

Практическое занятие

Техника дифференцирования. Логарифмическое дифференцирование

1. Выполнить в соответствии с индивидуальным номером варианта типовые задания. Решение и ответы разместить в личном кабинете студента.

Типовое задание № 1 «Техника дифференцирования»

Найти производную от функции (ответ можно не упрощать):

Вариант №1

1. $y = (x^2 + 1)^{10}$;

2. $y = \sqrt{e^{x^2}}$;

3. $y = \frac{1}{(x^2 - 1)^4}$;

4. $y = 10^{\ln \sqrt{x}}$;

5. $y = \sin^2 \frac{1}{x}$;

6. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

7. $y = e^{x^2} \cdot \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt{x}}$;

8. $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$;

9. $y = \arcsin \ln \sin \frac{1}{x^2}$;

10. $y = \cos^2 \ln^2 (x^3 + 1)$;

Вариант №2

1. $y = (x^3 - 4)^{15}$;

2. $y = e^{\sqrt{x^2 + 1}}$;

3. $y = \frac{2}{(x^4 + 1)^6}$;

4. $y = 2^{\cos x}$;

5. $y = \sin^2 3x$;

6. $y = \arccos \sqrt[3]{\ln(x^2 + 1)}$;

7. $y = \ln x \cdot 2^{\frac{1}{x}}$;

8. $y = \ln \sin(x^2 + 1)$;

9. $y = \operatorname{tg} \ln^3 \cos \sqrt{x}$;

10. $y = \sin^4 \ln \operatorname{arctg} x^3$;

Вариант №3

1. $y = (4x^7 + 5x^3 - 7x)^{11}$;

Вариант №4

1. $y = (x^3 + 5x + 3)^{15}$

$$2. y = \ln \operatorname{tg} x;$$

$$3. y = \sqrt[3]{\arcsin \frac{1}{x}};$$

$$4. y = 2^{\operatorname{tg} \sqrt{x}};$$

$$5. y = x \cdot \arcsin \ln x;$$

$$6. y = \cos \sqrt[5]{3x-5}$$

$$7. y = x \cdot \sin^2 \sqrt{x};$$

$$8. y = \ln \ln(x^2 + 1)$$

$$9. y = \ln \operatorname{tg}^2 \arcsin x;$$

$$10. y = \frac{x}{\ln^2 x};$$

$$2. y = \sqrt[3]{\arcsin^2 \frac{1}{x}};$$

$$3. y = \sqrt[5]{1+x^3};$$

$$4. y = 5^{\frac{1+x^3}{x^2+1}};$$

$$5. y = \ln \frac{1}{\operatorname{tg} \sqrt{x}};$$

$$6. y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{x};$$

$$7. y = \ln \frac{1}{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4;$$

$$8. y = \ln \operatorname{arctg} x^4;$$

$$9. y = \sqrt{\ln \sin \sqrt{x}};$$

$$10. y = \operatorname{arctg}^3 \ln \sin x^4;$$

Вариант №5

$$1. y = (3x^5 + 7x^3 - 7x)^{10};$$

$$2. y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{1}{x}};$$

$$3. y = \frac{1}{\ln \operatorname{tg}^2 x};$$

$$4. y = \operatorname{ctg} 2^{\frac{1}{x}};$$

$$5. y = \ln^3 \sqrt{\cos \ln \sqrt{x}};$$

$$6. y = \operatorname{arctg} \sqrt{\ln^2 x - 1};$$

$$7. y = x^2 \cdot \ln^3 \frac{1}{x};$$

$$8. y = \ln \sin \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2};$$

$$9. y = \arcsin \ln \sin \frac{1}{x^2};$$

Вариант №6

$$1. y = (5x^3 + 15x^2 + 3)^{14}$$

$$2. y = \sqrt{\sin^3 \ln x}$$

$$3. y = \frac{\ln \ln x}{\sqrt{x}};$$

$$4. y = \sin 3^{\sqrt{x}};$$

$$5. y = \cos^3 \ln x;$$

$$6. y = \ln^2 10^{\sqrt{x}};$$

$$7. y = x^3 \operatorname{arctg} \sqrt{x};$$

$$8. y = 2^{\sin^2 \sqrt{x}} + \operatorname{tg} 4^x;$$

$$9. y = \ln \cos \operatorname{arctg} e^x;$$

$$10. y = \operatorname{arctg} \ln 5^{\sqrt{x}};$$

$$10. y = \cos^2 \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{x};$$

Вариант №7

$$1. y = (5x^4 + 3x^2 - 7x)^{20};$$

$$2. y = \sqrt{\cos \ln^3 \ln x};$$

$$3. y = \ln^3 \frac{1-x^2}{1+x^2};$$

$$4. y = e^{\sin^3 \ln(1+e^x)};$$

$$5. y = \arcsin \frac{1}{x};$$

$$6. y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{x};$$

$$7. y = \ln x \cdot 2^{\frac{1}{x}};$$

$$8. y = 2^{\ln \operatorname{arctg}^3 x};$$

$$9. y = \sqrt[3]{\ln \cos^5 x^6};$$

$$10. y = \sin \ln(1+x^2);$$

Вариант №8

$$1. y = (15x^3 + 3x^2 - 5)^{15}$$

$$2. y = \sqrt[7]{2-x^3};$$

$$3. y = \frac{\sin^2 2^x}{2^{x^2}};$$

$$4. y = \operatorname{arctg} e^{x^2};$$

$$5. y = \cos^2 \ln(x^2 + 1);$$

$$6. y = \operatorname{arctg} \ln x;$$

$$7. y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{\ln(2x+3)}};$$

$$8. y = e^{\arcsin \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}};$$

$$9. y = \sin e^{\cos \frac{1}{x}};$$

$$10. y = \sin e^{\operatorname{tg}^2 x};$$

Вариант №9

$$1. y = (10x^3 - 7x^2 + 3)^{12};$$

$$2. y = \sin 3^{\sqrt{x}};$$

$$3. y = \frac{\sin \frac{1}{x}}{(x^2 + 1)^2};$$

$$4. y = e^{\operatorname{arctg} \ln(x^3 + 1)};$$

$$5. y = \operatorname{arctg}^4 \frac{1}{x};$$

$$6. y = \ln \sqrt{\sin^3 x};$$

Вариант №10

$$1. y = (5x^4 - 2x^2 + 5)^{17}$$

$$2. y = \sqrt[5]{3x^3 - 2x}$$

$$3. y = \frac{\sin^2 2^x}{2^{x^2}};$$

$$4. y = \operatorname{arctg} e^{x^2};$$

$$5. y = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{\ln x};$$

$$6. y = \ln \operatorname{arctg} x^4;$$

$$7. y = tg^2 \frac{1}{x^2} \cdot 2^{x^2-1};$$

$$7. y = e^{arctg \sqrt{\ln(2x+3)}};$$

$$8. y = \ln^2 arctgx^6;$$

$$8. y = e^{\arcsin \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}};$$

$$9. y = \sqrt{\ln \ln x} - \ln^3 x;$$

$$9. y = \ln^2 \cos e^{\sin x^3}.$$

$$10. y = \ln(\ln^3 \sqrt{x});$$

$$10. y = \ln \sin \sqrt[3]{arctge^{3x}};$$

Вариант №11

$$1. y = (x^2 + 1)^{10};$$

$$2. y = e^{\sqrt{x^2+1}};$$

$$3. y = \sqrt[3]{\arcsin \frac{1}{x}};$$

$$4. y = 5^{\frac{1+x^3}{x^2+1}};$$

$$5. y = \ln^3 \sqrt{\cos \ln \sqrt{x}};$$

$$6. y = \ln^2 10^{\sqrt{x}};$$

$$7. y = \ln x \cdot 2^{\frac{1}{x}};$$

$$8. y = e^{\arcsin \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}};$$

$$9. y = \sqrt{\ln \ln x} - \ln^3 x;$$

Типовое задание № 2 «Техника дифференцирования»

Найти производную от функции (ответ можно не упрощать):

$$1. \operatorname{tg} 2x + 4 \lg(x+1);$$

$$\sin 8x \cdot \lg(1-x) + x^x;$$

$$\arccos \frac{1}{x^2} + 4\sqrt{7x+3};$$

$$\operatorname{arctg} e^{-x} - 3 \lg \frac{1}{3} 4;$$

$$\frac{x^2 + 3}{x - \operatorname{ch} x}.$$

$$2. 7 \cos 5x - 2^{x+3};$$

$$\sin 4x \cdot e^{3x} + (\cos 4x)^x;$$

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x} - 2\sqrt{5x+4};$$

$$\arcsin 2^{-x} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{15} 4$$

$$\frac{2-x}{x^2 + \ln x}.$$

$$3. 3 \operatorname{tg} 7x + \arcsin(2-3x);$$

$$(\operatorname{sh} 2x) \cdot \sqrt[4]{x} + 2(\sin x)^x;$$

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x^3} - 9\sqrt[4]{6-x};$$

$$\ln(4x+6) + 3^{-x} + e^{-2};$$

$$\frac{4+x^3}{\cos 2x - x}.$$

$$4. 2 \operatorname{ctg} 6x - \operatorname{cth}(5+2x);$$

$$2^{4x} \cdot \cos 4x + \left(\lg \frac{x}{2} \right)^x;$$

$$\log_3 \frac{1}{x^2} + \sqrt[7]{5-4x};$$

$$\arcsin(x+1) - 7 \cdot 10^{-x} - \operatorname{tg} 3;$$

$$\frac{\sin 5x - 5}{x^2 - 3x}.$$

$$5. 8 \operatorname{ch} 3x + \arcsin(7x+4);$$

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x^4} - \sqrt[4]{2x+1};$$

$$\sqrt[3]{5-4x} - \operatorname{ctg} 2x + \left(\cos \frac{x}{2} \right)^x;$$

$$4 \operatorname{tg} 18x - \frac{1}{e^x} + 4^{\frac{\pi}{3}};$$

$$\frac{\sin 8x - x^2}{x^2 - x}.$$

$$6. e^{-4x} - 2 \ln(10x-2);$$

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x^5} - \sqrt[3]{9x-2};$$

$$(\sin 8x) \cdot \sqrt[9]{x} + (\lg x)^x;$$

$$2^{\arcsin(-x)} + 5 \operatorname{ctg} 4;$$

$$\frac{\cos x - x^2}{x^3 + 3}.$$

$$7. e^{3x+2} + 3\log_5(8-2x);$$

$$ch5x \cdot e^{x+2} + (tg8x)^x;$$

$$\arccos \frac{1}{x^7} + \sqrt{2x-3};$$

$$\sin e^{-2x} + ctg10;$$

$$\frac{x^2 + x - 1}{\lg x - x}.$$

$$9. 5\arcsin(10x+3) - 4^{10x};$$

$$\lg 2x \cdot arctgx + \left(\sin \frac{x}{2}\right)^x;$$

$$\log_7 \frac{1}{x^5} + 2tg4x;$$

$$\sin \sqrt{1-x^2} + ctg \frac{\pi}{9};$$

$$\frac{\cos x - 2x}{x - x^2}.$$

$$11. 3arctg10x - 8\sin\left(\frac{x}{2} + 2\right);$$

$$\sin 11x \cdot tg5x + (\cos 5x)^x;$$

$$\frac{1}{\sqrt{(3-x)^3}} - 4^{-x^2};$$

$$ctg \arcsin 2x - 4^{2\pi};$$

$$\frac{\ln 2x - 3x}{(x+4)^2}.$$

$$8. 5^{\sqrt{x}} - 8\sqrt[3]{x^2 - 2x - 7};$$

$$\sin 5x \cdot \arcsin 5x + (ctgx)^x;$$

$$\arccos \sqrt{x} + \arccos \sqrt[4]{x};$$

$$e^{-x+4} + tg8;$$

$$\frac{x^5 + 4x^3 - e}{\ln x - x}.$$

$$10. 2\cos 3x + \arcsin(2x-3);$$

$$\log_3 4x \cdot \sqrt{7-x} + x^{ctgx};$$

$$arctg \sqrt{2x+6} - 9e^{\frac{1}{x}};$$

$$\arcsin 2^{-x} + \sin \frac{3\pi}{2};$$

$$\frac{x^3 + x}{2x^3 - \sin x}.$$

$$12. 3\arccos \frac{x}{4} + \log_4(1-x);$$

$$\frac{1}{2} \cos(1-x) \cdot e^{-2x} + (ctgx)^x;$$

$$\arccos \sqrt[3]{x+1} + \ln \frac{1}{x^2};$$

$$tg \ln x - 5\lg 3;$$

$$\frac{(9x+7)^2 + 1}{x - chx}.$$

2. Найти производную от функции, применив метод логарифмического дифференцирования (для дифференцирования степенно-показательной функции можно применить готовую формулу). Решение и ответы разместить в личном кабинете студента.

1. $y = x^{\frac{1}{x}}$

2. $y = (\cos x)^{2x}$

3. $y = \frac{(2x^3 - 3)^2 \cdot \sqrt[7]{(3-x)^3}}{(3x+5)^4}$

4. $y = \frac{(2x+3)^3 \cdot \sqrt[4]{(3-x^2)^3}}{(5x-1)^2}$