

Практическое занятие

Производные различных порядков.

Физический и геометрический смысл производной

Решить все задачи:

1. Найти производные третьего порядка от функций:

а) $y = e^{x^4}$

б) $y = \operatorname{tg} 3x$

в) $y = x^2 \cdot \sin x$

2. Написать уравнения касательной и нормали к кривым в указанных точках:

а) $y = x^2 + 4x - 3$ в точке (1; 2);

б) $y = \ln x$ в точке пересечения с осью ОХ;

в) $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ в точке (2; -1).

3. На линии $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ найти точку, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

4. Показать, что касательные, проведенные к гиперболе $y = \frac{x-4}{x-2}$, в точках ее пересечения с осями координат, параллельны между собой.

5. На кривой $y = x^3$ найти точку, в которой касательная параллельна биссектрисе первого координатного угла.

6. Найти углы, под которыми пересекаются данные линии:

а) $y = x^2$ и $y = x^3$;

б) $x^2 + y^2 = 4$ и $x + 2y = 2$.

7. Точка движется прямолинейно по закону $s = 3t^2 + t - 1$. Найти скорость и ускорение движения точки для моментов времени $t_1 = 1$ и $t_2 = 2$ (s дается в метрах, t – в секундах).

8. Точка совершает колебательное движение по оси абсцисс, согласно закону $x = \cos \omega t$. Найти момент времени, когда скорость равна нулю. Чему в это время равно x ?

9. Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента времени $t=0$, задается формулой $Q = t^3 - 9t^2 + 15t + 1$. В какие моменты времени сила тока в проводнике равна: а) 0; б) 15?

10. Зависимость между количеством x вещества, полученного в некоторой химической реакции, и временем t выражается уравнением $x = t(1 - e^{-kt})$. Определить скорость реакции в момент времени $t=1$ с.