

### 1.5.3. Главные линии плоскости.

#### Линии наибольшего наклона к плоскостям проекций

Прямые, занимающие особое положение в плоскости, называют главными линиями плоскости. К ним относятся горизонтали, фронтали, профильные прямые и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций.

Горизонталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная плоскости проекций  $\Pi_1$ .

На рис. 27 проекции горизонтали проведены через точки А и 1. Фронтальная проекция горизонтали  $h_2$  всегда параллельна оси  $x$ , горизонтальная строится по линиям проекционной связи.

Фронталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная плоскости проекций  $\Pi_2$ .

Проекция фронтали плоскости построены через точки 2 и 1. Горизонтальная проекция фронтали параллельна оси  $x$ , фронтальная проекция находится по линиям проекционной связи (рис. 28).

Профильная - прямая, лежащая в плоскости и параллельная плоскости проекций  $\Pi_3$ .

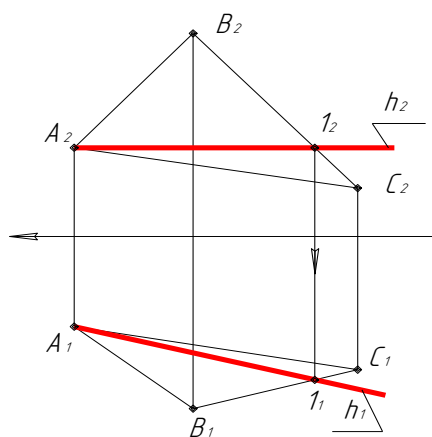


Рис. 27

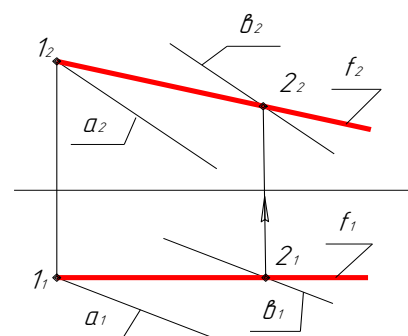


Рис. 28

Линии наибольшего наклона к плоскостям проекций – это линии, перпендикулярные горизонтали, фронтали или профильной прямой. Из трех

линий наибольшего наклона к плоскостям проекций отметим линию наибольшего наклона к плоскости  $\Pi_1$ . Эту линию называют линией ската. Линия ската – прямая, лежащая в плоскости и перпендикулярна ее горизонтали. Угол  $\alpha$  есть угол наклона плоскости  $\Sigma$  к  $\Pi_1$  (рис. 29).

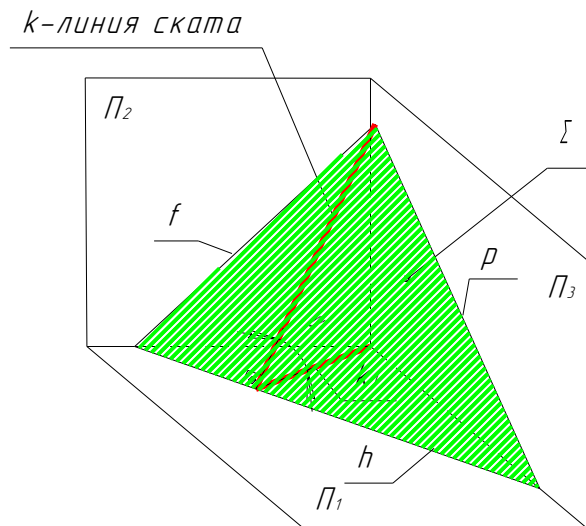


Рис. 29

**Пример.** Определить угол наклона плоскости  $\Sigma$  к  $\Pi_1$  (рис. 30).

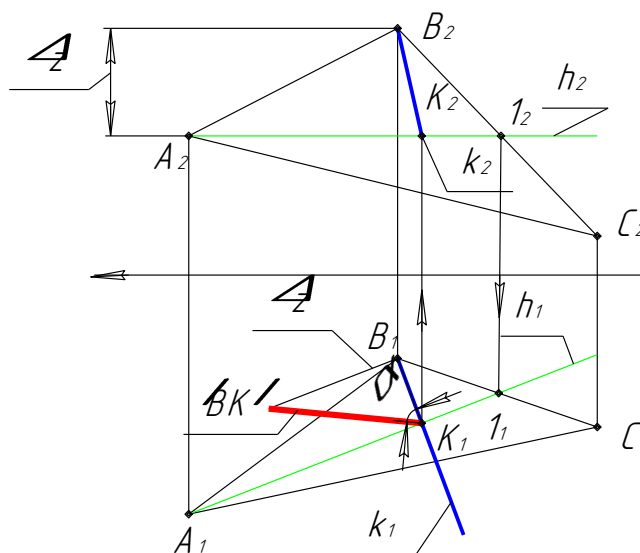


Рис. 30

**Решение.**

1. Строим в плоскости  $\Sigma$  горизонталь. Для этого  $h_2 \parallel x_{12}$ ,  $h_1$  по линиям связи.

1. Проводим линию ската  $k$ ,  $k_1 \perp h_1$ ;  $k_2$  строим по линиям связи.
2. Способом прямоугольного треугольника определяем угол наклона плоскости  $\Sigma$  к  $\Pi_1$ .

## 1. Позиционные задачи

Позиционные задачи – это задачи о взаимном расположении геометрического образа.

Все многообразие позиционных задач может быть сведено к трем группам:

- 1) задачи на принадлежность;
- 2) задачи на определение точек пересечения;
- 3) задачи на построение линий пересечения.

### 1.1. Задачи на принадлежность

При решении задач на принадлежность необходимо знать следующее:

- 1) точка принадлежит линии, если проекции точки принадлежат одноименным проекциям линии.

**Задача 1.** Определить принадлежность точек  $A$  и  $B$  прямой  $L$  (рис. 37).

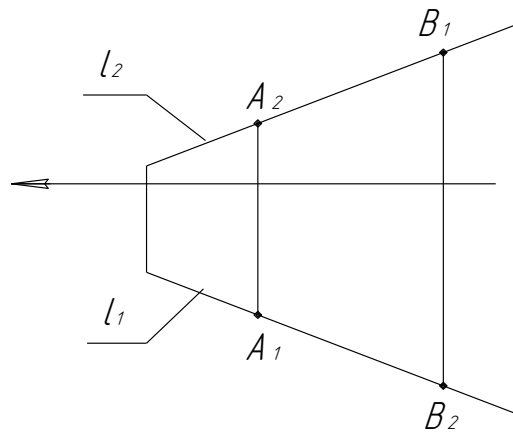


Рис. 37

**Решение.** Точка А принадлежит  $L$ , т.к.  $A_1 \in L_1$ ;  $A_2 \in L_2$ . Точка В не принадлежит  $L$ , т.к.  $B_1 \notin L_1$ ;  $B_2 \notin L_2$ ;

2) точка принадлежит плоскости, поверхности, если она принадлежит линии каркаса плоскости, поверхности.

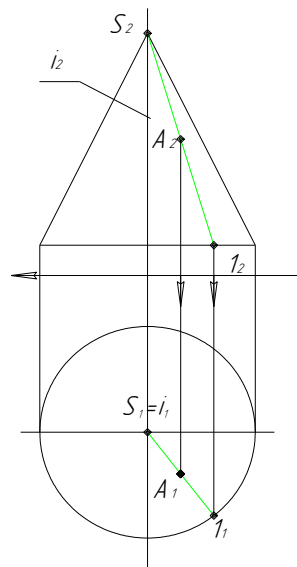


Рис. 38

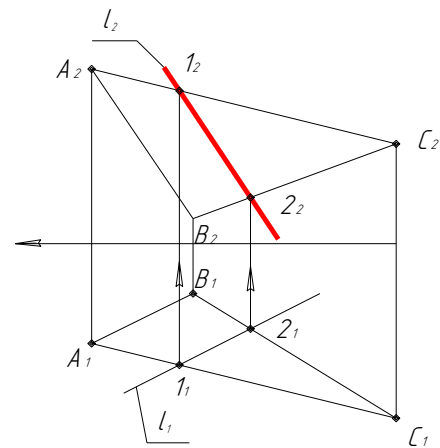


Рис. 39

**Задача 2.** Построить горизонтальную проекцию точки А, принадлежащей поверхности конуса.

**Решение.** Чтобы найти горизонтальную проекцию точки  $A$ , необходимо через фронтальную проекцию этой точки провести образующую поверхности конуса. В данном случае  $l_2 - S_2$ . Горизонтальную проекцию этой образующей и точки  $A$  определяем по линиям проекционной связи (рис. 38);

3) прямая принадлежит плоскости, если две точки прямой принадлежат этой плоскости.

**Задача 3.** Построить фронтальную проекцию линии  $L$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma$  ( $\Delta ABC$ ) (рис. 39).

**Решение.** Горизонтальная проекция прямой  $L$  проходит через точки  $1_1$  и  $2_1$ . Значит ее фронтальная проекция также пройдет через точки  $1_2$  и  $2_2$ , которые найдем по линиям проекционной связи.

**Задача 4.** Построить горизонтальную проекцию линии  $m$ , принадлежащей плоскости  $\Sigma$  ( $\Delta ABC$ ) (рис. 39).

## **1.2. Решение основных позиционных задач, когда оба образа занимают проецирующее положение**

Решение задач на комплексном чертеже упрощается, если геометрические образы занимают проецирующее положение. Проецирующее положение могут занимать прямая, плоскость, поверхности (цилиндрическая и призматическая) (рис. 40).

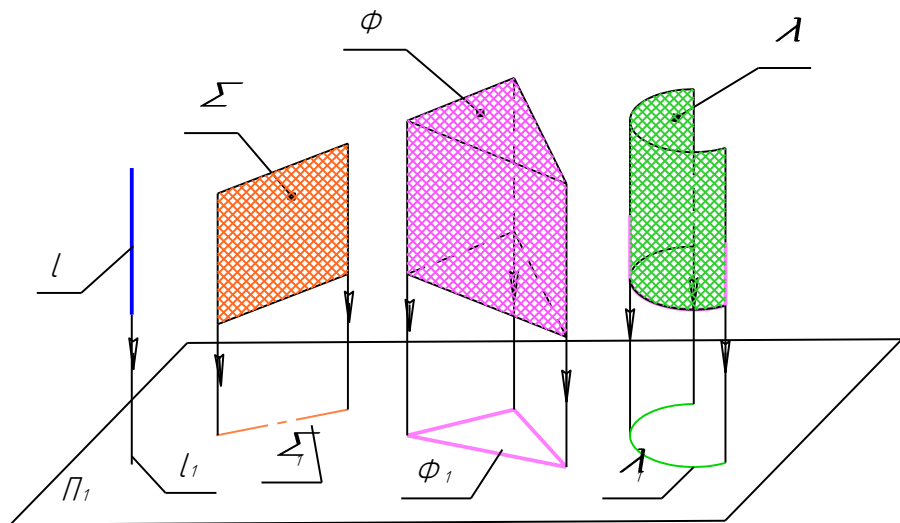


Рис. 40

Особенностью проецирующей прямой является то, что одна из ее проекций – точка; одна из проекций проецирующей плоскости есть прямая; одна из проекций проецирующих поверхностей может быть ломаная или кривая.

Если оба геометрических образа занимают проецирующее положение, то их общий элемент задан на чертеже и совпадает с вырожденной проекцией проецирующих геометрических образов. Все решение сводится к обозначению его проекций на чертеже.

**Задача 1.** Найти точку пересечения прямой  $L$  с плоскостью  $\Sigma$  ( $\Delta ABC$ ) (рис. 41).

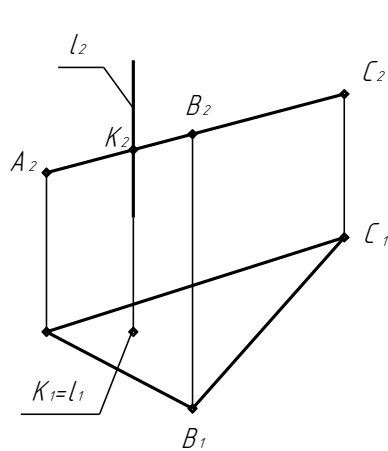


Рис. 41

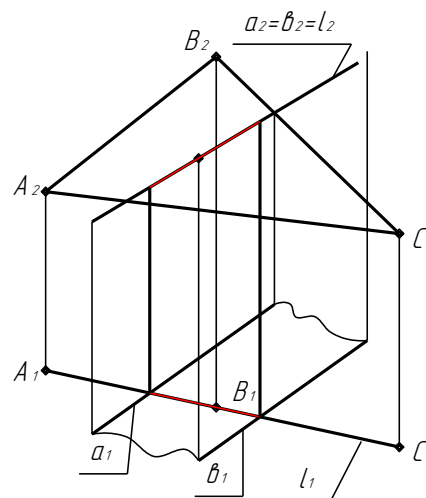


Рис. 42

**Анализ.** Прямая  $L$  занимает горизонтальное проецирующее положение  $L \perp \Pi_1$ . Плоскость  $\Sigma$  - фронтально-проецирующая  $\Sigma \perp \Pi_2$ .

**Решение.** Так как прямая  $L$  и плоскость  $\Sigma$  занимают проецирующее положение, то точка пересечения  $K = L \cap \Sigma$  непосредственно задана на чертеже и совпадает с вырожденными проекциями прямой и плоскости. Необходимо поставить обозначение ее проекций на чертеже  $K_1 = L_1$ ;  $K_2 = L_2 \cap \Sigma_2$ .

**Задача 2.** Построить линию пересечения плоскостей  $\Sigma$  ( $a \parallel v$ ) и  $\Gamma$  ( $\Delta ABC$ ) (рис. 42)  $L = \Sigma \cap \Gamma$ .

**Анализ.** Плоскость  $\Sigma$  ( $a \parallel v$ ) – фронтально-проецирующая  $\Sigma \perp \Pi_2$ . Плоскость  $\Gamma$  ( $\Delta ABC$ )  $\perp \Pi_1$  – горизонтально-проецирующая.

**Решение.** Так как плоскости  $\Sigma$  и  $\Gamma$  проецирующие, то линия пересечения  $L$  очевидна и совпадает с вырожденными проекциями плоскостей  $L_2 = a_2 = v_2$ ;  $L_1 = A_1B_1C_1$ .

**Задача 3.** Построить линию пересечения двух поверхностей (рис. 43).

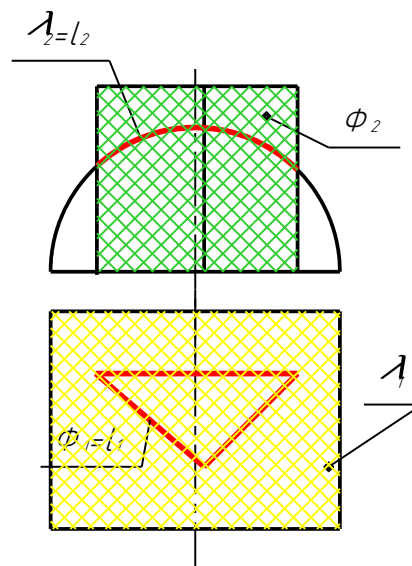


Рис. 43

**Анализ.**  $\Phi$  – треугольная призма, перпендикулярная  $\Pi_1$ .

$\lambda$  – прямой круговой цилиндр, перпендикулярный  $\Pi_2$ .

Обе поверхности занимают проецирующее положение.

**Решение.** Линия пересечения поверхностей очевидна. Горизонтальная проекция линии пересечения  $L_1$  совпадает с вырожденной проекцией призмы  $\Phi_1$ , а фронтальная проекция  $L_2$  частично совпадает с вырожденной проекцией цилиндра  $\lambda_2$ .

### **1.3. Решение основных позиционных задач, когда один из геометрических образов занимает проецирующее положение, а второй – непроецирующее**

Если один из геометрических образов занимает проецирующее положение и задан своей вырожденной проекцией, то одна из проекций общего элемента задана на чертеже. Она частично или полностью совпадает с вырожденной проекцией проецирующего образа. Вторая проекция общего элемента может быть построена на основе условия принадлежности общего элемента непроецирующему геометрическому образу. Таким образом, задача на пересечение сводится к задаче на принадлежность.

**Задача 1.** Определить точку пересечения прямой  $a$  с плоскостью  $\Sigma$  ( $\Sigma \parallel c$ ) (рис. 44)  $K = a \cap \Sigma$ .

**Анализ.** Прямая  $a$  занимает общее положение. Плоскость  $\Sigma \perp \Pi_2$  – фронтально-проецирующая.

**Решение.** Так как плоскость  $\Sigma$  занимает проецирующее положение, то фронтальная проекция точки пересечения  $K_2 = a_2 \cap \Sigma_2$ , горизонтальную проекцию точки пересечения  $K_1$  находим по принадлежности прямой  $a$ . Видимость определяем с помощью конкурирующих точек 1 и 2. Конкурирующие точки – это точки, лежащие на одном проецирующем луче. Если две точки 1 и 2 конкурируют

горизонтально, то на горизонтальной плоскости видна та проекция, которая выше. В данном примере точка 1, принадлежащая прямой  $a$ , будет невидима, т.к. расположена ниже точки 2, принадлежащей плоскости  $\Sigma$ .

**Задача 2.** Построить проекции сечения сферы  $\Phi$  плоскостью  $\Sigma$ .  $m = \Phi \cap \Sigma$  (рис. 45).

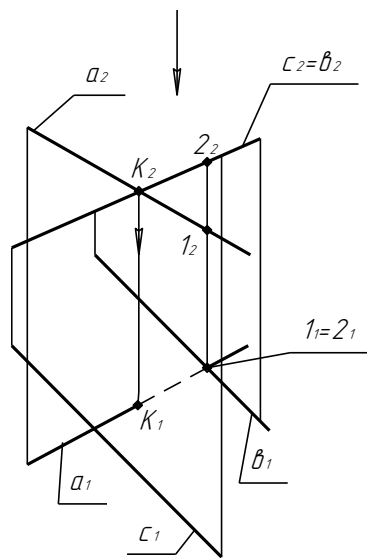


Рис. 44

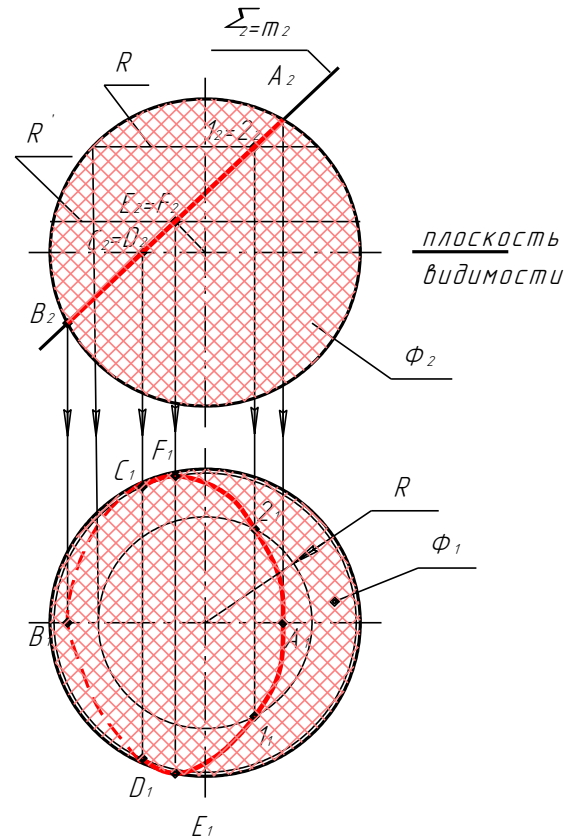


Рис. 45

**Анализ.** Поверхность  $\Phi$  занимает общее положение, плоскость  $\Sigma \perp \Pi_2$  – фронтально-проецирующая.

**Решение.**

1. Так как плоскость  $\Sigma \perp \Pi_2$ , следовательно, фронтальная проекция сечения  $m_2$  – окружность совпадает с вырожденной проекцией плоскости  $\Sigma_2$ ;  $m_2 = \Sigma_2$ .

2. Горизонтальную проекцию  $m$ , (эллипс) находим по принадлежности сфере. Экстремальные точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие очерку сферы, проецируем на  $\Pi_1$  на ось сферы; точки видимости  $C$  и  $D$  на горизонтальный очерк сферы; построение точек 1 и 2,  $E$  и  $F$  выполнено с помощью параллелей радиусов  $R$  и  $R'$ .

**Задача 3.** Построить линию пересечения двух поверхностей (рис. 46).

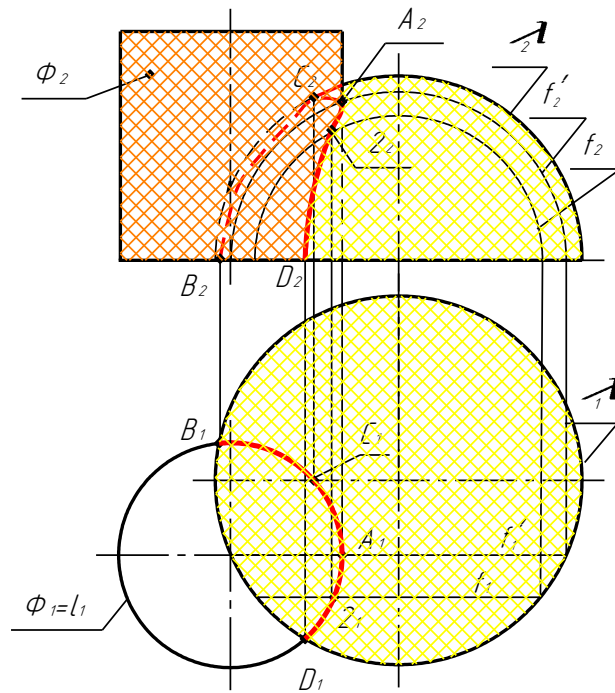


Рис. 46

**Анализ.** Поверхность прямого кругового цилиндра  $\Phi$  занимает проецирующее положение к плоскости  $\Pi_1$ , а поверхность полусферы  $\lambda$  – общее положение.

**Решение.** В этом случае горизонтальная проекция линии пересечения  $L_1$  уже задана на чертеже. Она совпадает с вырожденной проекцией цилиндра  $L_1 = \Phi_1$ , а фронтальная проекция определяется по принадлежности линии пересечения поверхности сферы.

В первую очередь определяем характерные (опорные точки):

1) точки видимости  $A$ . В этой точке будет происходить изменение видимости линии пересечения;

2) экстремальные точки, проекции которых будут крайними (левая В; правая А; высшая С; низшая Д).

Построение промежуточных точек рассмотрим на примере точки 2. Она лежит на некоторой параллели  $f$ , значит, ее горизонтальная проекция  $2_1$ , и фронтальная  $2_2$  должны лежать соответственно на  $f_1$  и  $f_2$ . Аналогичным способом определяем точку 3. Полученные точки соединяем и получаем искомую линию пересечения.