

Движение газового потока в сопле Лавала

Каналы с суживающейся входной и расширяющейся выходной частью широко применяются в технике. Если они предназначены для преобразования дозвукового потока в сверхзвуковой, то называются соплами Лавала. Заставив газ протекать под действием достаточно большого перепада давлений сначала через суживающийся, а затем через расширяющийся канал, можно осуществить течение с непрерывно возрастающей скоростью и достигнуть на выходе из сопла скорости истечения больше скорости звука в этом же выходном сечении. В зависимости от соотношения между начальным давлением газа p_1 и давлением p' внешней среды, в которую происходит истечение, т. е. от величины перепада давлений $p_1 - p'$, в сопле возможны различные режимы течения.

Режим непрерывного течения, характеризующийся сверхзвуковой скоростью истечения и равенством внешнего давления p' и давления p_2 в выходном сечении сопла, называется расчетным. Если уменьшить внешнее давление p' по сравнению с расчетным давлением p_2 , то движение газа в сопле не изменится, но выходящая из сопла струя начнет пульсировать. В отличие от всех других случаев давление в выходном сечении сопла при этом больше внешнего давления и имеет независимо от внешнего давления постоянное значение p_2 .

Различают два типа нерасчетного режима. При первом из них струя газа в том месте, где давление газа становится равным внешнему давлению p' , отрывается от стенок сопла и выходит в виде цилиндрической струи. При втором режиме, который наблюдается в соплах с небольшим углом раствора расширяющейся части ($10-12^\circ$), струя не отрывается от стенок сопла. Однако при повышении давления возникают косые скачки уплотнения сначала за выходным сечением сопла, а затем при более высоком давлении среды происходит прямой скачок уплотнения внутри расширяющейся части сопла. В сечении, где возникает скачок, давление и плотность газа возрастают на конечную величину, а скорость газа скачкообразно уменьшается, переходя от сверхзвуковой в дозвуковую. После прямого скачка уплотнения скорость течения вдоль сопла убывает, а давление газа возрастает, принимая в выходном сечении значение, равное внешнему давлению. Все эти режимы течения имеют только теоретическое значение, так как в действительных соплах всегда имеется трение, а также скачки уплотнения (в сверхзвуковой части сопла), которые нарушают изэнтропический характер течения.

При отсутствии теплообмена газа с внешней средой и необратимых потерь механической энергии между параметрами газа существует зависимость

$$P = \frac{p_1}{\rho_1^{\frac{1}{\kappa}}} \rho^{\kappa} \quad (1)$$

представляющая собой уравнение изэнтропической адиабаты. Для одноатомных газов $\kappa = 1,66$; для двухатомных (воздух) $\kappa = 1,40$ и для многоатомных $\kappa = 1,33$.

Характеристикой энергетического состояния газа является скорость звука в нем. Под скоростью звука в газовой динамике понимают скорость распространения в газе слабых возмущений. Скорость звука можно вычислить по формулам:

$$a = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}; \quad a = \sqrt{\kappa R T}; \quad R = \frac{8310}{\mu} \quad \text{дж/кг} \cdot \text{град}. \quad (2)$$

Важнейшим газодинамическим параметром является число Маха $M = \frac{a}{c}$ — отношение скорости движения газа к местной скорости звука в нем.

В расчете одномерных адиабатических течений идеального газа главную роль играет уравнение сохранения энергии

$$\frac{c^2}{2} + i = i^* \quad (3)$$

где i — энтальпия, дж/кг,

$$i = \frac{a^2}{\kappa - 1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{\kappa R T}{\kappa - 1} \quad (4)$$

i^* — энтальпия газа в заторможенном состоянии.

Полную энергию энергетически изолированного газа характеризует максимальная теоретическая скорость течения c_{max} :

$$c_{max} = \sqrt{2i^*} = \sqrt{\frac{2\kappa R T^*}{\kappa - 1}}. \quad (5)$$

Для изэнтропических процессов уравнение (3) можно записать в эквивалентных формах:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T^*}{T} &= 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2; \quad \frac{p^*}{p} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \\ \frac{\rho^*}{\rho} &= \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Если скорость движения газа и местная скорость звука в газе совпадают по величине, то обе скорости называются критическими

$$c_{кр} = a_{кр} \quad (7)$$

Критическая скорость звука (или критическая скорость) может быть выражена через параметры торможения газа.

В частности,

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2\kappa RT^*}{\kappa+1}}. \quad (8)$$

Параметры газа, скорость движения которого равна по величине местной скорости звука в газе, называются критическими параметрами.

Критическим параметрам соответствует число $M = 1$. Из формул (6) вытекает:

$$T_{кр} = \frac{2}{\kappa+1} T^*; \quad p_{кр} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} p^*; \quad \rho_{кр} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \rho^* \quad (9)$$

Уравнение энергии применяется также в одной из следующих форм:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{T}{T^*} = 1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2; \\ \pi &= \frac{p}{p^*} = \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \quad \varepsilon = \frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\lambda = \frac{c}{a_{кр}}$ – коэффициент скорости; τ, π и ε – газодинамические функции (табл. 2.1).

При решении многих задач пользоваться коэффициентом скорости λ удобнее, чем числом M . Между числом λ и числом M имеется следующая связь:

$$\lambda^2 = \frac{\frac{\kappa+1}{2} M^2}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2}. \quad (11)$$

Таблица 2.1

λ	τ	π	ε	q	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9999	0,0158	0,0091
0,02	0,9999	0,9998	0,9998	0,0315	0,0183
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0473	0,0274
0,04	0,9997	0,9990	0,9993	0,0631	0,0365
0,05	0,9996	0,9986	0,9990	0,0788	0,0457
0,06	0,9994	0,9979	0,9985	0,0945	0,0548
0,07	0,9992	0,9971	0,9979	0,1102	0,0639
0,08	0,9989	0,9963	0,9974	0,1259	0,0731
0,09	0,9987	0,9953	0,9967	0,1415	0,0822
0,10	0,9983	0,9942	0,9959	0,1571	0,0914
0,11	0,9980	0,9929	0,9949	0,1726	0,1005
0,12	0,9976	0,9916	0,9940	0,1882	0,1097
0,13	0,9972	0,9901	0,9929	0,2036	0,1190
0,14	0,9967	0,9886	0,9918	0,2190	0,1280
0,15	0,9963	0,9870	0,9907	0,2344	0,1372
0,16	0,9957	0,9851	0,9893	0,2497	0,1460
0,17	0,9952	0,9832	0,9880	0,2649	0,1560
0,18	0,9946	0,9812	0,9866	0,2801	0,1650
0,19	0,9940	0,9791	0,9850	0,2952	0,1740
0,20	0,9933	0,9768	0,9834	0,3102	0,1830
0,21	0,9927	0,9745	0,9817	0,3252	0,1920
0,22	0,9919	0,9720	0,9799	0,3401	0,2020
0,23	0,9912	0,9695	0,9781	0,3549	0,2109
0,24	0,9904	0,9668	0,9762	0,3696	0,2202
0,25	0,9896	0,9640	0,9742	0,3842	0,2290
0,26	0,9887	0,9611	0,9721	0,3987	0,2387
0,27	0,9879	0,9581	0,9699	0,4131	0,2480
0,28	0,9869	0,9550	0,9677	0,4274	0,2573
0,29	0,9860	0,9518	0,9653	0,4416	0,2670
0,30	0,9850	0,9485	0,9630	0,4557	0,2760
0,31	0,9840	0,9451	0,9605	0,4697	0,2850
0,32	0,9829	0,9415	0,9579	0,4835	0,2947
0,33	0,9819	0,9379	0,9552	0,4972	0,3040
0,34	0,9807	0,9342	0,9525	0,5109	0,3134
0,35	0,9796	0,9303	0,9497	0,5243	0,3228
0,36	0,9784	0,9265	0,9469	0,5377	0,3322
0,37	0,9772	0,9224	0,9439	0,5509	0,3417
0,38	0,9759	0,9183	0,9409	0,5640	0,3511
0,39	0,9747	0,9141	0,9378	0,5769	0,3606
0,40	0,9733	0,9097	0,9346	0,5897	0,3701
0,41	0,9720	0,9053	0,9314	0,6054	0,3796
0,42	0,9706	0,9008	0,9281	0,6149	0,3892
0,43	0,9692	0,8962	0,9247	0,6272	0,3987
0,44	0,9677	0,8915	0,9212	0,6394	0,4083
0,45	0,9663	0,8868	0,9178	0,6515	0,4179
0,46	0,9647	0,8819	0,9142	0,6633	0,4275
0,47	0,9632	0,8770	0,9105	0,6750	0,4372
0,48	0,9616	0,8719	0,9067	0,6865	0,4468
0,49	0,9600	0,8668	0,9029	0,6979	0,4565
0,50	0,9583	0,8616	0,8991	0,7091	0,4663

λ	τ	π	ε	q	M
0,51	0,9567	0,8563	0,8951	0,7201	0,4760
0,52	0,9549	0,8509	0,8911	0,7309	0,4858
0,53	0,9532	0,8455	0,8871	0,7419	0,4956
0,54	0,9514	0,8400	0,8829	0,7520	0,5054
0,55	0,9496	0,8344	0,8787	0,7623	0,5152
0,56	0,9477	0,8287	0,8744	0,7724	0,5251
0,57	0,9459	0,8230	0,8701	0,7823	0,5360
0,58	0,9439	0,8172	0,8657	0,7920	0,5450
0,59	0,9420	0,8112	0,8612	0,8015	0,5549
0,60	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	0,5649
0,61	0,9380	0,7992	0,8521	0,8198	0,5750
0,62	0,9359	0,7932	0,8475	0,8288	0,5850
0,63	0,9339	0,7870	0,8428	0,8375	0,5951
0,64	0,9317	0,7808	0,8350	0,8459	0,6053
0,65	0,9296	0,7745	0,8332	0,8543	0,6154
0,66	0,9274	0,7681	0,8283	0,8623	0,6256
0,67	0,9252	0,7617	0,8233	0,8701	0,6359
0,68	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	0,6461
0,69	0,9207	0,7488	0,8133	0,8852	0,6565
0,70	0,9183	0,7422	0,8082	0,8924	0,6668
0,71	0,9160	0,7356	0,8030	0,8993	0,6772
0,72	0,9136	0,7289	0,7978	0,9061	0,6876
0,73	0,9112	0,7221	0,7925	0,9126	0,6981
0,74	0,9087	0,7154	0,7872	0,9189	0,7086
0,75	0,9063	0,7086	0,7819	0,9250	0,7192
0,76	0,9037	0,7017	0,7764	0,9308	0,7298
0,77	0,9012	0,6948	0,7710	0,9364	0,7404
0,78	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	0,7511
0,79	0,8960	0,6809	0,7599	0,9469	0,7619
0,80	0,8933	0,6738	0,7543	0,9518	0,7727
0,81	0,8907	0,6668	0,7486	0,9565	0,7835
0,82	0,8879	0,6597	0,7429	0,9610	0,7944
0,83	0,8852	0,6526	0,7372	0,9652	0,8053
0,84	0,8824	0,6454	0,7314	0,9691	0,8163
0,85	0,8796	0,6382	0,7256	0,9729	0,8274
0,86	0,8767	0,6310	0,7197	0,9764	0,8384
0,87	0,8739	0,6238	0,7138	0,9796	0,8496
0,88	0,8709	0,6165	0,7079	0,9826	0,8608
0,89	0,8680	0,6092	0,7019	0,9854	0,8721
0,90	0,8650	0,6019	0,6959	0,9879	0,8833
0,91	0,8620	0,5946	0,6898	0,9902	0,8947
0,92	0,8589	0,5873	0,6838	0,9923	0,9062
0,93	0,8559	0,5800	0,6776	0,9941	0,9177
0,94	0,8527	0,5726	0,6715	0,9957	0,9292
0,95	0,8496	0,5653	0,6653	0,9970	0,9409
0,96	0,8464	0,5579	0,6591	0,9981	0,9526
0,97	0,8432	0,5505	0,6528	0,9989	0,9644
0,98	0,8399	0,5431	0,6466	0,9993	0,9761
0,99	0,8367	0,5357	0,6403	0,9999	0,9880
1,00	0,8333	0,5283	0,6340	1,0000	1,0000

λ	τ	π	ε	q	M
1,01	0,8300	0,5209	0,6276	0,9999	1,0120
1,02	0,8266	0,5135	0,6212	0,9995	1,0241
1,03	0,8232	0,5061	0,6148	0,9989	1,0363
1,04	0,8197	0,4987	0,6084	0,9980	1,0486
1,05	0,8163	0,4913	0,6019	0,9969	1,0609
1,06	0,8127	0,4840	0,5955	0,9957	1,0733
1,07	0,8092	0,4766	0,5890	0,9941	1,0858
1,08	0,8056	0,4693	0,5826	0,9924	1,0985
1,09	0,8020	0,4619	0,5760	0,9903	1,1111
1,10	0,7983	0,4546	0,5694	0,9880	1,1239
1,11	0,7947	0,4473	0,5629	0,9856	1,1367
1,12	0,7909	0,4400	0,5564	0,9829	1,1496
1,13	0,7872	0,4328	0,5498	0,9800	1,1627
1,14	0,7834	0,4255	0,5432	0,9768	1,1758
1,15	0,7796	0,4184	0,5366	0,9735	1,1890
1,16	0,7757	0,4111	0,5300	0,9698	1,2023
1,17	0,7719	0,4040	0,5243	0,9659	1,2157
1,18	0,7679	0,3969	0,5168	0,9620	1,2292
1,19	0,7640	0,3898	0,5102	0,9577	1,2428
1,20	0,7600	0,3827	0,5035	0,9513	1,2566
1,21	0,7560	0,3757	0,4969	0,9484	1,2708
1,22	0,7519	0,3687	0,4903	0,9435	1,2843
1,23	0,7478	0,3617	0,4837	0,9384	1,2974
1,24	0,7437	0,3548	0,4770	0,9331	1,3126
1,25	0,7396	0,3479	0,4704	0,9275	1,3268
1,26	0,7354	0,3411	0,4638	0,9217	1,3413
1,27	0,7312	0,3343	0,4572	0,9159	1,3558
1,28	0,7269	0,3275	0,4505	0,9096	1,3705
1,29	0,7227	0,3208	0,4439	0,9033	1,3853
1,30	0,7183	0,3142	0,4374	0,8969	1,4002
1,31	0,7140	0,3075	0,4307	0,8901	1,4153
1,32	0,7096	0,3010	0,4241	0,8831	1,4305
1,33	0,7052	0,2945	0,4176	0,8701	1,4458
1,34	0,7007	0,2880	0,4110	0,8688	1,4613
1,35	0,6962	0,2816	0,4045	0,8614	1,4769
1,36	0,6917	0,2753	0,3980	0,8538	1,4927
1,37	0,6872	0,2690	0,3914	0,8459	1,5087
1,38	0,6826	0,2628	0,3850	0,8380	1,5248
1,39	0,6780	0,2566	0,3785	0,8299	1,5410
1,40	0,6733	0,2505	0,3720	0,8216	1,5575
1,41	0,6687	0,2445	0,3656	0,8131	1,5741
1,42	0,6639	0,2385	0,3592	0,8046	1,5909
1,43	0,6592	0,2326	0,3528	0,7958	1,6078
1,44	0,6544	0,2267	0,3464	0,7869	1,6250
1,45	0,6496	0,2209	0,3401	0,7778	1,6423
1,46	0,6447	0,2152	0,3338	0,7687	1,6598
1,47	0,6398	0,2095	0,3275	0,7593	1,6776
1,48	0,6349	0,2040	0,3212	0,7499	1,6955
1,49	0,6300	0,1985	0,3150	0,7404	1,7137
1,50	0,6250	0,1930	0,3088	0,7307	1,7321

λ	τ	π	ε	q	M
1,51	0,6200	0,1876	0,3027	0,7209	1,7506
1,52	0,6149	0,1824	0,2965	0,7110	1,7694
1,53	0,6099	0,1771	0,2904	0,7009	1,7885
1,54	0,6047	0,1720	0,2844	0,6909	1,8078
1,55	0,5996	0,1669	0,2784	0,6807	1,8273
1,56	0,5944	0,1619	0,2724	0,6703	1,8471
1,57	0,5892	0,1570	0,2665	0,6599	1,8672
1,58	0,5839	0,1522	0,2606	0,6494	1,8875
1,59	0,5786	0,1474	0,2547	0,6389	1,9081
1,60	0,5733	0,1427	0,2489	0,6282	1,9290
1,61	0,5680	0,1381	0,2431	0,6175	1,9501
1,62	0,5626	0,1336	0,2374	0,6067	1,9716
1,63	0,5572	0,1291	0,2317	0,5958	1,9934
1,64	0,5517	0,1248	0,2261	0,5850	2,0155
1,65	0,5443	0,1205	0,2205	0,5740	2,0380
1,66	0,5407	0,1163	0,2150	0,5630	2,0607
1,67	0,5352	0,1121	0,2095	0,5520	2,0839
1,68	0,5296	0,1081	0,2041	0,5409	2,1073
1,69	0,5240	0,1041	0,1988	0,5298	2,1313
1,70	0,5183	0,1003	0,1934	0,5187	2,1555
1,71	0,5126	0,0965	0,1881	0,5075	2,1802
1,72	0,5069	0,0928	0,1830	0,4965	2,2053
1,73	0,5012	0,0891	0,1778	0,4852	2,2308
1,74	0,4954	0,0856	0,1727	0,4741	2,2567
1,75	0,4896	0,0821	0,1677	0,4630	2,2831
1,76	0,4837	0,0787	0,1629	0,4520	2,3100
1,77	0,4779	0,0754	0,1578	0,4407	2,3374
1,78	0,4719	0,0722	0,1530	0,4296	2,3653
1,79	0,4660	0,0691	0,1482	0,4185	2,3957
1,80	0,4600	0,0660	0,1435	0,4075	2,4227
1,81	0,4540	0,0630	0,1389	0,3969	2,4523
1,82	0,4479	0,0602	0,1343	0,3855	2,4824
1,83	0,4418	0,0573	0,1298	0,3746	2,5132
1,84	0,4357	0,0546	0,1253	0,3638	2,5449
1,85	0,4296	0,0520	0,1210	0,3530	2,5766
1,86	0,4234	0,0494	0,1167	0,3423	2,6094
1,87	0,4172	0,0469	0,1124	0,3316	2,6429
1,88	0,4109	0,0445	0,1083	0,3211	2,6772
1,89	0,4047	0,0422	0,1042	0,3105	2,7123
1,90	0,3983	0,0399	0,1002	0,3002	2,7481
1,91	0,3920	0,0377	0,0962	0,2898	2,7849
1,92	0,3856	0,0356	0,0923	0,2797	2,8225
1,93	0,3792	0,0336	0,0885	0,2695	2,8612
1,94	0,3727	0,0316	0,0848	0,2596	2,9007
1,95	0,3662	0,0297	0,0812	0,2497	2,9414
1,96	0,3597	0,0279	0,0776	0,2400	2,9831
1,97	0,3532	0,0262	0,0741	0,2304	3,0301
1,98	0,3466	0,0245	0,0707	0,2209	3,0701
1,99	0,3400	0,0229	0,0674	0,2116	3,1155
2,00	0,3333	0,0214	0,0642	0,2024	3,1622

λ	τ	π	ε	q	M
2,01	0,3267	0,0199	0,0610	0,1934	3,2104
2,02	0,3199	0,0185	0,0579	0,1845	3,2603
2,03	0,3132	0,0172	0,0549	0,1758	3,3113
2,04	0,3064	0,0159	0,0520	0,1672	3,3642
2,05	0,2936	0,0147	0,0491	0,1588	3,4190
2,06	0,2927	0,0136	0,0464	0,1507	3,4759
2,07	0,2859	0,0125	0,0437	0,1427	3,5343
2,08	0,2789	0,0115	0,0411	0,1348	3,5951
2,09	0,2720	0,0105	0,0386	0,1272	3,6583
2,10	0,2650	0,0096	0,0361	0,1198	3,7240
2,11	0,2580	0,0087	0,0338	0,1125	3,7922
2,12	0,2509	0,0079	0,0315	0,1055	3,8633
2,13	0,2439	0,0072	0,0294	0,0986	3,9376
2,14	0,2367	0,0065	0,0273	0,0921	4,0150
2,15	0,2296	0,0058	0,0253	0,0857	4,0961
2,16	0,2224	0,0052	0,0233	0,0795	4,1791
2,17	0,2152	0,0046	0,0215	0,0735	4,2702
2,18	0,2079	0,0041	0,0197	0,0678	4,3642
2,19	0,2006	0,0036	0,0180	0,0623	4,4633
2,20	0,1933	0,0032	0,0164	0,0570	4,5674
2,21	0,1860	0,0028	0,0149	0,0520	4,6778
2,22	0,1786	0,0024	0,0135	0,0472	4,7954
2,23	0,1712	0,0021	0,0121	0,0427	4,9201
2,24	0,1637	0,0018	0,0116	0,0408	5,0533
2,25	0,1563	0,00151	0,00966	0,0343	5,1958
2,26	0,1487	0,00127	0,00813	0,0290	5,3494
2,27	0,1412	0,00106	0,00749	0,0268	5,5147
2,28	0,1336	0,00087	0,00652	0,0234	5,6940
2,29	0,1260	0,00071	0,00564	0,0204	5,8891
2,30	0,1183	0,00057	0,00482	0,0175	6,1033
2,31	0,1106	0,00045	0,00407	0,0148	6,3399
2,32	0,1029	0,00035	0,00400	0,0124	6,6008
2,33	0,0952	0,00027	0,00280	0,0103	6,8935
2,34	0,0874	0,00020	0,00226	0,0083	7,2254
2,35	0,0796	0,00014	0,00170	0,0063	7,6053
2,36	0,0717	$0,988 \cdot 10^{-4}$	0,00138	0,0051	8,0450
2,37	0,0638	$0,657 \cdot 10^{-4}$	0,00103	0,0038	8,5619
2,38	0,0559	$0,413 \cdot 10^{-4}$	0,00078	0,0028	9,1882
2,39	0,0480	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00050	0,0019	9,9624
2,40	0,0400	$0,128 \cdot 10^{-4}$	0,00032	0,0012	10,957
2,41	0,0320	$0,584 \cdot 10^{-5}$	0,00018	0,0007	12,306
2,42	0,0239	$0,211 \cdot 10^{-5}$	$1,884 \cdot 10^{-4}$	0,0003	14,287
2,43	0,0158	$0,499 \cdot 10^{-6}$	$0,315 \cdot 10^{-4}$	0,0001	17,631
2,44	0,0077	$0,316 \cdot 10^{-6}$	$0,410 \cdot 10^{-5}$	$0,058 \cdot 10^{-4}$	25,367
2,449	0	0	0	0	∞

При подсчете секундного расхода газа через сопло удобно пользоваться функцией $q(M)$ – приведенным секундным расходом:

$$q = \frac{\rho c}{\rho_{кр} a_{кр}} = \frac{F_{кр}}{F}, \quad (12)$$

где $F_{кр}$ – площадь критического сечения сопла; F – площадь сечения, в котором достигается скорость c ;

$$q = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} M \left(1 - \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

или

$$q = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (13)$$

Значения $q(M)$ и $q(\lambda)$ приведены в табл. 2.1.

Приведенный секундный расход выражается также через отношение давлений π :

$$q = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \sqrt{\pi^{\frac{2}{k}} - \pi^{\frac{k+1}{2}}}. \quad (14)$$

Массовый расход газа, который во всех сечениях сопла один и тот же, выразится следующим образом:

$$\dot{m} = \rho_2 F_2 c_2 \quad (15)$$

При истечении газа через сужающееся сопло (конфузорное) секундный массовый расход рассчитывается по формуле

$$\dot{m} = B_m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} F q(\lambda) \quad (16)$$

когда $p_2/p^* > p_{кр}/p^*$, и по формуле

$$\dot{m} = B_m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} F \quad (17)$$

когда $p_2/p^* \leq p_{кр}/p^*$.

В формулах (16) и (17) F – площадь выходного сечения сопла; постоянная

$$B_m = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{1}{\sqrt{R}}};$$

$$B_m = 0,0405 \text{ при } k=1,4; R=287 \text{ дж/кг}\cdot\text{град}$$

Сопло Лаваля также можно рассчитать по формулам (16) и (17). В формуле (16) положим $F=F_2$. Далее для $M<1$ из табл. 2.1 определяем

безразмерное давление π_{1D} , соответствующее величине F_{min}/F_2 данного сопла. Если $p_2/p_0^* < \pi_{1D}$; то в формулу необходимо подставить значение $q = F_{min}/F_2$. Это равносильно применению формулы (17), в которой условие p_2/p_0^* означает, что в горле сопла скорость звуковая.

В случае $p_2/p_0^* > \pi_{1D}$ величину q в формуле (16) определяем не отношением F_{min}/F_2 , а из табл. 2.1 или по формуле (14).

Постоянство массового расхода $\dot{m}$ при сверхзвуковом истечении из сопла физически объясняется тем, что изменение внешнего давления $p_{вн}$ распространяется, как всякое возмущение, со скоростью звука; в то же время скорость на выходе c_2 в данном случае больше скорости звука. Поэтому возмущения не в состоянии распространиться внутрь сопла: они все сносятся потоком наружу. В силу этого давление на выходе p_2 только при дозвуковой скорости истечения c_2 будет равно внешнему давлению $p_{вн}$. При сверхзвуковом же истечении p_2 должно быть независимо от $p_{вн}$ и связано с площадью выходного сечения F_2 определенной зависимостью. Именно этим и объясняется, что формула (16) верна и для сверхзвукового истечения. Различие в ее применении состоит только в том, что в случае дозвукового истечения ($c_2 < a$) $p_2 = p_{вн}$ и не зависит от F_2 ; в случае же сверхзвукового истечения ($c_2 > a$) $p_2 \neq p_{вн}$ и не зависит от F_2 . Поэтому в последнем случае при заданном F_2 расход $\dot{m}$ остается неизменным (не зависящим от $p_{вн}$).

Выбор формы профиля сопла должен обеспечивать наименьшие потери механической энергии при течении газа с трением. Задача эта достаточно сложная и до настоящего времени еще не решенная. В рассматриваемом случае идеального течения рекомендуется профилирование сопла следующим образом. Дозвуковая часть сопла (от входного до критического сечения) профилируется по формуле Витошинского

$$d = \frac{d_k}{\sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{F_k}{F_1}\right)\right] \frac{\left(1 - \frac{3l^2}{a^2}\right)^2}{\left(1 + \frac{l^2}{a^2}\right)^3}}} \quad (18)$$

где l – координата вдоль оси сопла; d – текущий диаметр сопла; d_0 – диаметр входного сечения; d_k – диаметр критического сечения сопла; a – некоторый параметр, выбираемый так, чтобы длина рассматриваемого участка сопла находилась с параметром a в соотношении

$$l'_c = \frac{a}{\sqrt{3}} = 2d_k, \quad (19)$$

где l'_c – длина сужающейся части сопла.

Сверхзвуковая, расширяющаяся часть сопла профилируется по линейному закону и представляет собой усеченный конус, в котором угол между образующей и осью конуса рекомендуется не более 6° для отсутствия отрыва. Величина диаметра в этом случае находится по общеизвестной формуле

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} \quad (20)$$

В дальнейших расчетах предполагается, что начальные параметры газа (параметры перед соплом) остаются неизменными и возникновение скачков определяется изменением параметров среды (давления среды), куда происходит истечение газа из сопла.

При постоянном давлении перед соплом положение скачка уплотнения будет зависеть от противодавления среды. Задаваясь различными противодавлениями, можно получить режимы течения газа в сопле с различными положениями скачка уплотнения в расширяющейся части сопла. Однако для простоты вычислений удобнее решать обратную задачу, т. е. определять величины противодавлений при различных местоположениях скачка. Выбираем сечение F_c , в котором расположен скачок уплотнения. Поскольку течение газа в сопле до скачка не меняется, то параметры в сечениях до скачка остаются теми же, что при расчетном режиме работы сопла. Параметры за скачком будем обозначать штрихом. Поскольку фронт скачка очень узок, то оба сечения отвечают одному и тому же месту в сопле. Скорость за скачком можно вычислить из основного соотношения теории прямого скачка

$$\lambda_c \lambda'_c = 1 \quad (21)$$

Температура торможения за скачком остается такой же, как и перед скачком, и равной T_c^* , вследствие того, что температура торможения пропорциональна энтальпии торможения, которая в теплоизолированных процессах не меняется. Давление торможения за скачком уплотнения уменьшается. Действительно, если температура торможения характеризует запас полной энергии потока, который в изолированном течении не изменяется, то давление торможения характеризует запас механической энергии газа. При переходе через скачок уплотнения часть механической энергии газа необратимо теряется и идет на нагрев газа, поэтому давление торможения за скачком оказывается меньшим. Определить его можно по уравнению (16), которое преобразуется к виду

$$\sigma = \frac{p_c^{*'}}{p_c^*} = \frac{q(\lambda_c)}{q(\lambda'_c)} = \frac{q(\lambda_c)}{q(\frac{1}{\lambda_c})} = \frac{\rho_c^{*'}}{\rho_c^*} \quad (22)$$

Для расчета остальных параметров используются формулы (10). Некоторое упрощение вычислений имеет место лишь при положении скачка уплотнений в критическом сечении. Как известно, по мере продвижения скачка уплотнения в глубь сопла интенсивность его ослабевает, и при критическом сечении скачок уплотнения перерождается в слабую волну возмущения, т. е. исчезает. В этом случае $p_c^{*'} = p_c^*$, и после плавного нарастания скорости в суживающейся части сопла имеет место плавное торможение газа в его расширяющейся части.

Методику расчета сопла можно представить следующим образом. Предположим, что заданы параметры:

- 1) начальное давление рабочего тела p_1 , ат;
- 2) начальная температура T_1 , °К;
- 3) начальная скорость c_1 , м/сек;

- 4) массовый расход рабочего тела $\dot{m}$, кг/сек;
- 5) давление в выходном сечении сопла p_2 , ат;
- 6) угол между образующими конуса в расширяющейся части сопла φ° ;
- 7) рабочее тело—двухатомный газ с $k = 1,4$.

Требуется:

1. Рассчитать параметры торможения.
2. Определить основные параметры в характерных сечениях сопла (входное, критическое и выходное).
3. Рассчитать общую длину сопла.
4. В сужающейся части сопла разбить его длину на пять интервалов, примерно равных. Два последних интервала (ближних к минимальному сечению) разбить пополам. Во всех этих точках по формуле (18) определить профиль сопла, из табл. 2.1 — газодинамические функции и изменение основных параметров по длине. Результаты расчетов свести в табл. 2.2.
5. В сверхзвуковой части сопла разбить перепад по давлению между $p_{кр}$ и p_2 так, чтобы получить не менее пяти промежуточных точек. По табл. 2.1 в промежуточных точках найти газодинамические функции, рассчитать изменение основных параметров по длине. Все данные расположить в табл. 2.3.
6. Предположим, что в минимальном (критическом) сечении сопла имеет место скачок уплотнения. При этом в расширяющейся части сопла будет дозвуковое течение, хотя скорость звука достигается в критическом сечении. Профиль сопла оставим неизменным. Можно рассчитать $q(\lambda)$, а по ней все газодинамические функции. Так как при слабом скачке параметры торможения постоянны, нетрудно рассчитать основные параметры и их изменение по длине сопла. Результаты расчетов занести в табл. 2.4.
7. Предположим, что скачок имеет место в одном из сечений внутри сопла. Тогда по формуле (21) определяем коэффициент скорости λ'_c за скачком. По формуле (22) вычисляем параметры торможения до скачка и газодинамические функции. Удобнее располагать скачок в одном из сечений, которые имели место при расчете режима истечения газа из сопла. Скачки необходимо рассчитывать не менее чем в трех сечениях внутри сопла. Эффективные результаты дают расчеты примерно с третьего сечения (считая от критического). Результаты вычислений можно свести в табл. 2.4. Очевидно, что данная методика обратима и по ней нетрудно рассчитать сопло со скачком при заданном противодавлении на выходе из сопла.
8. По рассчитанным значениям в масштабе построить графики изменения d , F , p , ρ , T , c , M по длине сопла с расчетными и нерасчетными режимами истечения из сопла.

Перечень вопросов к экзамену

1. Идеальный газ. Основное уравнение идеального газа. Реальный газ.
2. Какими свойствами обладает капельная жидкость?
3. Какие жидкости называют ньютоновскими?