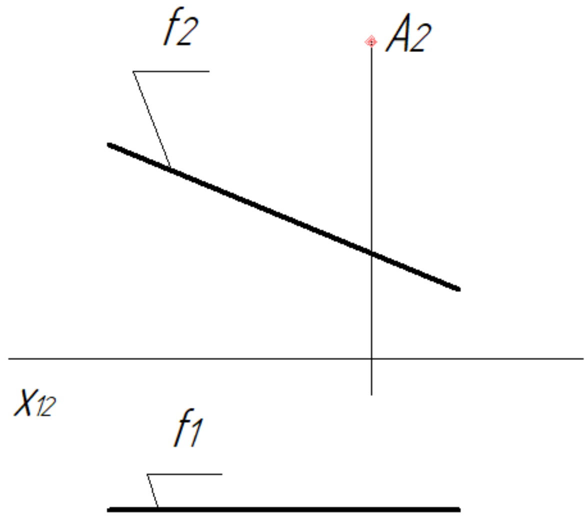


Рис. 106

2. Определить натуральную величину сечения пирамиды плоскостью Г(Г$_1$) (см. рис. 107).

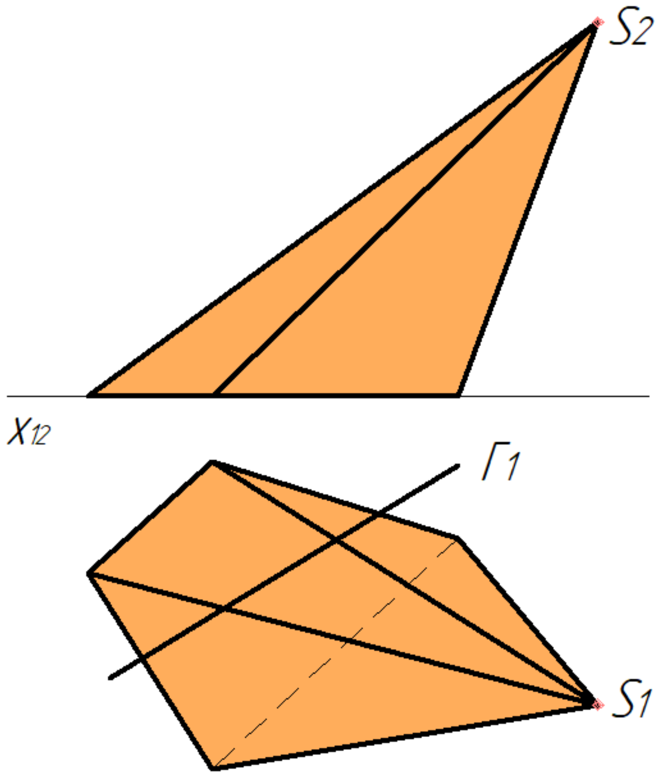


Рис. 107

Вариант 25

1. Определить натуральную величину угла А (см. рис. 108).

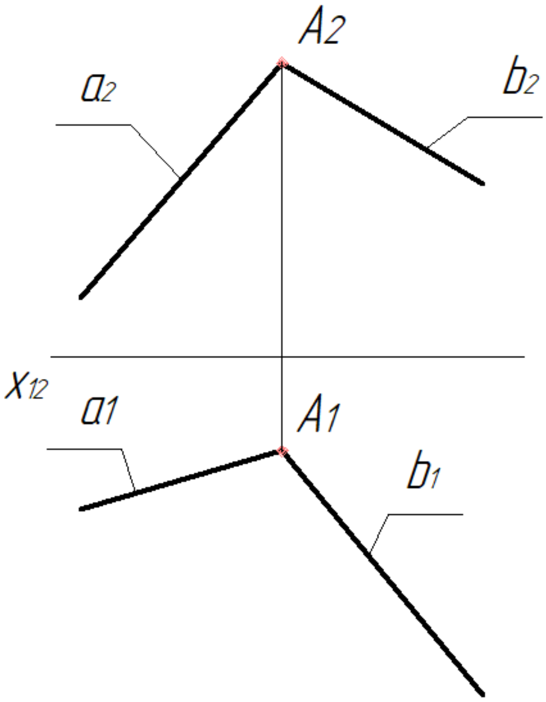


Рис. 108

2. На прямой CD найти точки, удалённые от прямой AB на 10 мм (см. рис. 109).

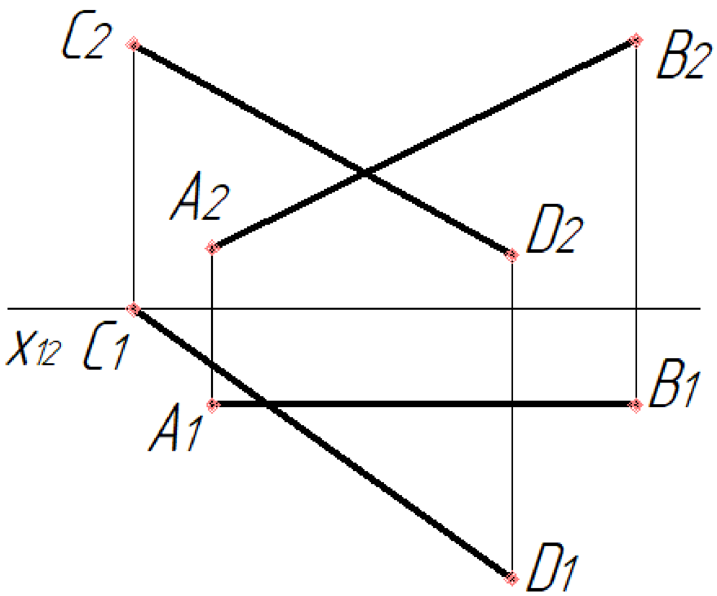


Рис. 109

Глава 3. Выполнение графических работ по модулю

По модулю «Метрические задачи» студенты выполняют 3 листа формата А3.

Лист 1 *«Метрические задачи»* для специальностей направлений: «Электроэнергетика и электротехника», «Теплоэнергетика и теплотехника», «Строительство», «Строительство уникальных зданий и сооружений» включает две задачи (1а и 2), рис 110 в масштабе (1:1); для специальностей направлений: «Горное дело», «Технология транспортных процессов», «Наземные транспортно-технологические средства», «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», «Технология машиностроения» – задача 1б, в масштабе (2:1), рис. 111; для специальности направления «Строительные и дорожные машины» – задача 2, в масштабе (2:1), рис. 112.

Данные к листу 1 взять в *приложении А*. Примеры выполнения листа 1 приведены на рис. 110, 111 и 112.

Лист 2 *«Модель трёхгранной пирамиды»* включает одну задачу.

Данные к листу 2 взять в *приложении Б*. Пример выполнения листа 2 приведён на рис. 113.

Лист 3 *«Построение развёртки поверхности»* включает три задачи.

Данные к листу 3 взять в *приложении В*. Пример выполнения листа 3 приведён на рис. 114.

3.1. Указания к решению листа 1 «Метрические задачи»

3.1.1. Указания к решению задачи 1а,1б: определить расстояние от точки до плоскости (решение общим способом)

Задача 1а: *Определить расстояние от точки D до плоскости ΔABC (решить общим способом),* (рис. 110).

В левой половине формата А3 намечаются оси координат X_{12}, Z_{23}, Y_1. Из *приложения А*, согласно своему варианту берутся координаты точек A, B, C, D. Ориентация формата – горизонтально.

Точки А, В, С соединяются. Дальнейшие построения выполняются как показано в п. 1.2.4 в задаче на рис. 8, стр. 20.

Оформление чертежа: вспомогательные построения чертятся синим или зелёным цветом, а результат решения (т.е. натуральную величину перпендикуляра) – красным цветом. Исходные данные – чёрным цветом.

Задача 1б: *Определить расстояние от точки D до плоскости ΔABC. Построить множество точек, удалённых от плоскости ΔABC на расстояние a (решить общим способом),* (рис. 111).

Осью X_{12} формат А3 делится пополам, осевые Z_{23}, Y_1 наносятся с права от рамки чертежа. Из *приложения А*, согласно своему варианту берутся координаты точек A, B, C, D. Ориентация формата – вертикально. *Оформление чертежа* аналогично описанию к задаче 1а.

Точки А, В, С соединяются. Первая половина задания выполняется как показано в п. 1.2.4 в задаче на рис. 8, стр. 20. Затем для нахождения множества точек, удалённых от заданной плоскости, решение продолжают согласно *условию параллельности двух плоскостей*.

Условие параллельности двух плоскостей: если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то данные плоскости – параллельны.

Решение:

1. На полученной натуральной величине отрезка KD необходимо отложить заданное расстояние *а*. Обозначим точку F_0. Решение проводим на плоскости $П_1$.

2. Точку F_0 под прямым углом спроецируем на $К_1D_1$ – обозначим проекцию точки F_1. По линии проекционной связи построим фронтальную проекцию точки – F_2 на проекции $К_2$ D_2.

3. Через проекции точки F (F_1, F_2) построим плоскость, параллельную ΔАВС, задав её пересекающимися прямыми, параллельными горизонтали и фронтали плоскости треугольника.

3.1.2. Указания к решению задачи 2: построить множество точек, удалённых от плоскости треугольника на заданное расстояние (решение заменой плоскостей проекций)

Задача 2: *Построить множество точек, удалённых от плоскости ΔАВС на расстояние а (решить заменой плоскостей проекций),* (рис. 110, 112).

Вначале с правой стороны формата А3 листа 1 повторим построение плоскости ΔАВС по заданным координатам из *приложения А* (рис. 110). Множеством точек, удалённых от плоскости ΔАВС на расстояние *а*, будет параллельная плоскость $ΔA^/B^/C^/$, отстоящая от заданной плоскости ΔАВС на расстояние *а*.

Чтобы построить такую плоскость на заданном расстоянии, необходимо ΔАВС преобразовать в проецирующую плоскость. Это выполняется одной заменой (см. п.2.2, рис. 50, стр. 51). Далее рассмотрим решение задачи в следующем порядке.

Решение:

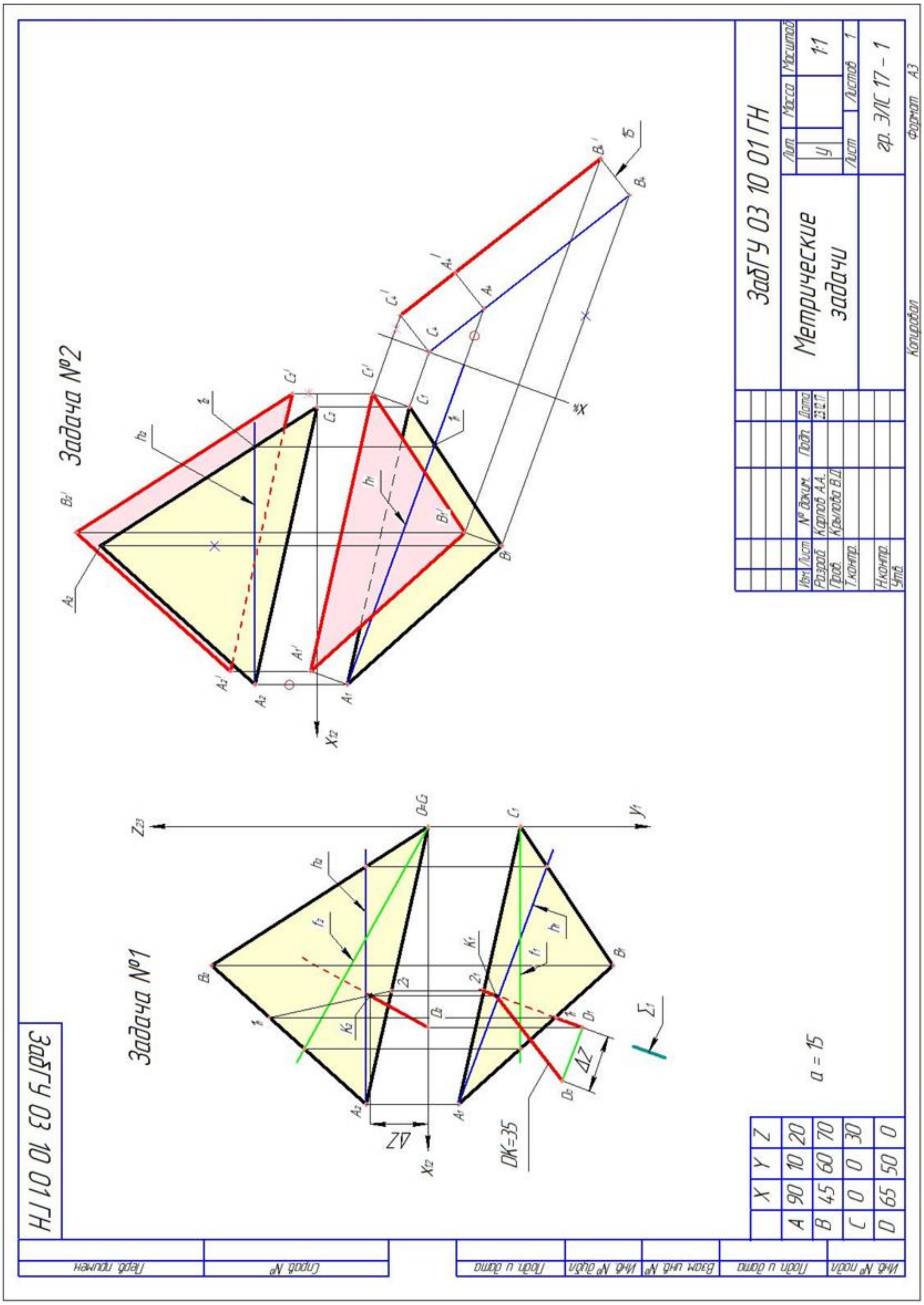


Рис. 110.*Образец листа 1 «Метрические задачи»*

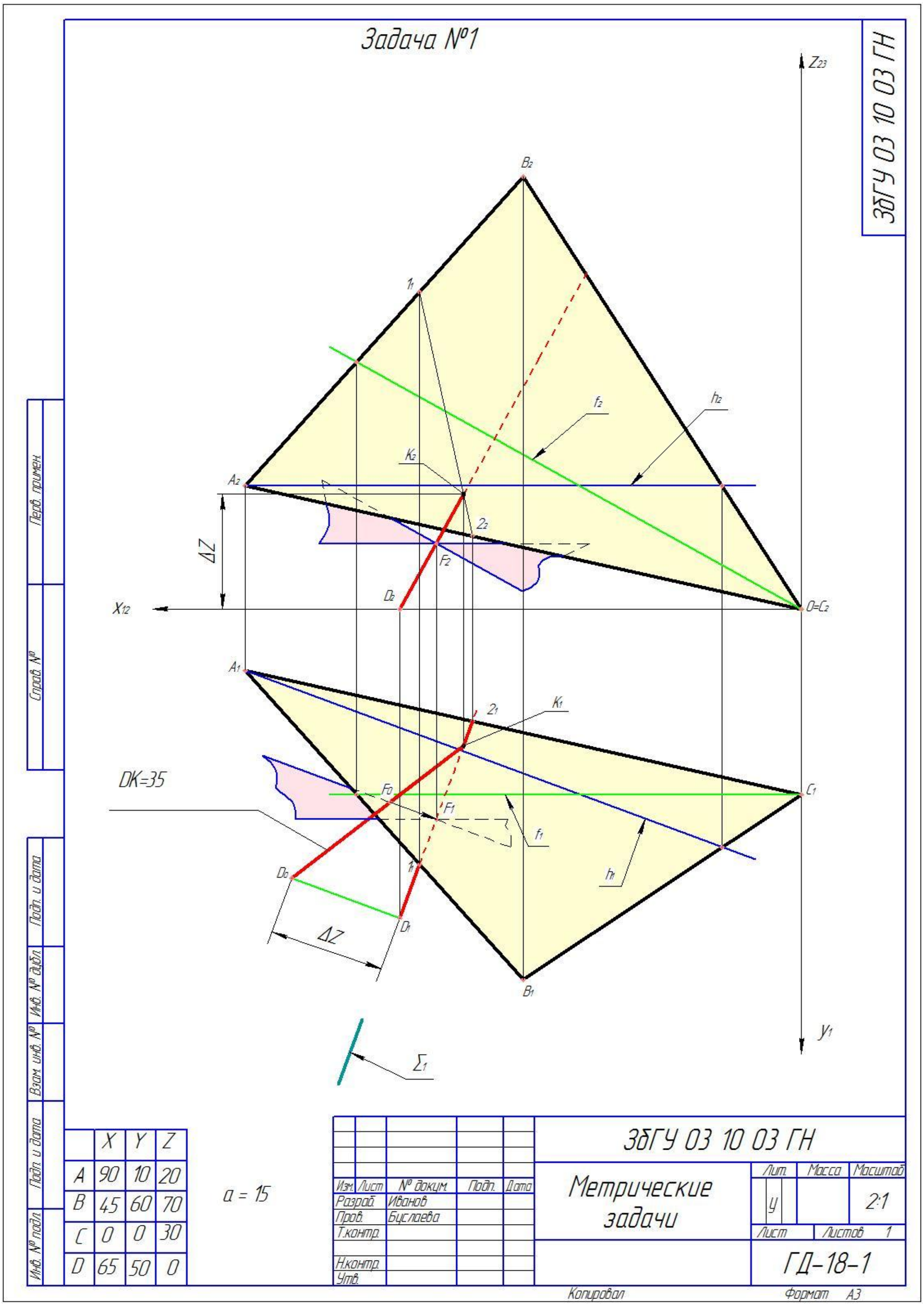


Рис. 111. *Образец листа 1 «Метрические задачи»*

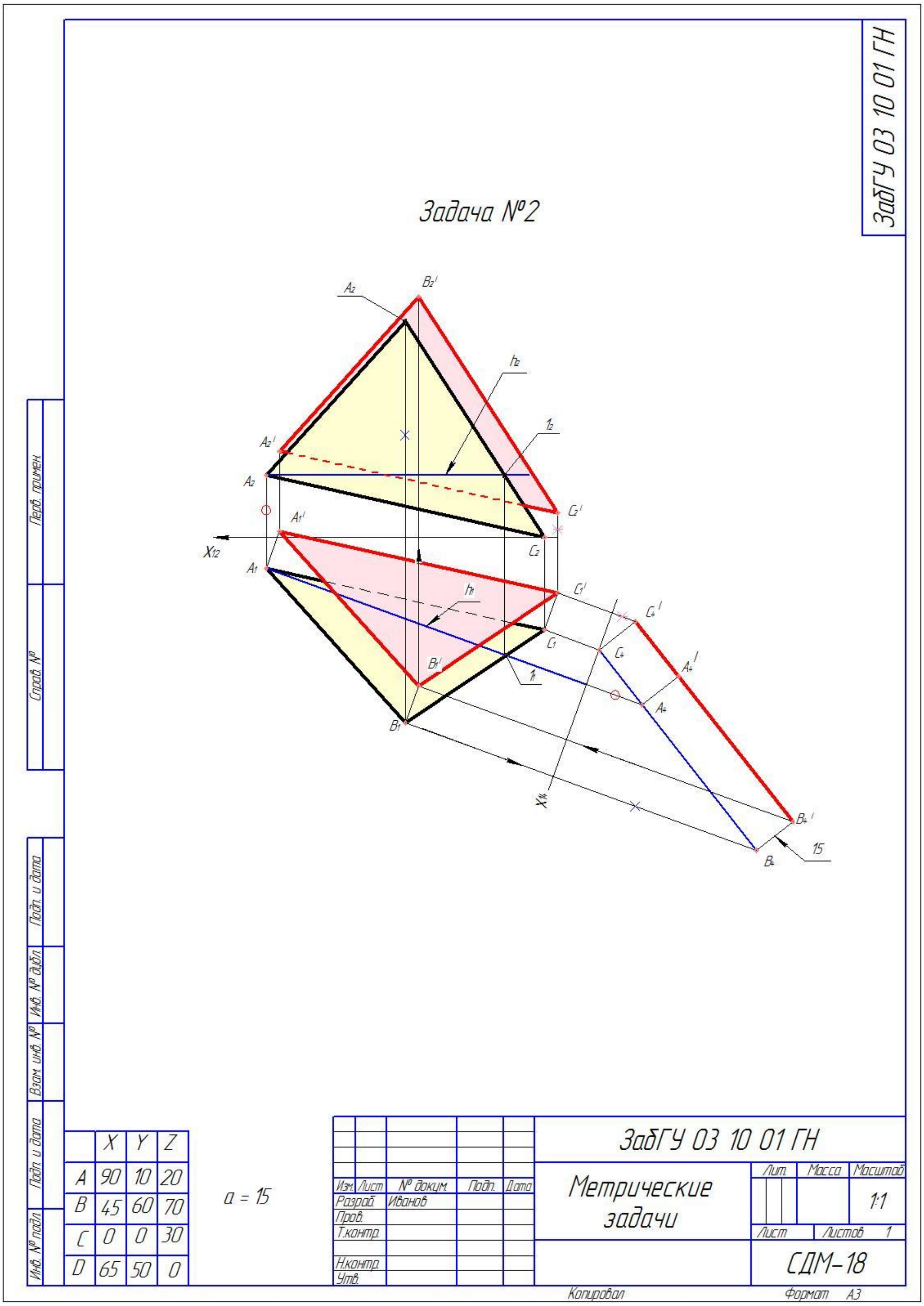


Рис. 112. *Образец листа 1 «Метрические задачи»*

1. К проецирующей плоскости проводим перпендикуляр, который на $П_4$ проецируется в натуральную величину.

2. На нём откладываем расстояние *a* и строим проекцию $\Delta A'_4B'_4C'_4$.

3. Далее возвращаем в старую систему плоскостей $П_1$ и $П_2$. Из точек A_1, B_1 и C_1 проводим прямые, параллельные оси X_{14}, а из точек $A'_4B'_4C'_4$ – линии связи, перпендикулярные оси X_{14}.

4. Отрезки $A_4A'_4$, $B_4B'_4$, $C_4C'_4$ являются прямыми уровня (фронталями), поэтому отрезки $A_1 A'_1$, $B_1B'_1$, $C_1C'_1$ параллельны оси X_{14}.

5. Их точек A'_1, B'_1, C'_1 проводим линии связи, перпендикулярные оси X_{12} и на их продолжениях откладываем Z-вые координаты точек A', B', C'. Например, C_2 находится на расстоянии, равном от C'_4 до оси X_{14} ($Z_C{}'$).

6. Проекции $\Delta A'_2B'_2C'_2$, $\Delta A'_1B'_1C'_1$, $\Delta A'_4B'_4C'_4$ обводим красным цветом. Это является результатом решения задачи.

3.2. Указания к решению листа 2 «Модель трёхгранной пирамиды»

Задача: *Создать модель трёхгранной пирамиды, удовлетворяющей следующим условиям:*

- *основанием пирамиды является правильный (равносторонний) треугольник с заданным радиусом описанной окружности;*

- *одна из боковых граней (равнобедренный треугольник) перпендикулярна основанию;*

- *натуральная величина большого бокового ребра задана.*

Исходные данные для *листа 2* см. в *приложении Б.* Образец решения задачи см. на рис. 113. Задачу выполнить при помощи графического редактора Компас-график LT в режиме 3D, выбрав

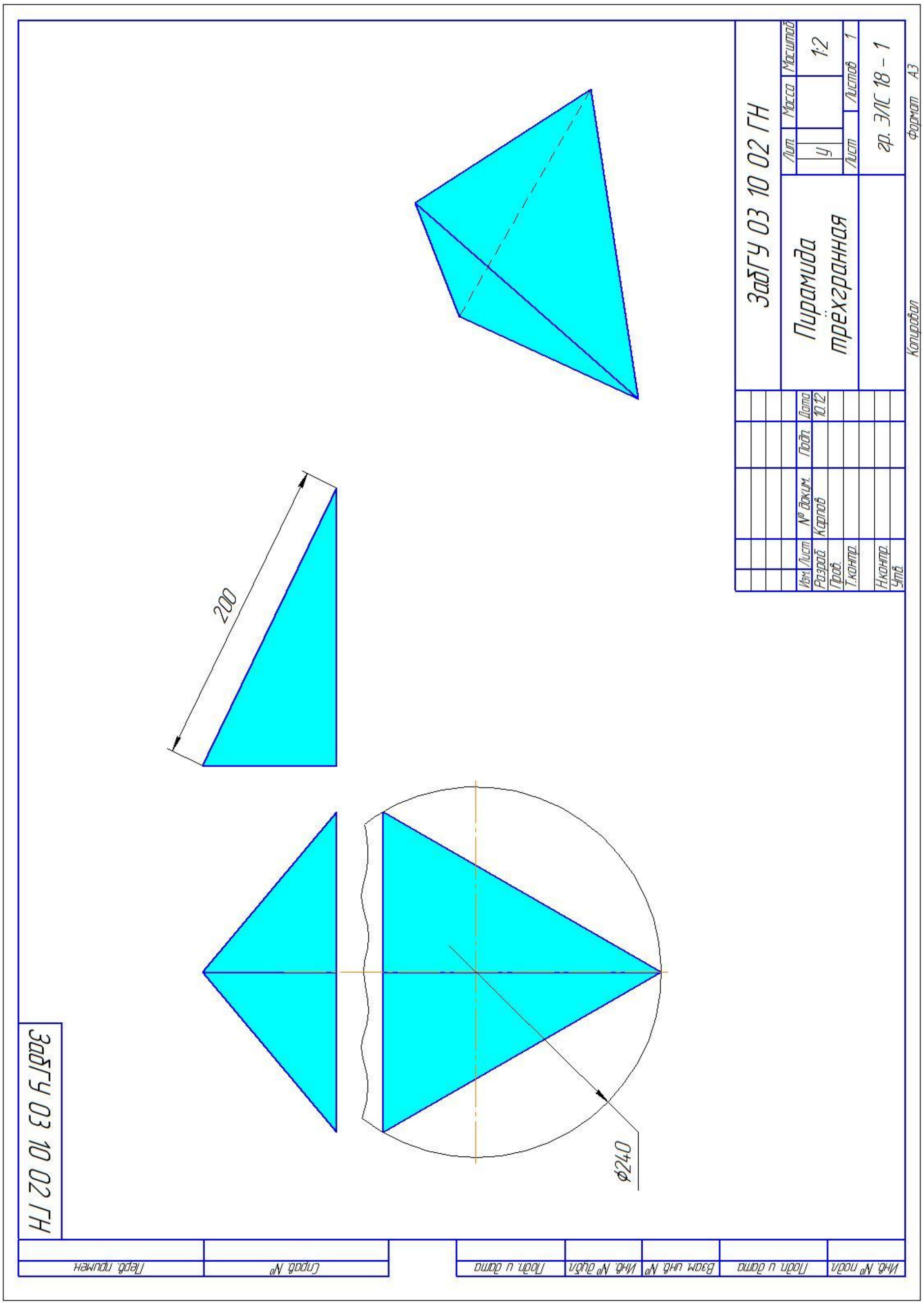


Рис. 113. *Образец листа 2 «Модель трёхгранной пирамиды»*

рациональное решение. Алгоритм построения оформить в письменной форме в виде приложения к чертежу.

3.3. Указания к решению листа 3 «Построение развёртки поверхности»

Задача: *Построить проекции поверхности по двум заданным. Выполнить сечение указанной поверхности. Определить натуральную величину полученного сечения способом замены плоскостей проекций. Выполнить развёртку и прямоугольную изометрию усечённой поверхности.*

Исходные данные для *листа 3* см. в *приложении В* согласно номеру варианта. Образец решения задачи см. на рис. 114. Задачи выполнить в ручном режиме или при помощи графического редактора. Натуральную величину сечения оформить красным цветом. Построение натуральной величины сечения поверхности выполнить способом замены плоскостей проекций (см. в п. 2.4 задача 8, рис. 59, стр. 64). Построение развёртки поверхности см. в п. 3.1.1, 3.3.2.

3.3.1. Развёртывающиеся поверхности. Основные понятия и определения

Преобразование, при котором поверхность, выполненная в виде гибкой, но не растяжимой плёнки совмещается с плоскостью без складок и разрывов всеми своими точками, называется *развёртыванием поверхности*.

Поверхности, которые допускают такое преобразование, называются *развёртывающимися*. Плоская фигура, в которую при этом преобразуется поверхность, называется *развёрткой поверхности*.

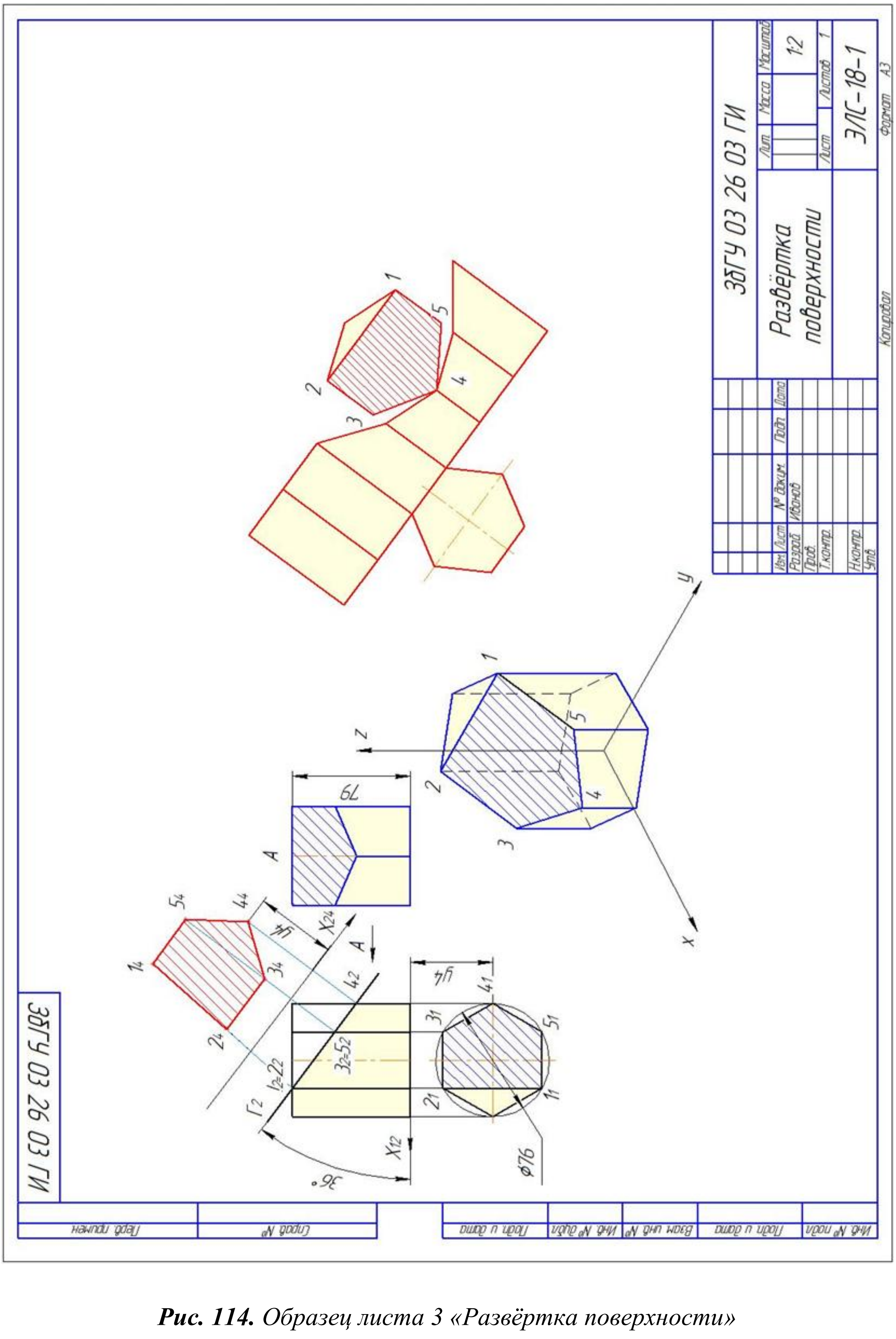


Рис. 114. *Образец листа 3 «Развёртка поверхности»*

Построение развёрток поверхностей широко применяют при изготовлении различных изделий из листового материала. Развёртки путём свёртывания и соединения с помощью сварки, пайки, клейки преобразуются в искомую форму поверхности изделий. Так получают различные изделия: трубопроводы, резервуары, кожухи, рабочие органы и кузова машин, одежду, обувь.

При составлении рабочих чертежей таких изделий конструктор, кроме общих видов, разрезов и сечений, должен дать чертежи развёрток.

Развёртка поверхности – это плоская фигура, полученная в результате совмещения поверхности с какой-либо плоскостью.

Поверхности делятся на *развёртывающиеся* и *неразвёртывающиеся*.

К *развёртывающимся поверхностям* из кривых относятся только линейчатые поверхности с ребром возврата (торсы), конические и цилиндрические, и все гранные поверхности. Остальные поверхности не развёртываются, и при изготовлении их из листового материала их развёртывают приближённо.

Поверхность и её развёртка являются *точечными множествами*, между которыми устанавливается взаимно-однозначное соответствие каждой точке и линии на поверхности соответствует точка и линия на развёртке.

Свойства развёртки:

1. Длина линии на поверхности равна длине линии на развёртке.
2. Угол между линиями на поверхности равен углу между линиями на развёртке.
3. Прямой линии на поверхности соответствует прямая линия на развёртке.

4. Замкнутая линия на поверхности и соответствующая ей линия на развёртке ограничивают одинаковые площади, поэтому площадь развёртки равна площади соответствующего отсека самой поверхности.

5. Параллельным прямым, лежащим на поверхности, соответствуют параллельные прямые на развёртке.

Способы построения развёрток:

1. Способ триангуляции.
2. Способ раскатки.
3. Способ нормального сечения.
4. Графоаналитический способ.

3.3.2. Развёртки поверхностей

Способ триангуляции (треугольников) применяется для построения разверток пирамидальных и конических поверхностей. Они выполняются по одному принципу. Каждая грань пирамиды представляет треугольник и для построения развертки необходимо определить натуральные величины всех сторон треугольника. По найденным натуральным величинам сторон вычерчиваются последовательно треугольные грани. Коническая поверхность, заменяется вписанной в нее, пирамидальной и решение задачи ведется аналогично пирамиде.

На рис. 115 показано построение *развёртки пирамиды*.

Решение:

1. Для построения истинных треугольников, необходимо определить натуральную величину рёбер пирамиды AS, BS, CS. Плоскость основания пирамиды ΔABC на горизонтальную плоскость проекций Π_1 проецируется в натуральную величину, т.к. Является

горизонтальной плоскостью уровня. На рис. 115 натуральная величина рёбер определена способом прямоугольного треугольника (см. п. 1.2.1, рис. 2, стр. 12) на плоскости $П_{2.}$ Гипотенузы прямоугольных треугольников /AS/, /BS/, /CS/ являются натуральными величинами рёбер.

2. Каждая грань пирамиды на развёртке строится как треугольник по трём сторонам. Например, на свободном поле чертежа отмечаем точку S_0, из которой проводим луч S1.

3. На луче S1откладываем натуральную величину AS, получаем точку A_0.

4. Из точки A_0 делаем засечку циркулем размером A_1B_1, а из точки S_0 делаем засечку циркулем размером BS. На пересечении засечек получаем точку B_0 и т. д.

5. Развёртка получается в виде ряда примыкающих друг к другу треугольников.

6. Если требуется получить полную развёртку пирамиды, то к любой из граней пристраиваем основание – ∆ AB_0C_0.

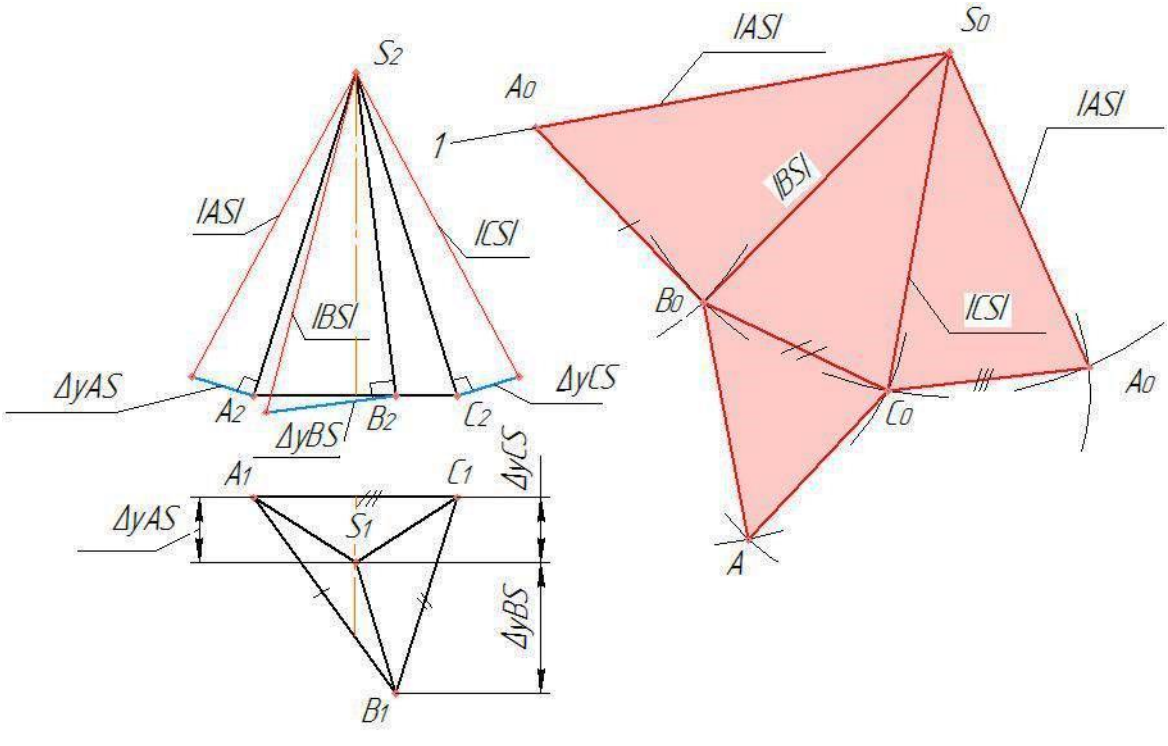


Рис. 115. *Способ триангуляции. Построение развёртки пирамиды*

Способ раскатки (рис. 114, 116, 117) применяется для построения разверток призматической и цилиндрической поверхности. И если поверхность цилиндрическая, то в нее вписывается призматическая поверхность. Поэтому принцип построения этих разверток одинаков.

Способ раскатки рационально применять для построения развёрток призм в случае, когда их основание параллельно одной плоскости проекций, а рёбра – другой плоскости проекций.

Сущность данного способа заключается в том, что каждая из граней призмы вращается вокруг одного из рёбер до совмещения с какой-либо плоскостью (рис. 116). Построение развёртки многогранника сводится к определению натуральных величин всех граней поверхности и последовательному изображению их.

На рис. 116 рассмотрим построение развёртки наклонной призмы с треугольным основанием.

Решение:

1. Грань $AA'B'B$ вращаем вокруг ребра AA' до совмещения с плоскостью Π_2 (вращение вокруг фронтали).
2. Точка B вращается в плоскости $\Phi(\Phi_2)$ вокруг AA', т.е. $\Phi_2 \perp A_2A'_2$, т.к. $/AB/=[A_1B_1]$, чтобы найти точку B_0 радиусом $R=/AB/$ из A_2, делаем засечку до пересечения с проекцией плоскости вращения $\Phi(\Phi_2)$.
3. Аналогично находим точки C_0, A_0, A'_0, B'_0, C'_0.

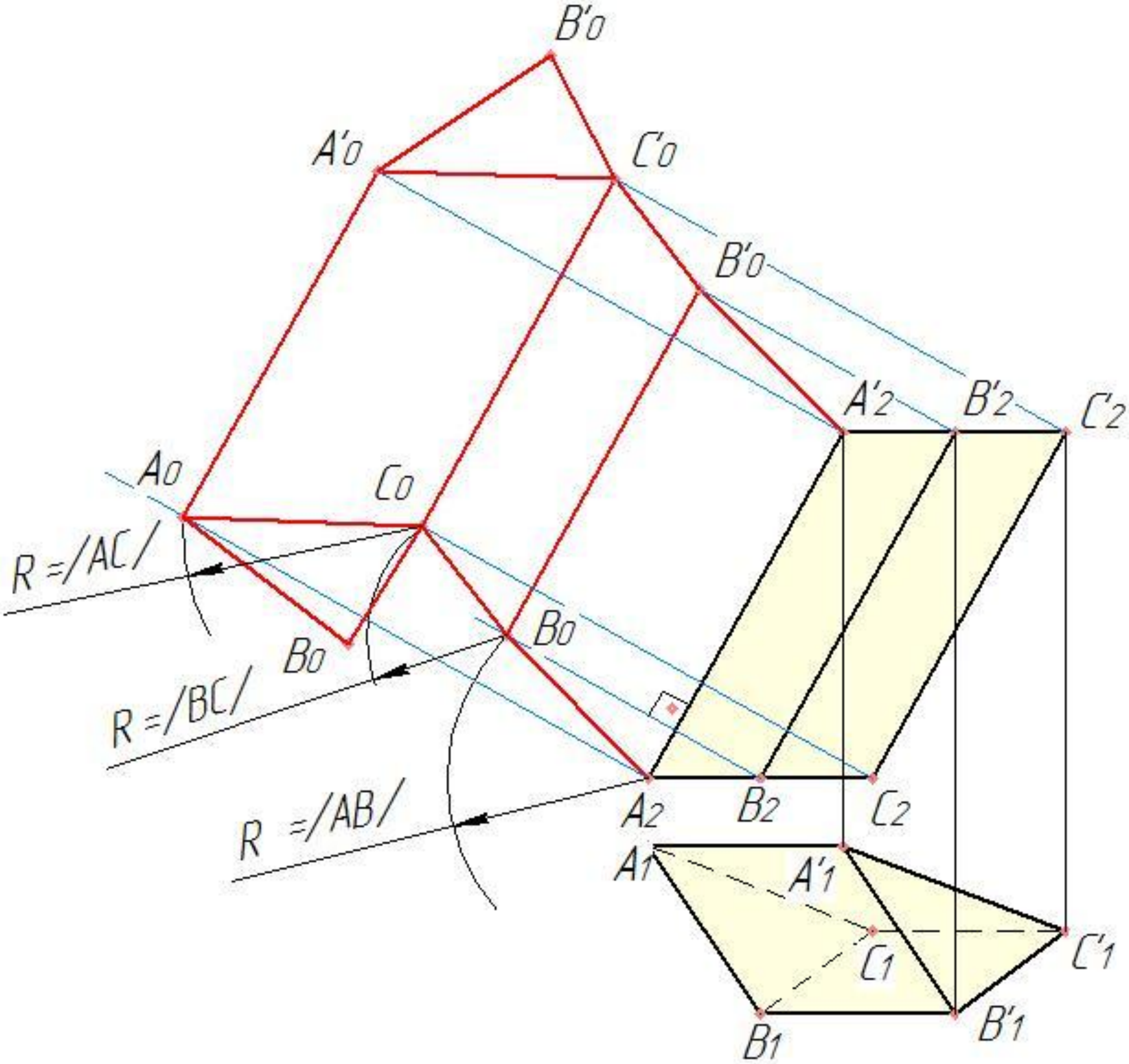


Рис. 116. *Способ раскатки.*

Развёртка наклонной призмы

На рис. 117 рассмотрим развёртку прямой призмы.

Решение:

1. Призма развёрнута в прямоугольник с высотой, равной высоте рёбер (ребра $AA^/$, $BB^/$, $CC^/$ - Горизонтально-проецирующие прямые, которые на плоскость проекций $П_2$ проецируются в натуральную величину). Развёртка построена к ребру $CC^/$.

2. По длине прямоугольника откладывается натуральная величина других сторон граней – $C^/B^/$, $B^/A^/$, $A^/C^/$. Эти стороны на $П_1$

проецируются в натуральную величину, т.к. плоскости ΔABC и $\Delta A^{/}B^{/}C^{/}$ являются горизонтальными плоскостями уровня.

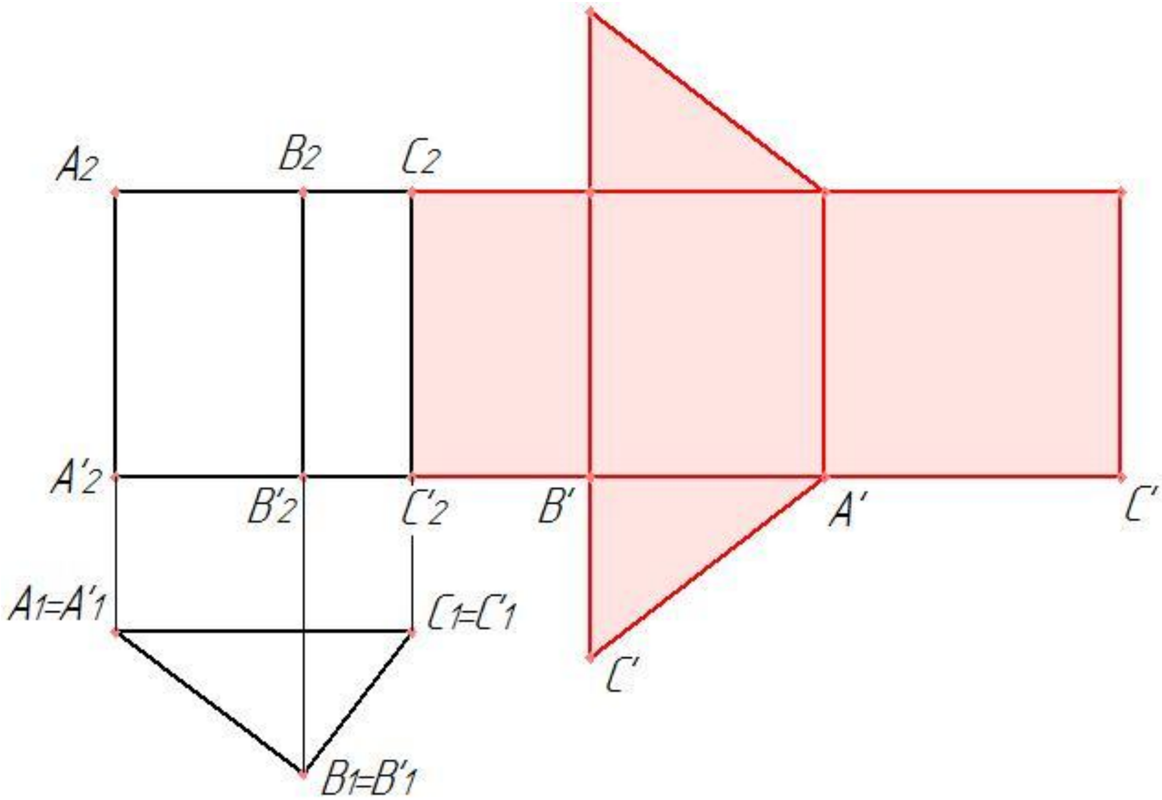


Рис. 117. *Способ раскатки прямой призмы*

Графоаналитический способ применяется для построения развёрток поверхностей, когда построение сопровождается простейшими вычислениями. Рассмотрим этот способ на примере построения развёртки прямого кругового конуса и прямого цилиндра (рис. 118, 119).

Поверхность цилиндра вращения разворачивается в прямоугольник с высотой равной высоте цилиндра и длиной, равной πd (рис. 118).

Развёртка прямого кругового конуса представляет собой круговой сектор с углом $\varphi = d/l\ 180^{\circ}$ при вершине, где d – диаметр основания, l – длина образующей конуса (рис. 119).

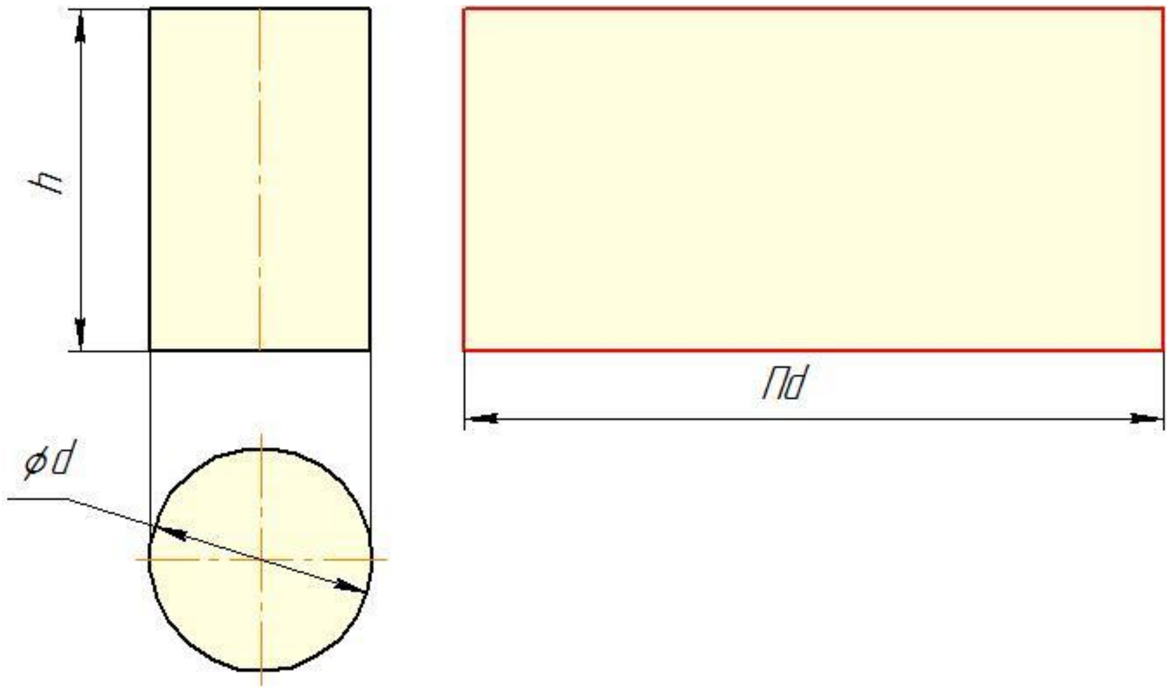


Рис. 118. *Графоаналитический способ развёртки цилиндрической поверхности вращения*

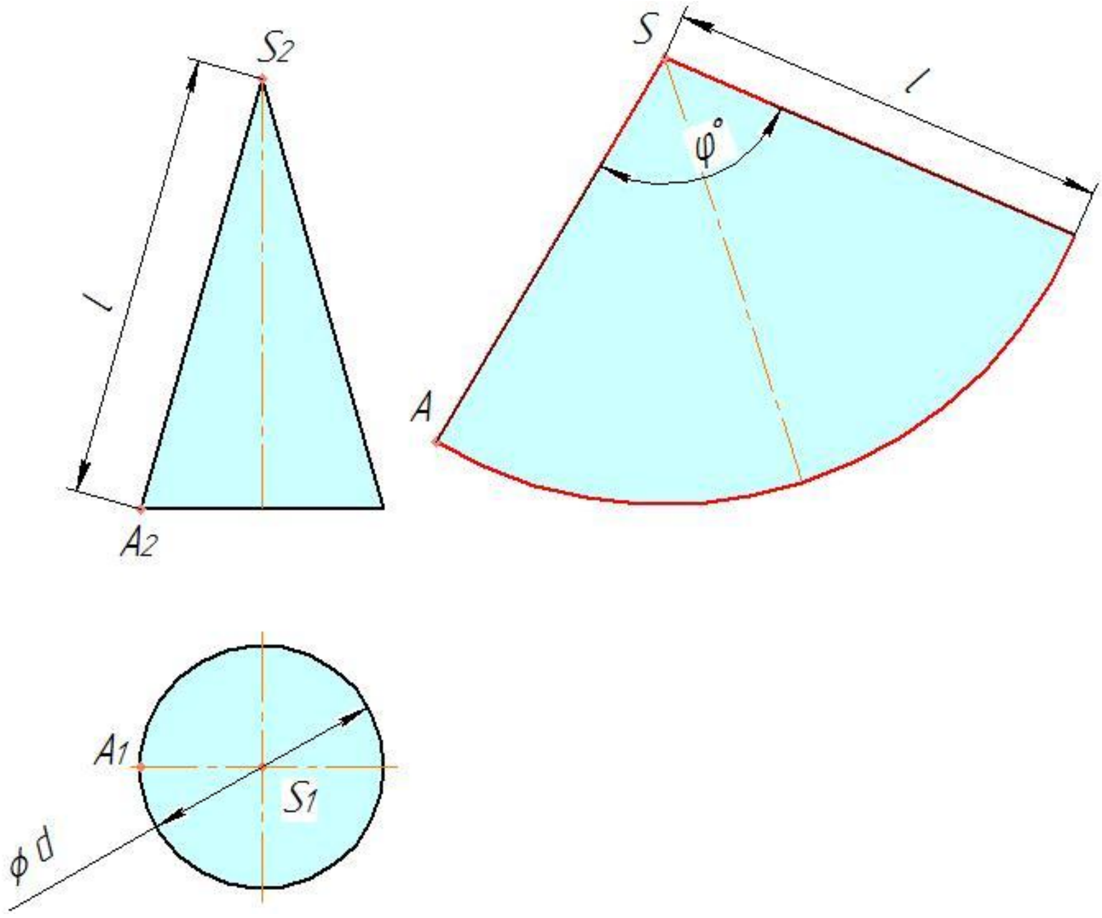


Рис.119. *Графоаналитический способ развёртки прямого кругового конуса*

Способ нормального сечения (рис. 120) применяется для развертки призматических гранных, цилиндрических поверхностей. Отличительная особенность данного способа является построение сечения призмы или цилиндра плоскостью нормальной (перпендикулярной) по отношению к боковым ребрам призмы или к образующим цилиндрической поверхности.

При последующем развертывании поверхности линия нормального сечения выстраивается в прямую линию и используется для откладывания от нее натуральной величины отрезков боковых ребер или натуральные величины отрезков образующих.

Зная величины сторон нормального сечения и длины боковых рёбер, можно определить натуральный вид каждой грани и построить развёртку.

На рис. 120 выполнена развёртка наклонной трехгранной призмы ABCDEF способом нормального сечения.

Решение:

1. Построим сечение заданной призмы вспомогательной плоскостью Г перпендикулярной к ее боковым ребрам и горизонтальной плоскости проекций $П_1$.

2. Способом замены плоскостей проекций определяем действительную величину сторон $\Delta 123$ (см. п. 2.4).

3. В произвольном месте эпюра проводим горизонтально прямую a. От точки 1_0, отмеченной на этой прямой, откладываем отрезки $[1_0 2_0]$, $[2_0 3_0]$, $[3_0 1_0]$, конгруэнтные сторонам $\Delta 123$ $(1_4 2_4 3_4)$ на плоскости $П_4$.

4. Через точки $1_0 2_0 3_0$ и 1_0 проводим прямые перпендикулярные к прямой a, и откладываем на них от точек $1_0 2_0 3_0$ и 1_0 отрезки, конгруэнтные соответствующим действительным величинам отрезков боковых ребер.

5. Полученные точки $A_0B_0C_0A_0$ и D_0E_0 F_0D_0 соединяем прямыми. Ребра AD, BE, и CF параллельны плоскости П1, поэтому на неё они проецируются в натуральную величину, A_0D_0=A_1D_1 и т.д.

6. Плоская фигура $A_0B_0C_0A_0D_0E_0F_0D_0$– развертка боковой поверхности призмы. К ней пристроены основания призмы ΔA0B0C0 и ΔD0E0F0.

На рис. 121 выполнена *развёртка конической поверхности вращения с линией пересечения двух поверхностей:* конуса вращения и трёхгранной призмы.

Решение:

1. Вначале строится сектор с углом φ и радиусом l. Угол φ = d/l 180° при вершине, где d – диаметр основания, l – длина образующей конуса (см. рис. 119).

2. Для построения точек, принадлежащих линии пересечения, использованы образующие конической поверхности. Для этого основание конуса (см. рис 121, а) и сектор (см. рис. 121, в) разделены на равное количество частей – 12. Через точки деления проведены образующие конуса.

3. Затем находим натуральную величину от точки S (вершины конуса) до соответствующей точки линии пересечения и откладываем её на той образующей развёртки, которой она принадлежит.

4. Например, точки B и $B^{/}$ принадлежат соответственно 10 и 4 образующим. На плоскости $П_2$ определяем натуральную величину от вершины конуса до этих точек, переместив точки B_2 и $B^{/}_2$ на очерковые образующие. Отрезок, отмеченный на очерковой образующей, будет натуральной величиной SB и $SB^{/}$. Замеряем полученную натуральную величину и откладываем на 4-й и 10-й образующих развёртки от точки S_0

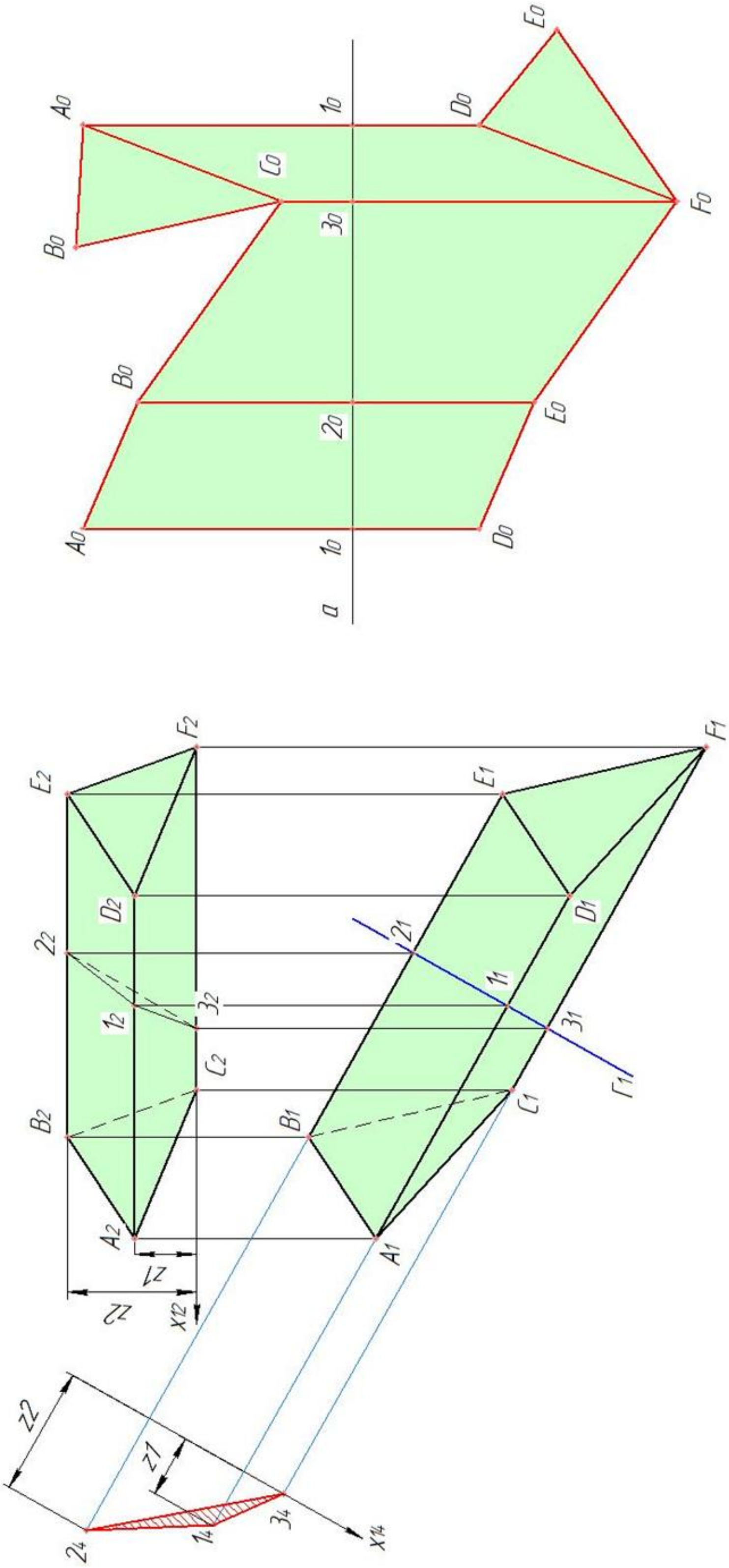


Рис. 120. *Способ нормального сечения построения развёртки наклонной призмы*

5. Точки E и $E^{/}$ находятся на промежуточных образующих между 10-й и 11-й, 3-й и 4-й. Проводим эти образующие на ортогональном чертеже и на развёртке. Определяем натуральную величину SE и $SE^{/}$ аналогично описанному приёму для SB и $SB^{/}$ и откладываем на развёртке. Так определяем все точки, принадлежащие линии пересечения. Затем соединяем их плавной линией в искомую на развёртке поверхности.

На рис. 122 выполнена *развёртка усечённой конической поверхности вращения,* при условии, что конус не может быть достроен до полного.

Решение:

1. Строится вспомогательный конус, подобный заданному. Целесообразно выбрать диаметр основания конуса d так, чтобы отношение D/d выражалось целым числом – k. Вспомогательный конус может быть построен, как показано на рис. 122, или вне усечённого.

2. Далее строится развёртка боковой поверхности вспомогательного конуса – сектор $S_0A_0A^{/}_0$ (с углом $\varphi = d/l\ 180^{\circ}$ при вершине, где d – диаметр основания, l – длина образующей конуса).

3. Выбирается произвольно точку K, из неё проводят лучи KA_0, $K1_0$, $K2_0$, $K3_0$ соответственно делением дуги $A_0A^{/}_0$и на них откладывают отрезки $KA = k^*\ KA_0$, $K1= k^*K1_0$, $K2 = k^*\ K2_0$, $K3 = k^*\ K3_0$, где $k = D/d$.

4. Через точки A, 1, 2, проводят прямые соответственно параллельно S_0A_0, S_01_0, S_02_0, S_03_0 и на этих прямых откладывают отрезки $AA^{/}= l$, $11^{/}= l$, $22^{/}= l$, $33^{/}= l$.

5. Теперь надо провести лекальные кривые через точки A,1,2,3 и $A^{/},1^{/},2^{/},3^{/}$. Вторая половина развёртки может быть построена так же как первая, или на основании симметрии относительно S_03.

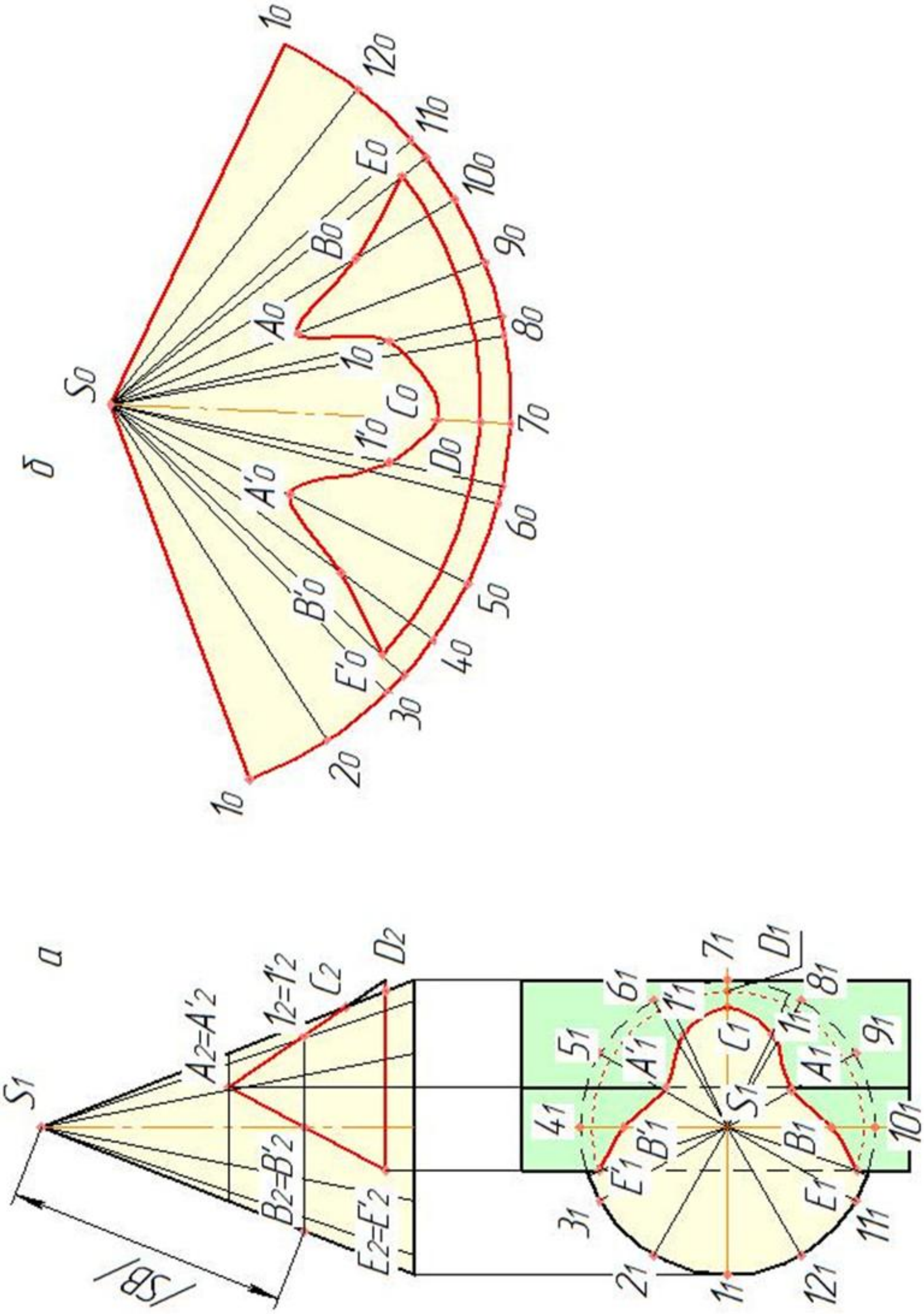


Рис. 121. *Развёртка конуса с линией пересечения: а – исходные данные; б – развёртка поверхности с линией пересечения*

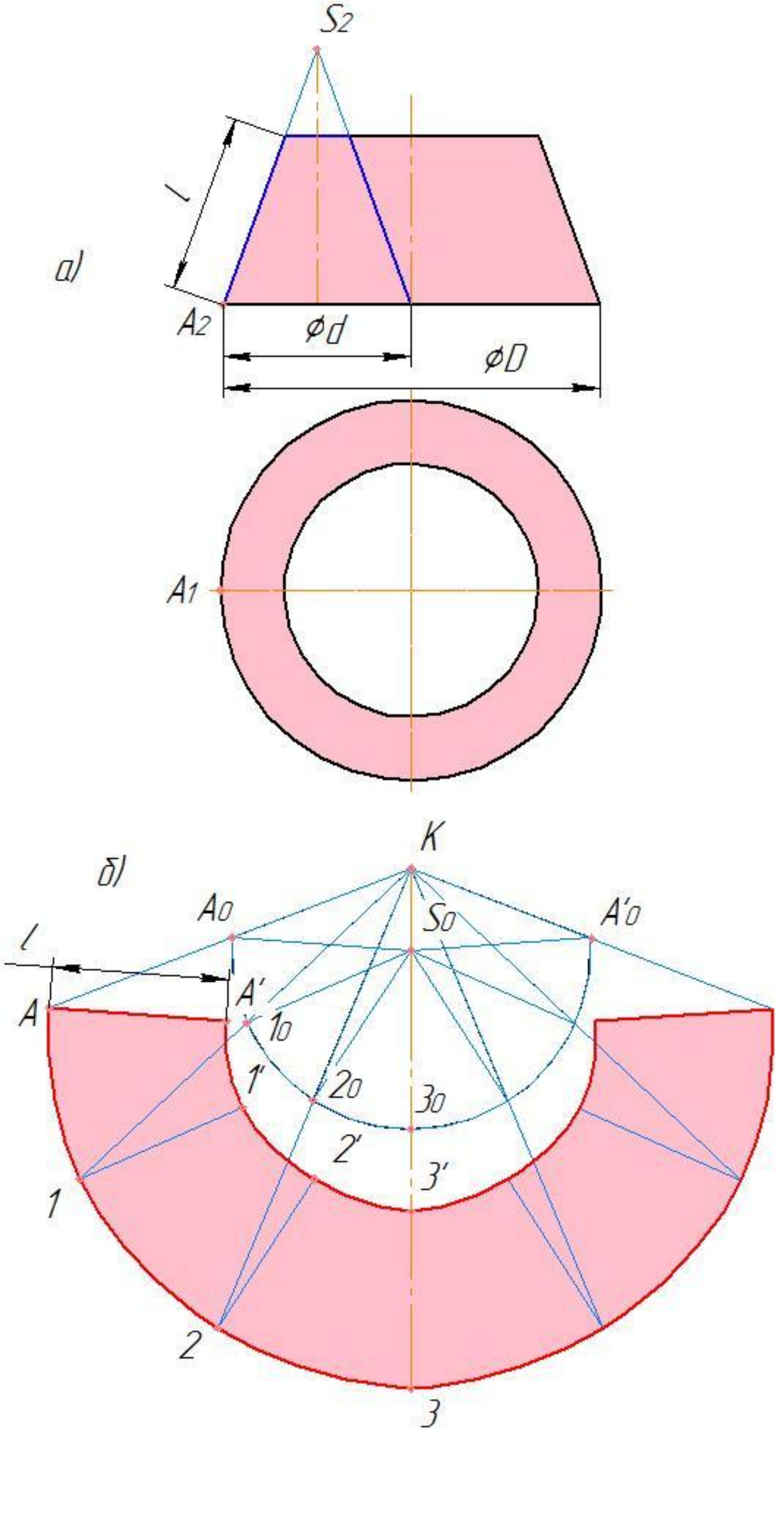


Рис. 122. *Развёртка усечённого конуса: а – исходные данные;*

б – построение развёртки

Глава 4. Защита модуля «Метрические задачи»

Защита модуля производится по билетам. Пример билета показан на рис. 129. Билеты составлены по уровням. Задачи каждого уровня подобраны с учётом степени обученности студента. Задачи первого уровня оцениваются в 20 баллов, второго уровня – в 30 баллов, третьего уровня – в 40 баллов.

Защита модуля проводится в письменном виде.

4.1. Решение задач первого уровня

Задача 1: *Определить угол наклона прямой АВ к горизонтальной плоскости проекций,* рис. 123.

Решение:

1. Задачу можно решить способом прямоугольного треугольника. Угол наклона α° к плоскости Π_1 определяется как угол между натуральной величиной прямой и её горизонтальной проекцией (см. п. 1.2.1, рис. 2, стр. 12).

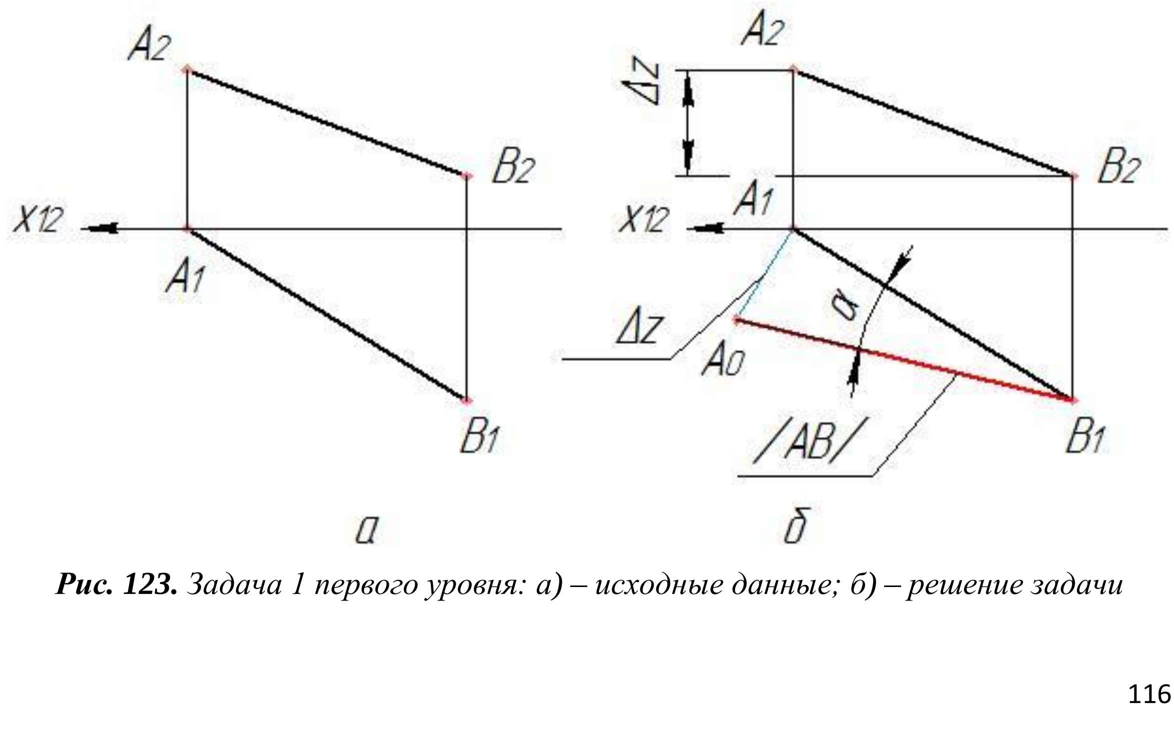


Рис. 123. *Задача 1 первого уровня: а) – исходные данные; б) – решение задачи*

Задача 2: *Определить натуральную величину плоскости*

Σ (а ∩ в), рис. 124.

Решение:

1. Плоскость Σ (а ∩ в) занимает горизонтально-проецирующее положение. Чтобы определить её натуральную величину, необходимо преобразовать её в плоскость уровня.

2. Для этого нужно выполнить одну замену, новую плоскость $П_4$ ввести параллельно плоскости Σ.

3. На плоскость $П_4$ плоскость Σ спроецируется в натуральную величину (см. п. 2.2).

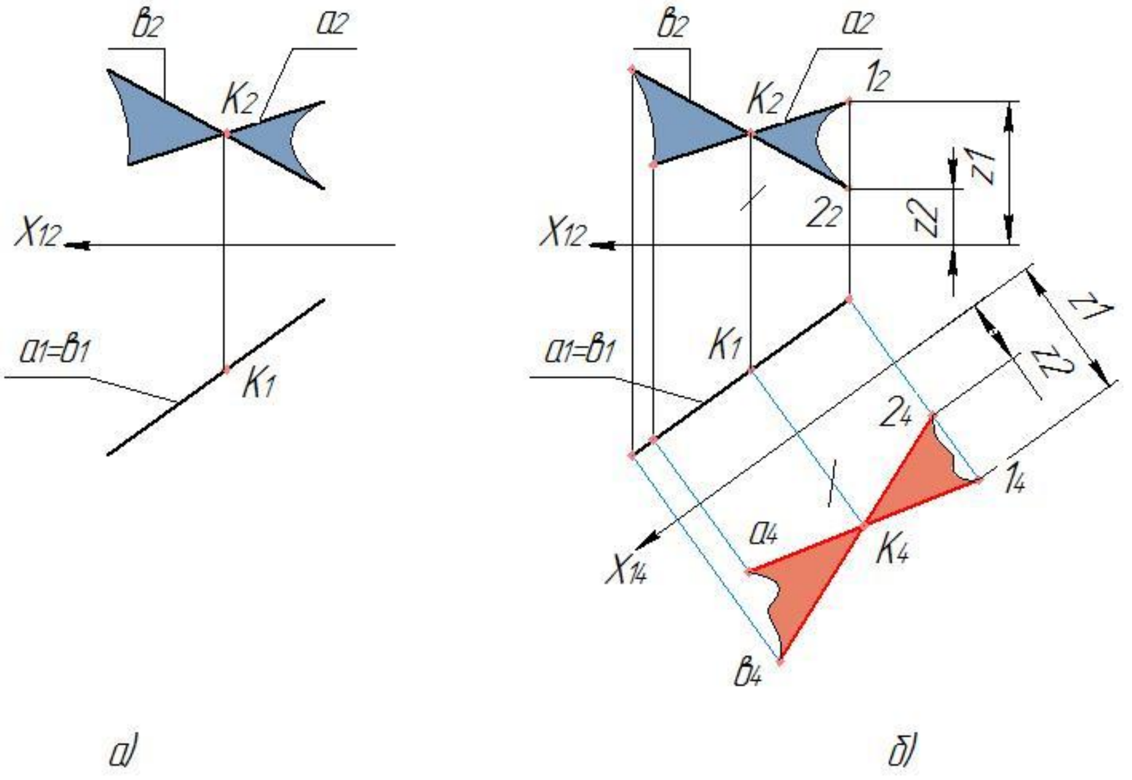


Рис. 124. *Задача 2 первого уровня: а – исходные данные; б – решение задачи*

4.2. Решение задач второго уровня

Задача 1: *Определить расстояние от точки А до плоскости Г (а ‖ в),* рис. 125.

Решение:

1. Искомое расстояние определяется перпендикуляром к плоскости. Задача решена заменой плоскостей проекций.

2. Новая плоскость $П_4$ введена перпендикулярно плоскости Г. Тогда плоскость преобразовалась в проецирующую.

3. К ней из точки $А_4$ опущен перпендикуляр, который на плоскости $П_4$ проецируется в натуральную величину. $А_4К_4$ – натуральная величина.

4. Далее точка К возвращена в старую систему плоскостей проекций $П_2/П_1$, определяем проекции $К_1$ и $К_2$ (см. п.2.2).

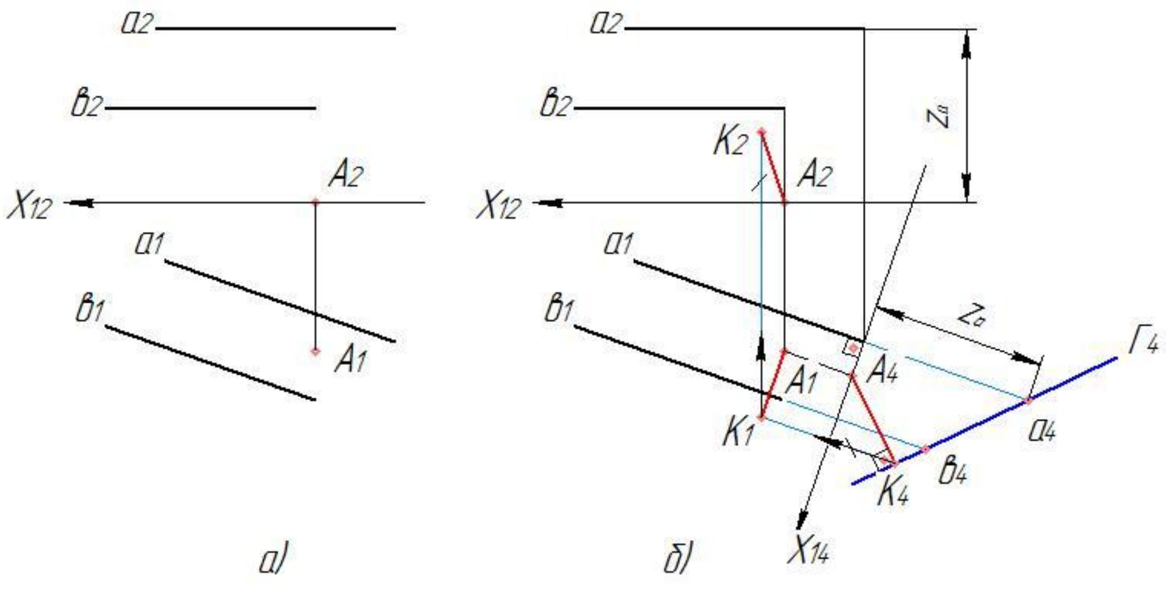


Рис. 125. *Задача 1 второго уровня:*

а – исходные данные; б – решение задачи

Задача 2: *Построить прямую призму высотой 30 мм, основанием призмы служит Δ ABC,* рис. 126.

Решение:

1. У прямой призмы рёбра перпендикулярны основанию. Следовательно, основание (Δ ABC) преобразовывается способом замены плоскостей проекций из плоскости общего положения в проецирующую плоскость $A_4B_4C_4$.

2. Для этого вводится новая плоскость $П_4$ перпендикулярно (Δ ABC). Ось X_{14}проводится перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали плоскости B_1C_1.

3. В точки A_4, B_4, C_4 проводятся перпендикуляры, на которые откладывается высота 30 мм.

4. Получают точки $A^/_4$, $B^/_4$, $C^/_4$. Затем эти точки возвращают в старую систему плоскостей проекций $П_1/П_2$. Построение показано на рис. 125.

4.3. Решение задач третьего уровня

Задача 1: *На стороне AB ΔABC найти точку, равноудалённую от сторон угла BCA,* см. рис. 127.

Решение:

1. Точкой на стороне AB, равноудалённой от сторон угла BCA, будет точка пересечения биссектрисы угла со стороной AB.

2. Чтобы построить биссектрису угла, нужно ΔABC преобразовать в плоскость уровня.

3. Для этого необходимо выполнить две замены. При первой замене плоскость $П_4$вводится перпендикулярно ΔABC, ось X_{14} перпендикулярна h_1(горизонтальной проекции горизонтали плоскости).

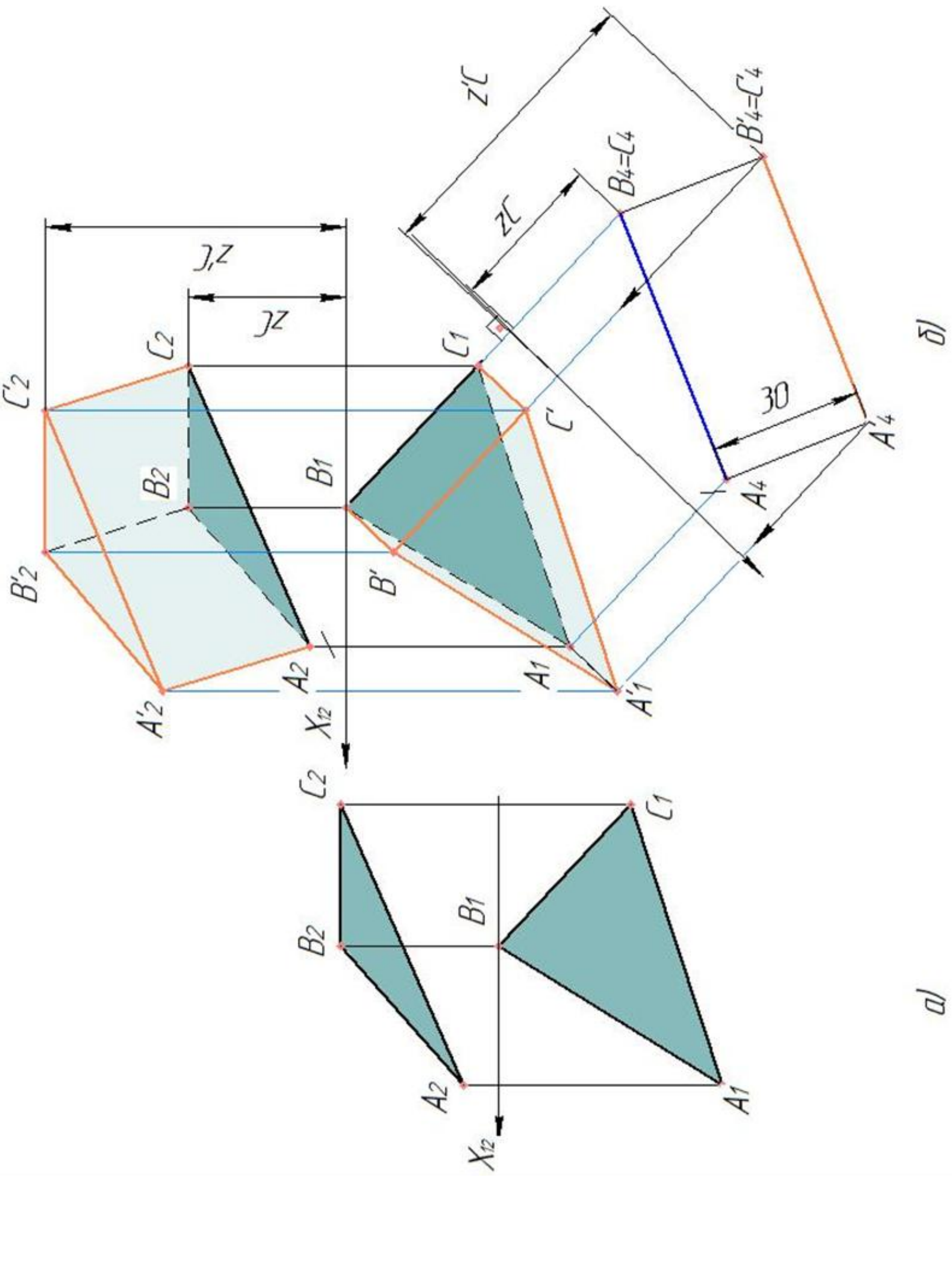


Рис. 126. *Задача 2 второго уровня: а – исходные данные; б – решение задачи*

4. На плоскость $П_4$ ΔABC проецируется в линию, т.е. займёт проецирующее положение.

5. При второй замене плоскость $П_5$ вводится параллельно проецирующей плоскости, тогда ось X_{45} параллельна $A_4B_4C_4$.

6. На плоскость $П_5$ ΔABC проецируется в натуральную величину.

7. Теперь угол ВСА делится пополам, и биссектриса продляется до пересечения со стороной A_5B_5.

8. Точка K_5 будет искомой. Эта точка возвращается в старую систему плоскостей проекций последовательно на $П_4$, $П_1$, $П_2$. На A_4B_4 отмечается K_4, на A_1B_1 – K_1, на A_2B_2 – K_2.

Задача 2: *Построить прямоугольник ABCD с большой стороной BC на прямой BM, исходя из условия, что отношение его сторон равно 1,5,* рис. 128.

Решение:

1. У прямоугольника смежные стороны перпендикулярны. Так как прямая BM общего положения, способом замены плоскостей проекций, определяется натуральная сторона прямой.

2. В точку B_4 восстанавливается перпендикуляр – на основании теоремы о проецировании прямого угла.

3. От оси X_{14} откладывается расстояние z_A и проводится линия параллельно оси X_1. На пересечении с перпендикуляром отмечается точка A_4.

4. По линиям связи определяется точка A_1.

5. Затем определяется натуральная величина стороны AB способом прямоугольного треугольника. Прямоугольный треугольник построен на плоскости $П_1$.

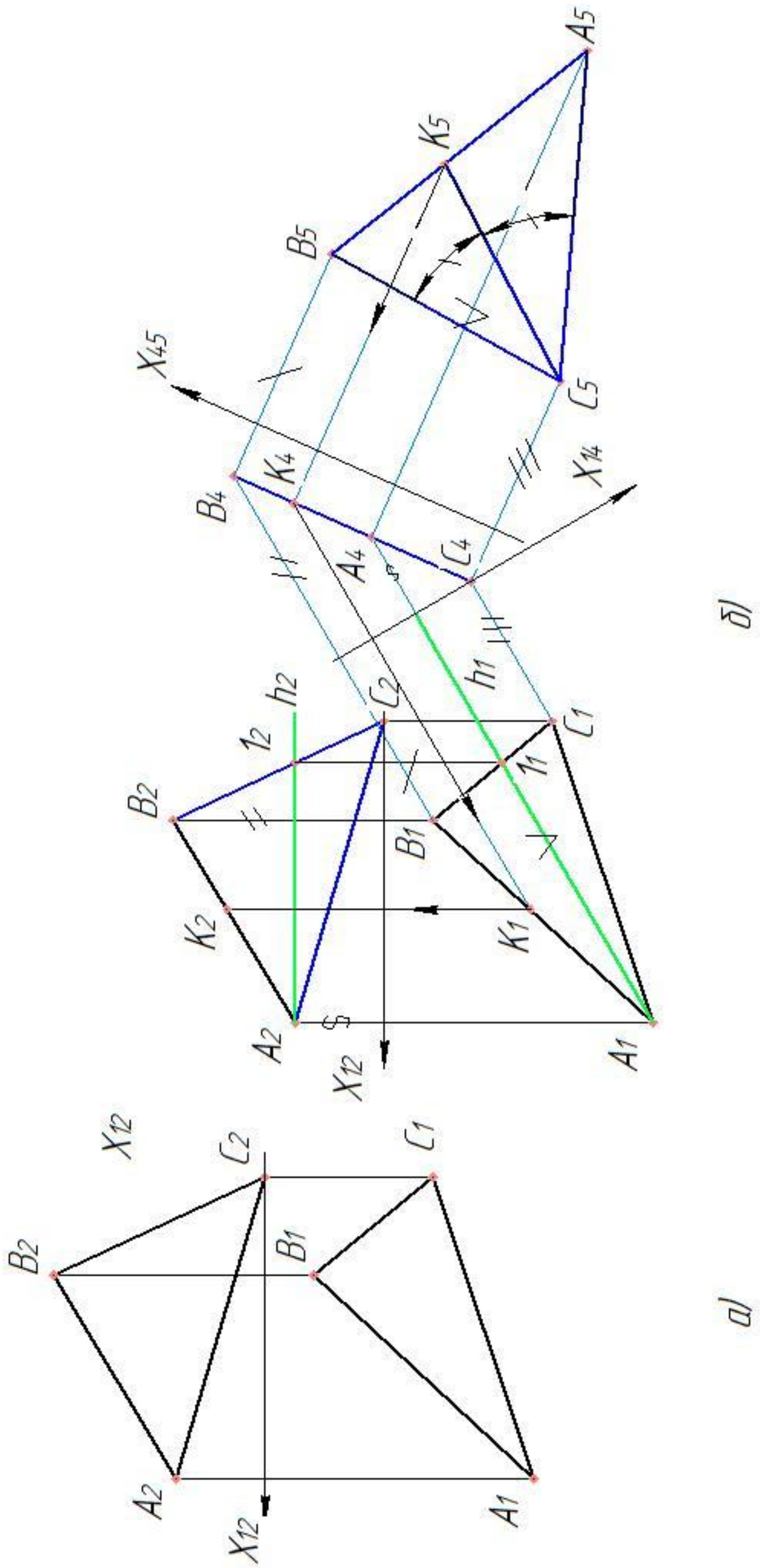


Рис. 127. *Задача 1 третьего уровня: а – исходные данные; б – решение задачи*

6. За катет принята горизонтальная сторона A_1B_1. Второй катет проведён в точку A_1 и откладывается на нём Δz. Полученная точка A_0 соединяется с B_1.

7. Отрезок B_1A_0 является гипотенузой. Это есть натуральная величина стороны AB.

8. Сторона BC в 1,5 раза больше AB. На натуральной величине M_4B_4 откладывается 1,5 отрезка /AB/ и отмечается точка C_4.

9. По линиям связи находятся точки C_1 и C_2.

10. У прямоугольника противоположные стороны параллельны. Для нахождения D_1 из точки C_1 проводят линию, параллельную A_1B_1. Затем из D_1 проводят линию связи, а из C_2 проводят линию параллельную A_2B_2. Полученные точки соединяют.

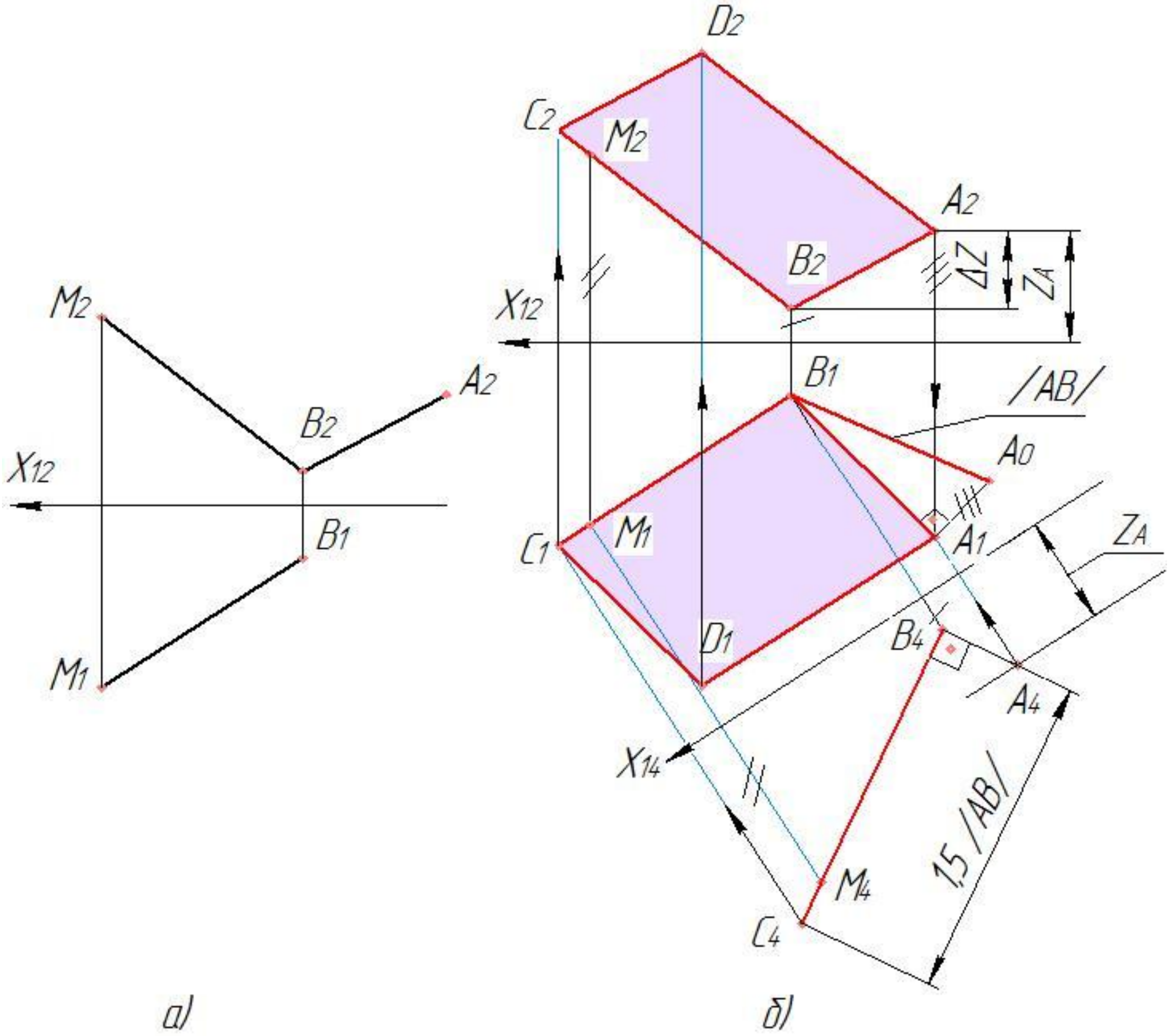


__Рис. 128.__ Задача 2 третьего уровня: а – исходные данные; б – решение задачи

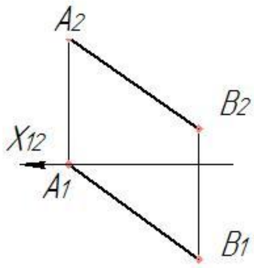
4.4. Образец билета для защиты модуля №3

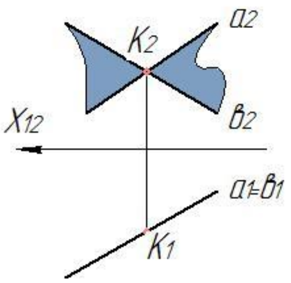
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Забайкальский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)
по дисциплине **«Инженерная графика»** для направлений 13.03.01, 13.03.02
Модуль №3 «Метрические задачи» Билет № 4

Уровень 1 – 20 баллов

1.Определить угол наклона прямой АВ к фронтальной плоскости проекций.

2. Определить натуральную величину плоскости Σ (а∩в).

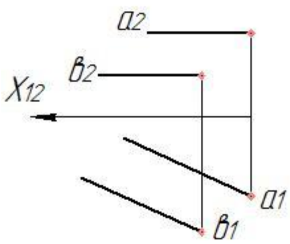


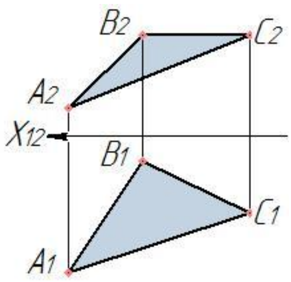


Уровень 2 – 30 баллов

1. Определить расстояние от точки А до плоскости Σ (а‖в).

2. Построить прямую призму, высотой 30 мм, основанием призмы служит ΔАВС.

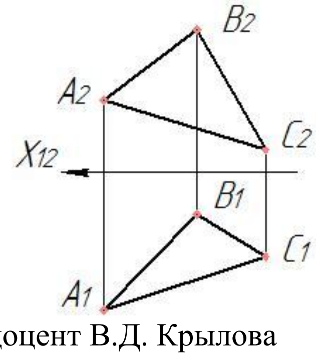


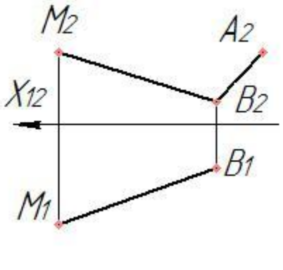


Уровень 3 – 40 баллов

1. На стороне АВ найти точку, равноудалённую от сторон угла ВСА.

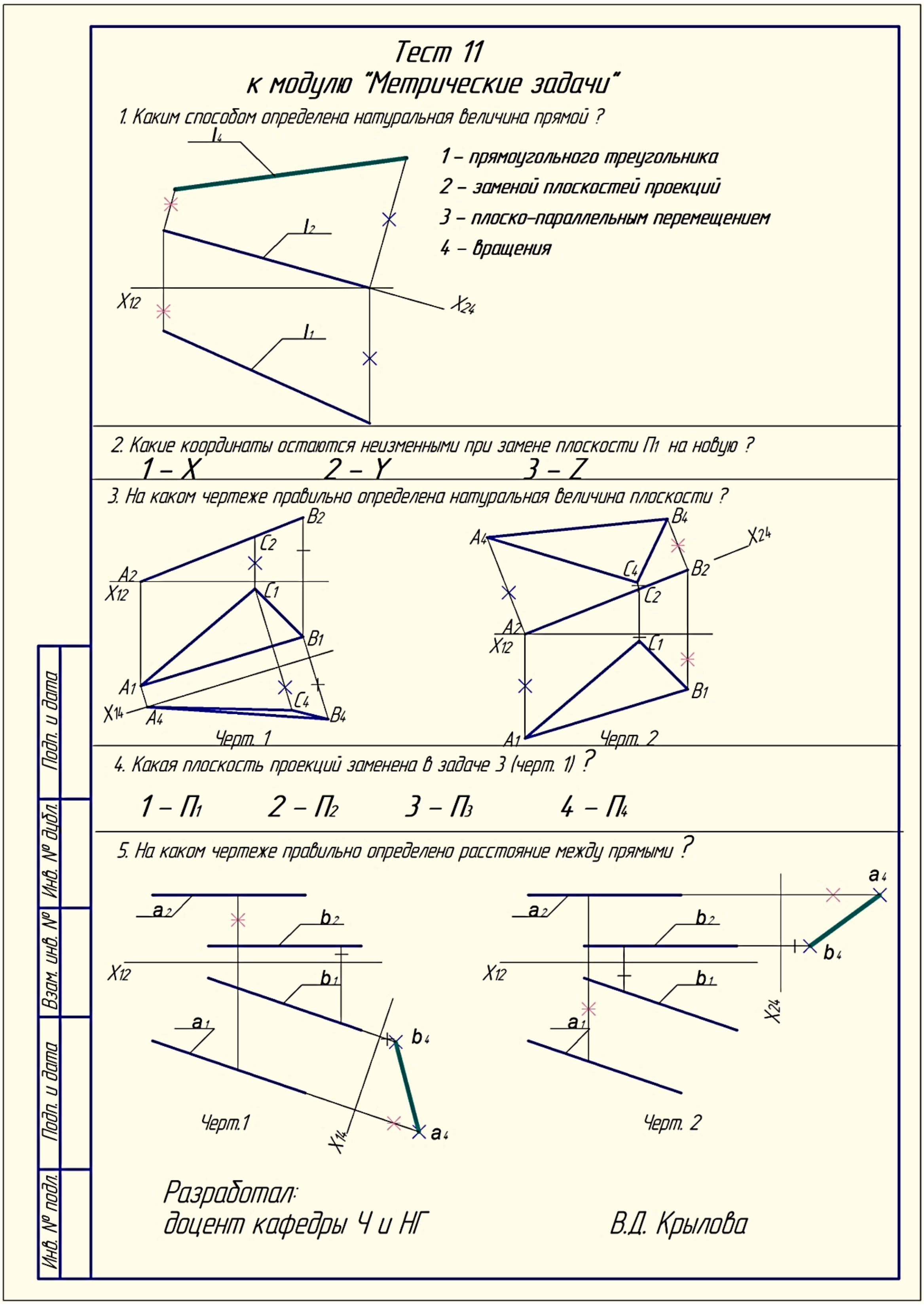
2. Построить прямоугольник ABCD с большой стороной ВС на прямой ВМ, исходя из условия, что отношение сторон равно 1,5.





Разработал: доцент В.Д. Крылова

4.5. Образец билета для тестирования



Заключение

Поиск оптимальных способов интенсификации учебного процесса и повышение его эффективности является важным и актуальным. Чтобы обеспечить гарантированное качество графической подготовки студентов в условиях резкого сокращения объёма часов, возникает необходимость разработки новых технологий обучения. Следуя идеологии компетентностного подхода, основывающейся на повсеместном использовании новых информационных технологий, современное обучение должно стать практико-ориентированным.

Разработанное учебное пособие предусматривает решение задач в рамках 2D технологии геометрического моделирования, а также предложена задача по вариантам на основе использования современных возможностей компьютерных систем 3D-моделирования.

В учебном пособии студенты встречаются не только с постановкой, но и с рассмотрением решений задач.

Содержание и структура пособия таковы, что его применение позволяет оперативно руководить ходом усвоения программного материала всеми студентами и добиваться полной реализации учебной программы при известной индивидуализации обучения в пределах учебной группы. Рациональное использование учебного пособия не только экономит учебное время, но и способствует более активной форме усвоения материала, обеспечивает точность и выразительность построений, даёт возможность установить обратную связь с аудиторией.

Теория построения развёрток рекомендована студентам при разработке соответствующих тем для участия в научно-практических конференциях университета.

Глоссарий

Алгоритм – последовательность действий исполнителя для достижения некоторого результата.

Геометрическое моделирование – совокупность операций и процедур, включающих формирование геометрической модели объекта и её преобразования с целью получения желаемого изображения объекта и определения его геометрических свойств. *Геометрическое моделирование* – раздел математического моделирования – позволяет решать разнообразные задачи в двумерном, трехмерном и, в общем случае, в многомерном пространстве.

Гипотенуза – самая длинная сторона прямоугольного треугольника, противоположная прямому углу.

Графоаналитический способ – применяется для построения развёрток поверхностей, когда построение сопровождается простейшими вычислениями.

2D технологии – конструктор строит проекции создаваемого объекта, т. е. его плоские изображения — виды, разрезы, сечения и др.

3D технологии – проектирование состоит в том, что конструктор сразу строит реалистичную, наглядную, виртуальную модель детали, узла или здания, собирая ее из объемных примитивов (призма, цилиндр, конус и т.д., а также примитивы на основе вращения или перемещения плоского контура), не прибегая к построению чертежа.

Диагональ – это отрезок, соединяющий две несмежные вершины многоугольника.

Замена плоскостей проекций – это когда при ортогональном проецировании достигнуто перемещение плоскостей проекций в новое положение, по отношению к которому проецируемая фигура, не меняющая своего положения, окажется в частном положении.

Защита модуля – это выполнение письменной самостоятельной работы по билетам как итог изучения определённого раздела учебной дисциплины.

Катет – это одна из сторон прямоугольного треугольника.

Квадрат – это правильный четырёхугольник, у которого все стороны и углы равны между собой. Квадрат является частным случаем прямоугольника, ромба и параллелограмма.

Линия ската – это прямая перпендикулярная горизонтали плоскости. Данная линия применяется для определения угла наклона плоскости к плоскости проекций $П_1$.

Модуль – это составная часть, отделимая или хотя бы мысленно выделяемая из общего.

Множество – это объединение в одно общее объектов, хорошо различаемых нашей интуицией или нашей мыслью.

Метрические задачи – это задачи, в которых определяются значения геометрических величин – расстояний между геометрическими образами, углов, натуральных величин сечений и т.д.

Модель – это (от лат. modulus - мера, образец, норма) любой мысленный или знаковый образ моделируемого объекта (оригинала).

Моделирование – один из основных методов познания, который заключается в выделении из сложного явления (объекта) некоторых частей и замещении их другими объектами, более понятными и удобными для описания, объяснения и разработки.

Натуральная величина – это реальная величина размера. Например, "нарисуй в натуральную величину" означает, что надо нарисовать предмет с точно такими же размерами, которые мы видим.

Неразвёртывающиеся – это поверхности, которые невозможно преобразовать в гибкую, но не растяжимую плёнку, совмещённую с плоскостью без складок и разрывов всеми своими точками.

Нормальное сечение – это линия пересечения поверхности с плоскостью, проведённой через нормаль в заданной точке.

Образующая – это линя, движением которой образуется какая-либо поверхность.

Обратная метрическая задача – это задача, когда по длине отрезка и углам наклона к плоскостям проекций строят проекции отрезка на эпюре Монжа.

Отрезок – это часть прямой, ограниченной двумя точками.

Перпендикулярность – это бинарное отношение между различными объектами (векторами, прямыми, подпространствами и т.д.). Для обозначения перпендикулярности имеется общепринятый символ: $\perp$ предложенный в 1634 году французским математиком Пьером Эригоном.

Проецирование – это метод получения проекций – изображений пространственных предметов на плоскости проекций при помощи пучка воображаемых проецирующих световых или зрительных лучей. При этом предмет располагается между наблюдателем и плоскостью проекций.

Плоскость проекций – это плоскость, на которую проецируют изображение предмета.

Прямая метрическая задача – это задача на определение натуральной величины отрезка и углов наклона к плоскостям проекций.

Преобразовать – это превратить из одного вида в другой, из одной формы в другую, т.е. совершенно переделать, изменить к лучшему.

Параллельность – это отношение между прямыми. В евклидовой геометрии параллельными прямыми называются прямые, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны. Термин «ромб» происходит от др.-греч. rombos – «бубен». Если сейчас бубны в основном делают круглой формы, то раньше их делали как раз в форме ромба или квадрата.

Равнобедренный треугольник – это треугольник, в котором две стороны равны между собой по длине. Боковыми называются равные стороны, а последняя неравная им сторона – основанием.

Равносторонний треугольник – это треугольник у которого все стороны равны.

Развёртка – это плоская фигура, полученная в результате совмещения поверхности с какой-либо плоскостью.

Развёртывающиеся поверхности – это поверхности, которые допускают преобразование, при котором поверхность, выполненная в виде гибкой, но не растяжимой плёнки совмещается с плоскостью без складок и разрывов всеми своими точками.

Раскатка – применяется для построения разверток призматической и цилиндрической поверхности.

Способ прямоугольного треугольника – это способ определения натуральной величины отрезка общего положения, в котором она равна гипотенузе прямоугольного треугольника, одним катетом треугольника является проекция отрезка на одну из плоскостей проекций, а другим – разность расстояний концов отрезка от этой же плоскости проекций.

Скрещивающиеся прямые – это прямые, которые не параллельны друг другу и не пересекаются в пространстве.

Сечение – это фигура, полученная при рассечении предмета плоскостью.

Теорема – это определённое утверждение, для которого существует доказательство в определённой теории.

Триангуляция – это способ построения развёртки поверхности. Применяется для построения разверток пирамидальных и конических поверхностей.

Тестирование – это исследовательский метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств личности, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения испытуемым ряда специальных заданий.

Точечное множество – это точечное пространство.

Эпюр – это плоский чертёж предмета на две, три и более плоскостей проекций, причём горизонтальная и профильная плоскости совмещаются с фронтальной.

Библиографический список

1. Александрова, Е.П. Геометрическое моделирование как инструмент повышения качества графической подготовки студентов: статья / Е.П. Александрова, К.Г. Носов, И.Д. Столбова. – Открытое образование. – 2014, №5. – 20 – 26 с.

2. Гордон Владимир Осипович. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: учеб. пособие / Гордон Владимир Осипович, Иванов Юрий Борисович, Солнцева Татьяна Евгеньевна; под ред. Ю.Б. Иванова. – 14-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2009. – 320 с.: ил. – ISBN 978-5-06-003519-3: 585-00.

3. Гордон Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии: учеб. пособие / Гордон Владимир Осипович, Семенцов-Огиевский Михаил Алексеевич; под ред. В.О. Гордона. – 29 изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2009. – 272 с.: ил. – ISBN 978-5-06-006153-6: 586-00.

4. Крылова, В.Д. Инженерная графика / В.Д. Крылова, Т.Н. Матюгина: учеб. пособие. – Чита: ЧитПИ, 1988. – 90 с.

5. Крылова, В.Д. Начертательная геометрия. Метрические задачи: учеб. пособие / В. Д. Крылова. – Чита: ЧитГТУ, 2003. – 82 с. – ISBN 5-9293-0075-5: 13-50.

6. Нартова, Л.Г. Начертательная геометрия: учеб. для вузов / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин. – М.: Дрофа, 2003. – 208 с.: ил. – ISBN 5-7107-6221-0.

7. Селиванова, С.А. Пособие для самостоятельной работы студентов по начертательной геометрии /С.А. Селиванова. – Чита: ЗабИЖТ, 2004. – 188 с.

8. Хейфец, А.Л. Начертательная геометрия и компьютерное геометрическое моделирование: учеб. пособие / А.Л. Хейфец, А.Н. Логиновский. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013.

Приложения

Приложение А

Таблица А 1

№	*A*			*B*			*C*			*D*			*a*
вар.	*x*	*y*	*z*	*x*	*y*	*z*	*x*	*y*	*z*	*x*	*y*	*z*	
1	65	10	20	10	20	0	0	60	60	35	70	5	20
2	70	0	60	45	50	10	0	20	10	10	20	55	25
3	70	60	45	40	0	55	0	45	10	65	15	0	30
4	65	20	0	40	5	55	0	50	5	70	65	55	15
5	60	60	10	45	15	55	0	5	25	10	45	65	20
6	60	65	20	45	20	50	5	10	10	70	20	10	25
7	65	15	0	40	0	55	0	40	20	55	60	50	30
8	60	65	30	45	10	60	5	10	20	45	15	10	35
9	75	25	0	30	5	50	10	60	20	60	55	55	15
10	80	20	10	45	0	70	0	45	40	10	0	15	20
11	65	20	55	20	5	5	0	50	25	60	55	10	20
12	75	5	25	35	55	65	0	25	0	65	55	0	15
13	80	0	40	0	20	70	30	45	0	70	55	65	30
14	70	10	20	50	45	50	0	25	10	65	55	0	35
15	65	20	10	10	0	20	0	60	60	35	5	75	20
16	70	60	0	45	10	50	0	10	20	20	55	60	25
17	70	45	60	40	55	0	0	10	45	65	0	15	15
18	65	0	20	40	55	5	0	5	60	70	55	65	30
19	60	10	60	45	55	15	0	25	5	10	55	45	35
20	60	20	65	45	60	20	5	10	10	70	10	20	20
21	65	0	5	40	55	0	0	20	40	55	50	60	25
22	60	30	65	45	60	10	5	20	10	75	10	15	30
23	75	25	0	30	50	5	10	20	60	60	55	55	35
24	80	10	20	45	70	0	0	40	45	10	15	0	15
25	65	55	20	25	5	5	0	25	55	60	10	55	20
26	75	25	5	35	65	55	0	0	25	65	10	55	25
27	70	25	20	32	10	55	45	65	55	65	10	0	30
28	75	20	90	40	60	60	10	40	20	10	10	65	35
29	80	45	50	90	10	5	15	65	50	65	65	5	15
30	80	30	15	55	0	70	15	5	45	75	55	65	20

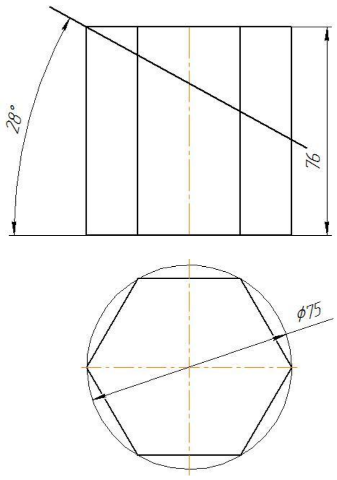
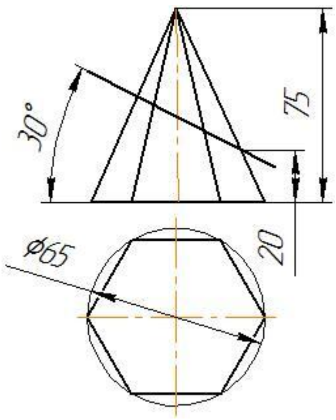
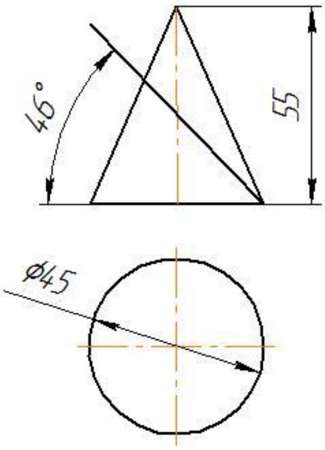
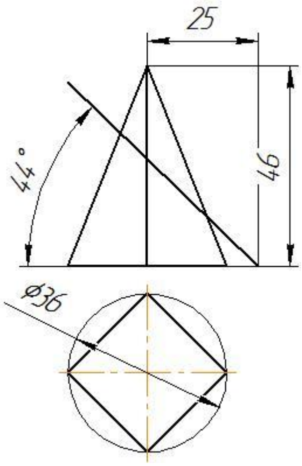
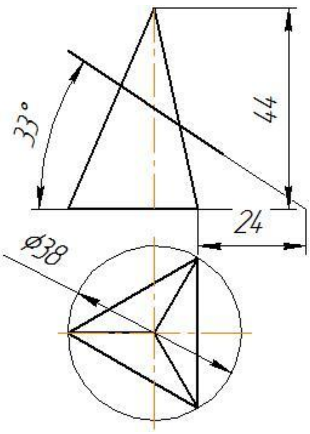
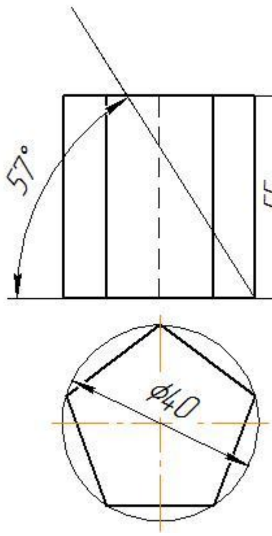
Приложение Б

Таблица Б 1

№ вар.	Радиус описанной окружности основания пирамиды, мм	Натуральная величина большого бокового ребра, мм
1	60	150
2	75	200
3	80	210
4	55	170
5	85	185
6	90	190
7	75	165
8	65	178
9	70	210
10	80	145
11	58	205
12	49	150
13	64	155
14	74	165
15	86	170
16	58	195
17	78	200
18	64	180
19	60	179
20	79	205
21	80	185
22	52	100
23	78	204
24	75	184
25	60	195
26	65	185
27	45	125
28	56	135
29	75	200
30	85	195

Приложение В

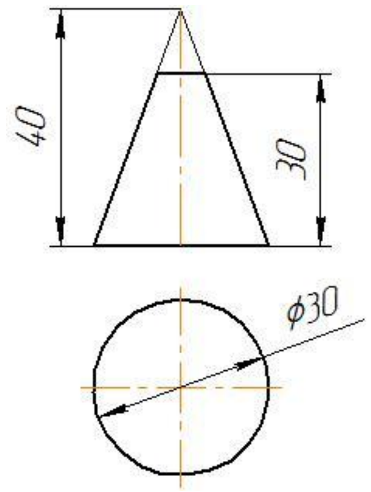
Таблица В 1

Вариант 1,24 	Вариант 2, 23 
Вариант 3, 22 	Вариант 4, 21 
Вариант 5, 20 	Вариант 6, 19 

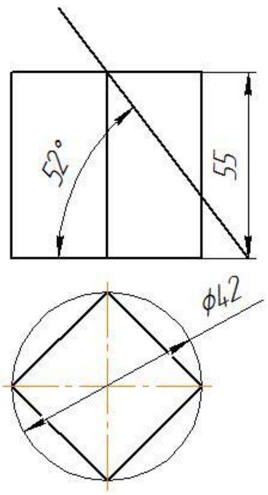
Продолжение прил. В

Таблица В

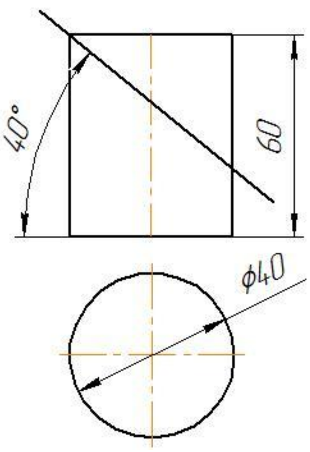
Вариант 7, 18



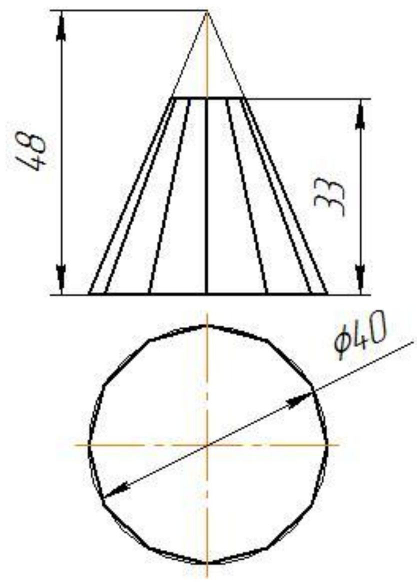
Вариант 8, 17



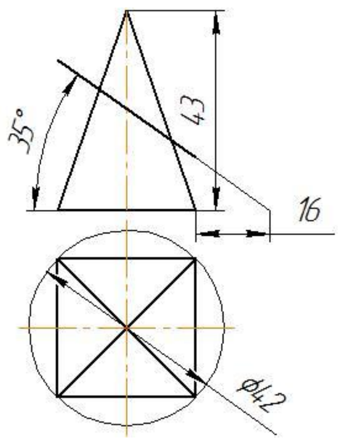
Вариант 9, 16



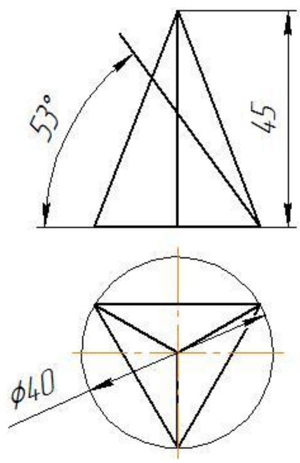
Вариант 10, 15



Вариант 11, 14



Вариант 12, 13



Учебное издание

Крылова *Вера Дмитриевна*

Буслаева *Светлана Викторовна*

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ:

МЕТРИЧЕСКМЕ ЗАДАЧИ

Редактор В.К. Демиденко
Вёрстка И.А. Аргуновой

Подписано в печать 05.07.2018.
Форм. бум. 60 х 84 1/16
Бумага офсетная. Способ печати цифровой.
Усл. печ. л. 7,1. Уч.-изд. л. 4,6. Заказ № 198100
Тираж 200 экз.

ФГБОУ ВО «Забайкальский государственный университет»
672039, Чита, ул. Александро-Заводская, 30