

**CLEVER
STRONG
CREATIVE**



**МНОГОПРО-
ФИЛЬНЫЙ
ЛИЦЕЙ**

МАГИСТРАТУРА

БАКАЛАВРИАТ

**ПРОФЕС-
СИОНАЛЬНАЯ
ПЕРЕПОДГО-
ТОВКА**

СПЕЦИАЛИТЕТ

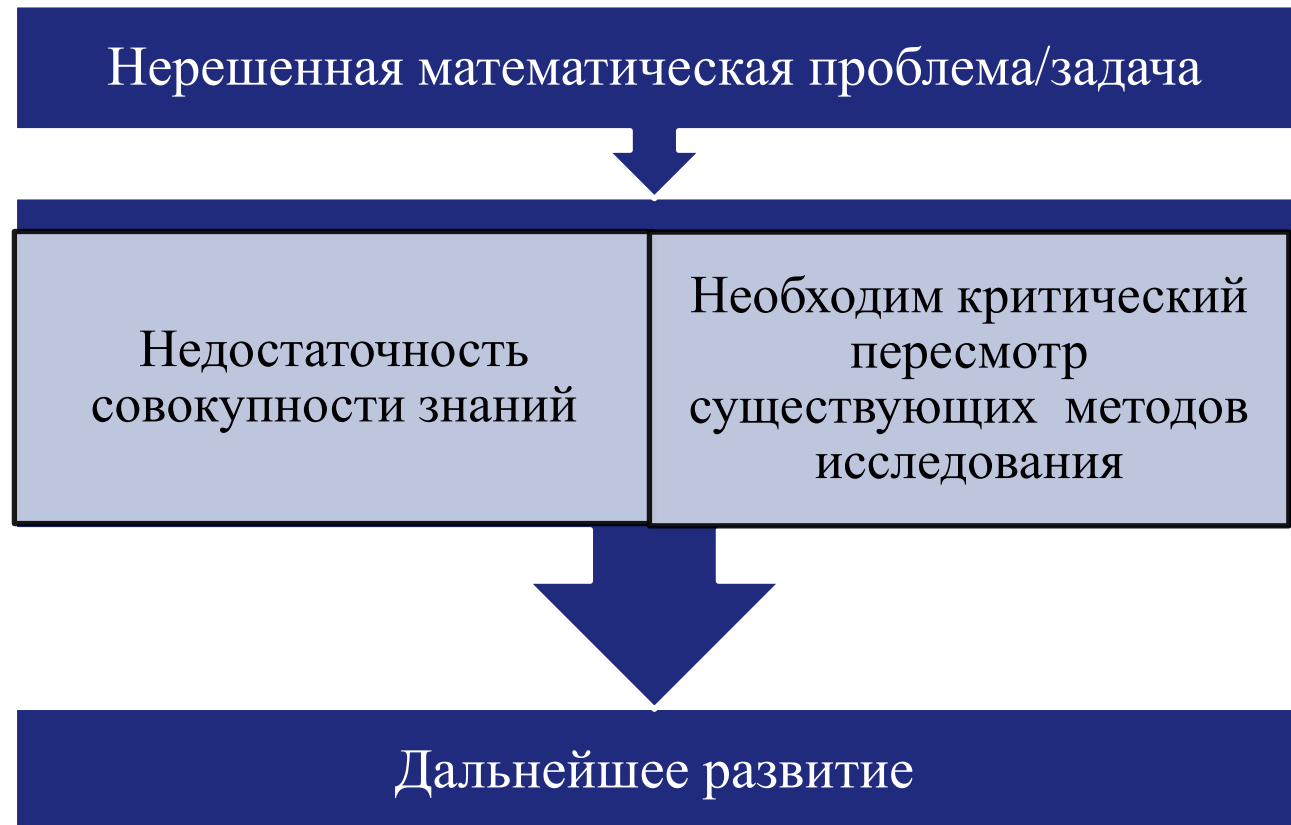


www.zabgu.ru

Знаменитые математические проблемы



Развитие математики стимулируется математическими проблемами/нерешенными задачами и задачами из других областей





Каждый исторический период содержал такие математические проблемы

Древняя Греция: три знаменитые задачи

- задача квадратуры круга
- задача трисекции угла
- задача удвоения куба

Задача квадратуры круга

Задача построения с помощью циркуля и линейки квадрата, равновеликого по площади данному кругу.

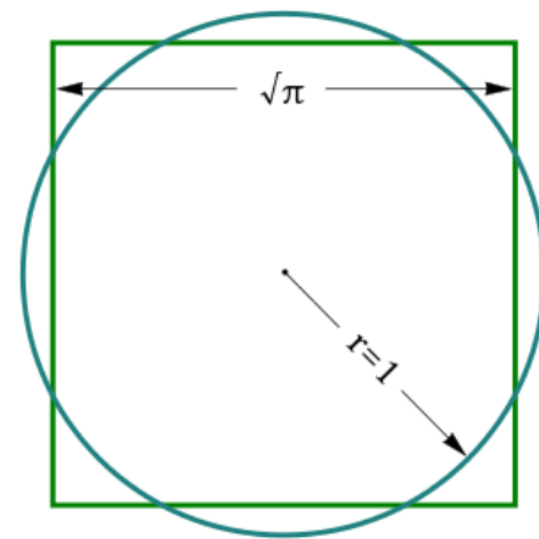
r — радиус заданного круга

x — длина искомого квадрата

Необходимо: $S_{кр} = S_{кв}$

$$\pi \cdot r^2 = x^2$$

$$x = \sqrt{\pi} \cdot r \approx 1,77245 \cdot r$$



Окончательное доказательство неразрешимости квадратуры круга дал в 1882 году **Линдеман**.

Если принять за единицу измерения радиус круга и обозначить x длину стороны искомого квадрата, то задача сводится к решению уравнения: $\pi = x^2$

С помощью циркуля и линейки можно выполнить все 4 арифметических действия и извлечение квадратного корня; отсюда следует, что квадратура круга возможна в том и только в том случае, если с помощью конечного числа таких действий можно построить отрезок длины π . Таким образом, неразрешимость этой задачи следует из неалгебраичности (трансцендентности) числа π .

Плюс: множество практически полезных способов приближённой квадратуры круга с хорошей точностью π

Карл Луи Фердинанд Линдеман де
Корель

Ferdinand von Lindemann

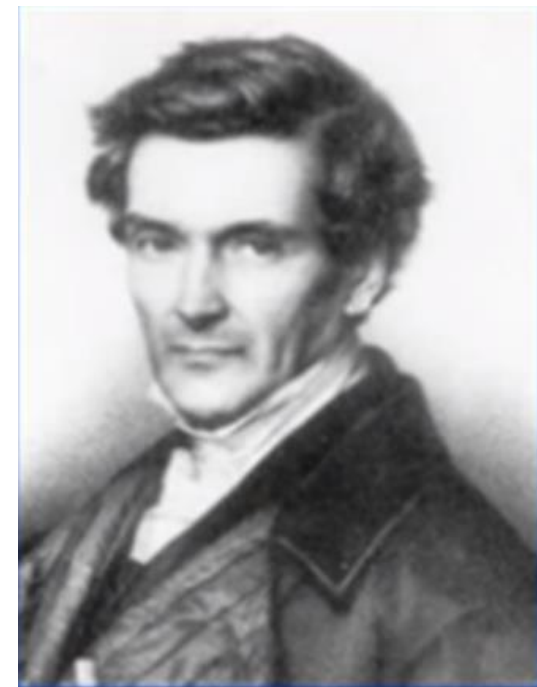


Задача трисекции угла

Задача о делении заданного угла на три равные части построением циркулем и линейкой

Невозможность построения была доказана Ванцелем в 1837 году.

Например, он доказал, что трисекция острого угла прямоугольного треугольника с целыми сторонами, длины которых выражаются взаимно простыми числами, осуществима тогда и только тогда, когда гипотенуза является кубом целого числа



французский математик

Задача удвоения куба

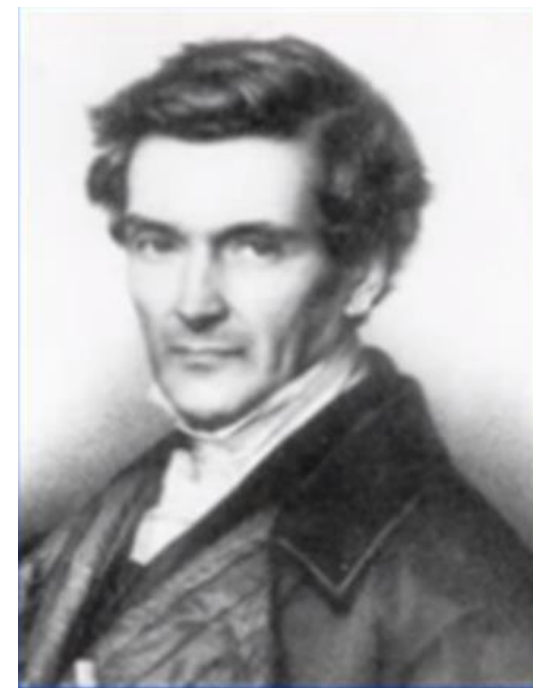
Задача на построение циркулем и линейкой ребра куба, объём которого вдвое больше объёма заданного куба

Задача сводится к решению уравнения

$$x^3 = 2y^3$$

$$x = y\sqrt[3]{2}$$

Невозможность построения была доказана Ванцелем в 1837 году.

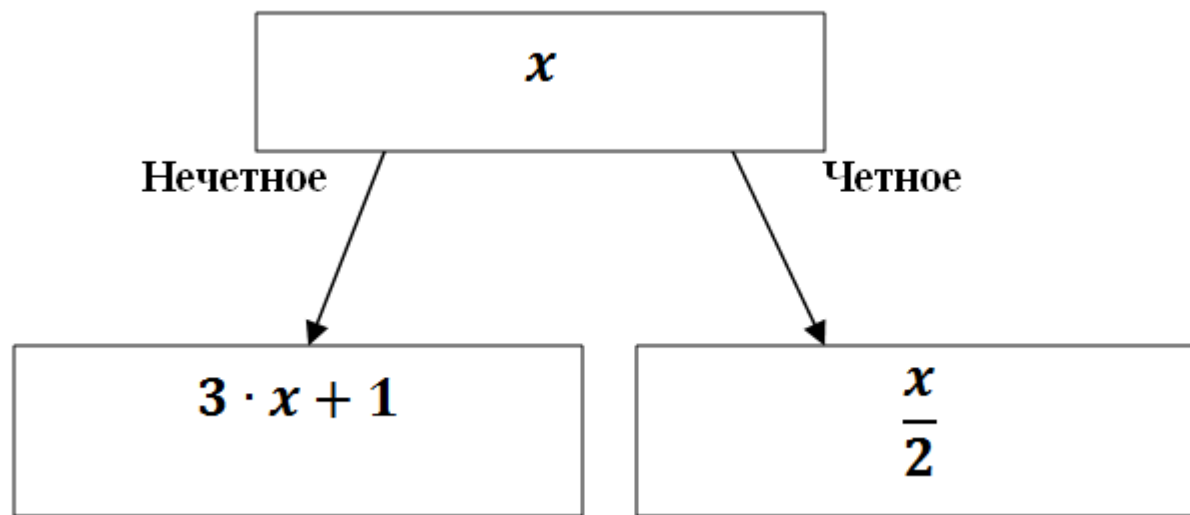


французский математик

Сиракузская проблема (Гипотеза Коллатца)

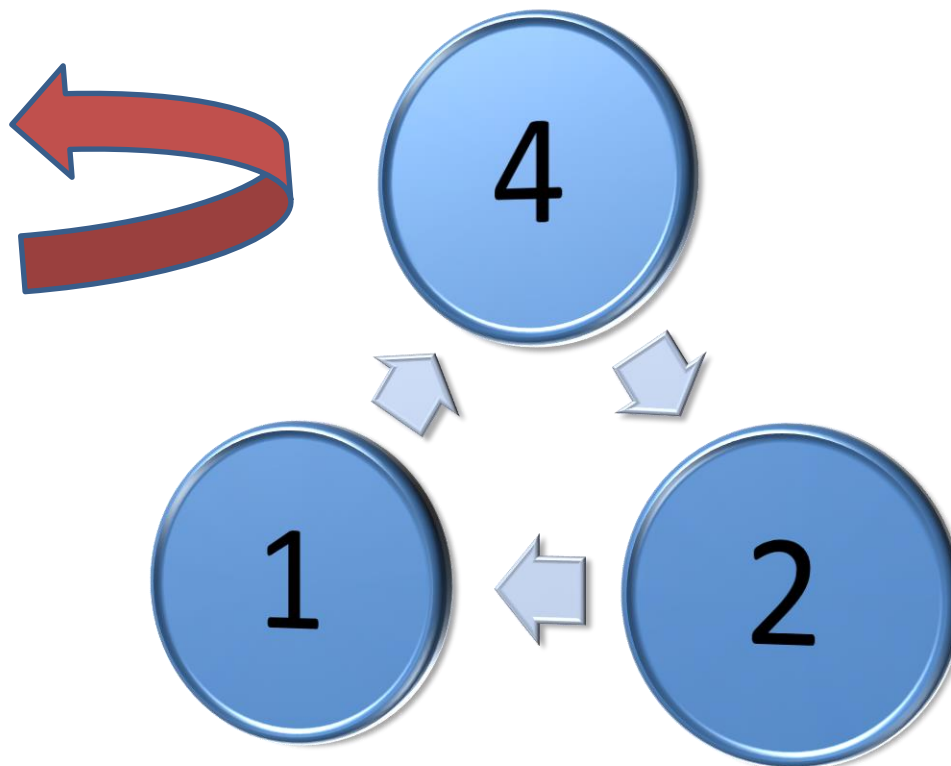
Рассматриваем последовательность чисел:

- 1) Берем любое натуральное число
- 2) Если оно четное, то делим на два. Если оно нечетное, то умножаем на 3 и прибавляем 1.
- 3) Полученное новое число, если оно четное, то делим на два. Если оно нечетное, то умножаем на 3 и прибавляем 1.
- 4) и т.д.



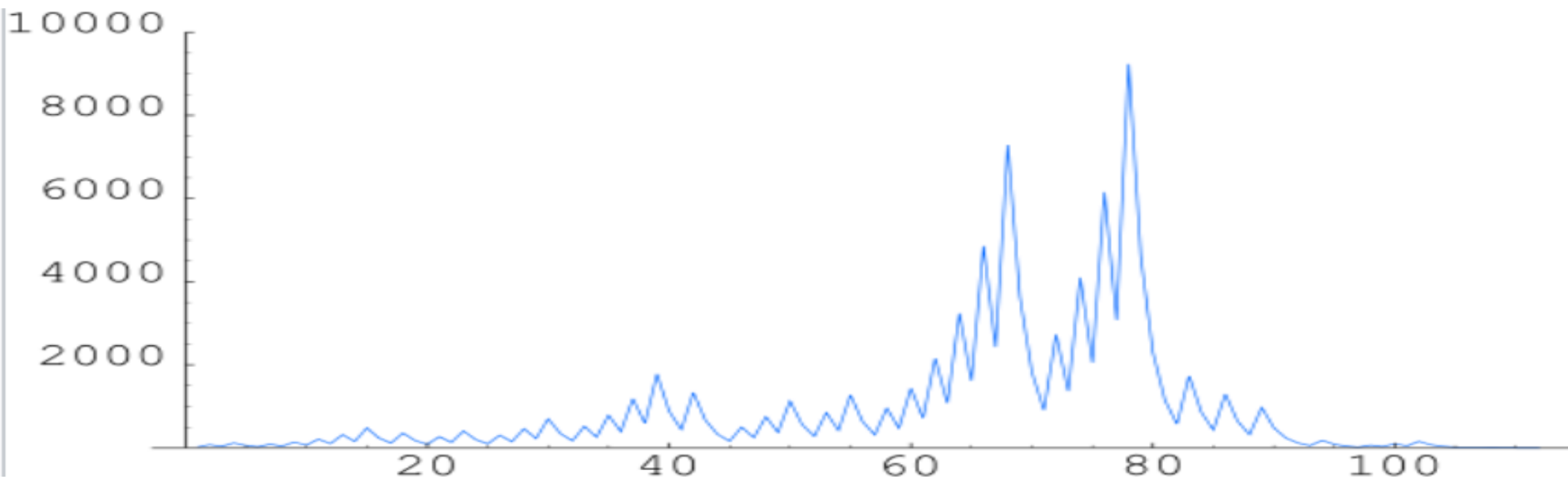
Например, возьмем число 5.

- 1) $x=5$
- 2) Нечетное: $5*3+1=16$
- 3) Четное: $16:2=8$
- 4) Четное: $8:2=4$
- 5) Четное: $4:2=2$
- 6) Четное: $2:1=1$
- 7) Нечетное: $1*3+1=4$



Для числа 27 получаем:

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91,
274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186,
593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850,
425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288,
3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577,
1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106,
53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, **4, 2, 1**, ...



На сегодняшний день:

➤ Не доказано, что это верно для
всех натуральных чисел!!!

➤ Не найдено ни одного
контрпримера!!!



Компьютерное моделирование:

- 1) Эксперимент идет с 2009 года
- 2) Эксперимент идет с 2017 года

Все рассмотренные на сегодняшний день
натуральные числа удовлетворяют
гипотезе Коллатца

Простые близнецы

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883),...

До сих пор не доказано: **бесконечно ли множество пар простых близнецов?**

Доказано: если простых чисел-близнецов и бесконечно много, то они все же расположены в натуральном ряду довольно редко



✓Американский математик Чжан Итан (2013): существует бесконечно много пар простых чисел, которые отличаются не более чем на **70 000 000**

✓Австралийский математик Скотт Морисон (2013): **59 470 640**

✓Австралийский математик Теренс Тау (2013): **4 982 086**

✓Британский математик Джэймс Мэйнард (2013): **600**

✓Австралийский математик Теренс Тау (2013): **576; 270**

✓Американский математик Пэйс Нильсон (2014): **246**

Пифагорова комната

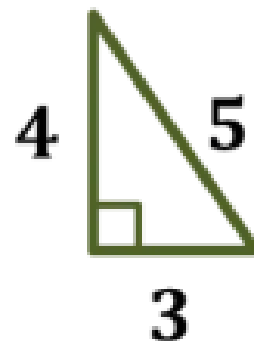
Пифагорова тройка: $x^2 + y^2 = z^2$

Таких троек бесконечное количество

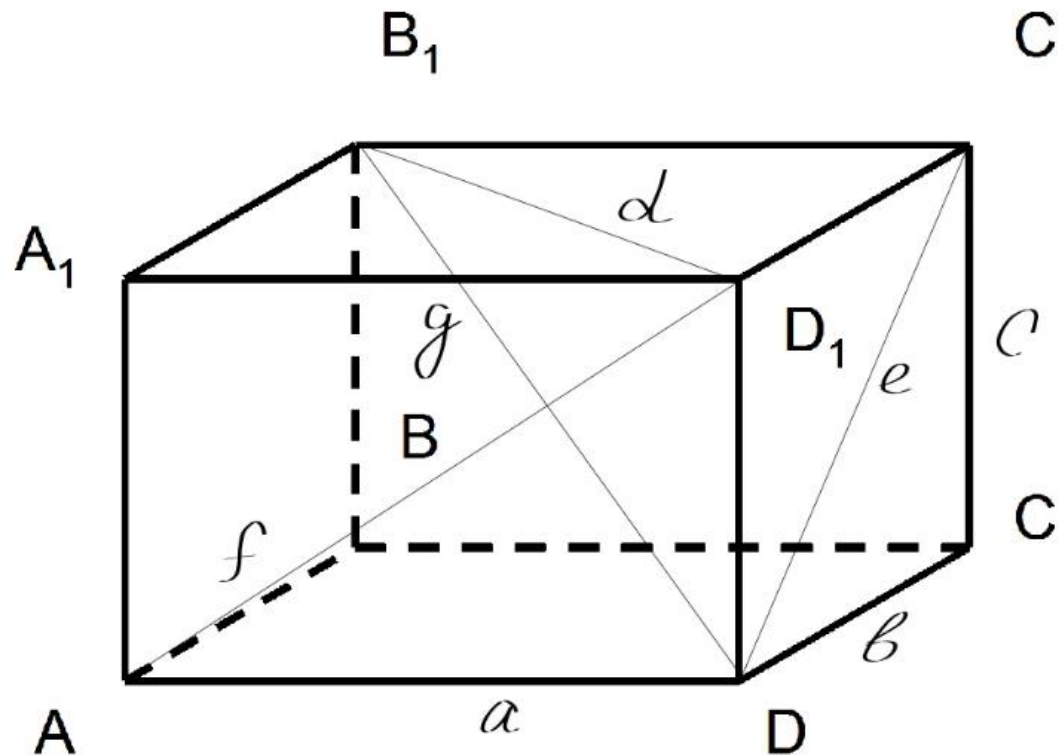
Есть ли пифагоровы четверки, пятерки и даже наборы из N чисел ?

Пример: «пифагорова 25-ка»

$$(0^2) + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 24^2 = 70^2$$



«Пифагорова комната» - совершенный кубоид, который имеет не только целочисленные грани, но даже диагонали этих граней и целую пространственную диагональ



Получены лишь частичные результаты: были найдены такие кубоиды, у которых **6 из семи** элементов были целочисленными.

Эйлером было доказано, что существует бесконечное число многогранников, у которых лишь пространственная диагональ не является целым числом.

На 2020 год: проведен перебор всех возможных чисел до 10^{12} , однако **положительного результата пока нет.**

Гипотеза Гольдбаха

Сколько нужно простых слагаемых, чтобы любое натуральное число можно было бы представить в виде их суммы? Можно ли утверждать, что их конечное число (слагаемых)?

Например:

$$5=2+3.$$

Слабая (тернарная) гипотеза: каждое нечетное число >5 является суммой трех простых чисел.

Сильная (бинарная) гипотеза: каждое четное число >3 является суммой двух простых чисел.

Нерешена до конца.

✓Иван Матвеевич Виноградов: Любое достаточно большое нечетное число является суммой трех простых

✓Константин Бороздин (1956):

$$C=10^{6846168}$$

✓M.Ch. Liu, T.Wang (2002):

$$c=10^{43000}$$

✓Гельфготт, D.Plant(2013):

$$C=2 \cdot 10^{29}$$

✓Гельфготт, D.Plant(2013):

$$C=10^{27}$$

✓Л.Г. Шнирельман (1930): Каждое четное натуральное число есть сумма не более чем *восемьсот тысяч* простых чисел

✓Оливье Рамарэ (1995): Каждое четное натуральное число есть сумма не более чем *шесть* простых чисел

✓Харальд Гельфготт (2013): Каждое четное натуральное число есть сумма *четырёх* простых чисел

Компьютерный эксперимент:

На сегодняшний день нет ни одного контрпримера, что четное число нельзя представить в виде суммы двух простых чисел.



CLEVER
STRONG
CREATIVE



СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!