Гидродинамика - раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

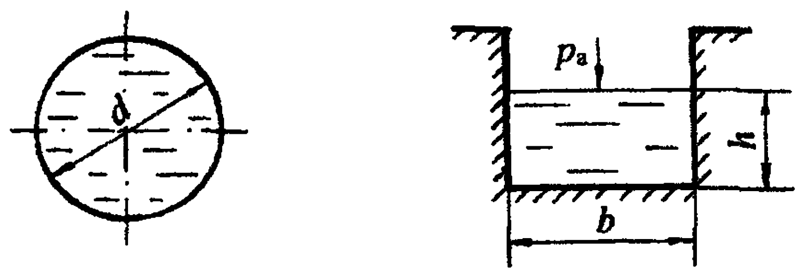
Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

Основные понятия о движении жидкости

Живое сечение **(ω) – сечение струйки или потока плоскостью, нормальной в каждой своей точке к проходящей через неё линии тока. Для равномерного и плавно изменяющегося движения живое сечение является плоским.**

На рис. 4.2 представлено живое сечение для круглой трубы диаметром *d*, полностью заполненной жидкостью (рис. 4.2,а), и для открытого русла шириной *b* и глубиной наполнения *h* (рис. 4.2,б).

а б



$\omega = \pi d^2/4 = \pi r^2$ $\omega = bh$

Рис. 4.2

Смоченный периметр **(χ) – длина контура живого сечения по твёрдым стенкам русла. На рис. 4.2,а для круглой трубы $\chi = \pi d = 2\pi r$ (длина окружности круглой трубы); для открытого потока (см. рис. 4.2,б) $\chi = 2h + b$.**

Живым сечением ω (м²) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы - круг (рис.3.1, б); живое сечение клапана - кольцо с изменяющимся внутренним диаметром (рис.3.1, б).

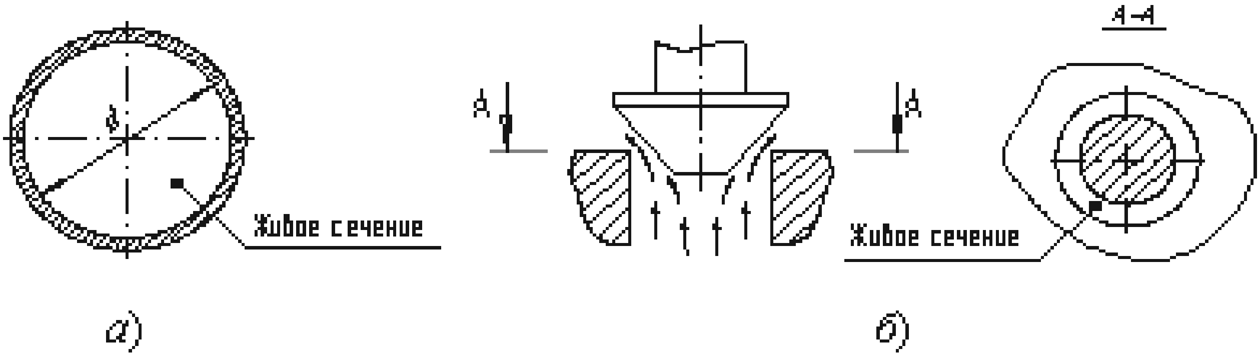


Рис. 3.1. Живые сечения: а - трубы, б - клапана

Смоченный периметр χ ("хи") - часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками (рис.3.2, выделен утолщенной линией).

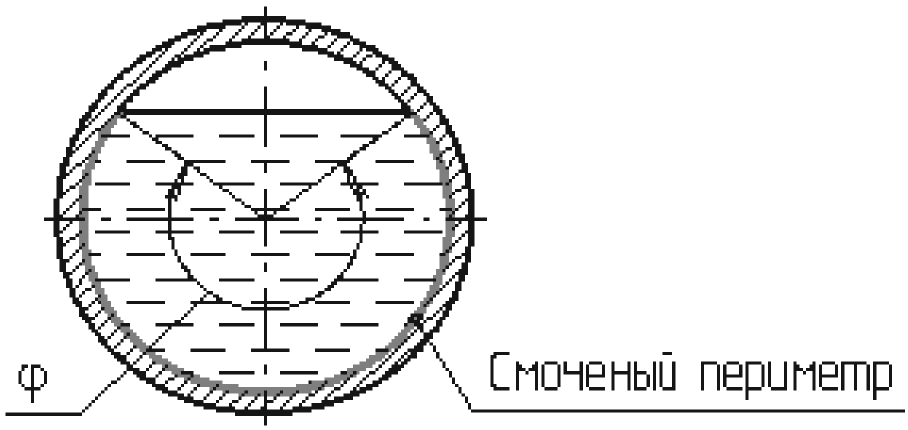


Рис. 3.2. Смоченный периметр

Для круглой трубы

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2}$$

если угол в радианах, или

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{360^\circ}, \text{ если угол } \varphi \text{ в градусах.}$$

Расход - количество жидкости (объемное, весовое или массовое), проходящее в единицу времени через данное нормальное сечение поток В случае равномерного поля скоростей по нормальному сечению, когда скорости v всех частиц одинаковы <u>*объемный расход*</u> определяют как Q=V·S (м^3/с), где S — площадь нормального сечения. <u>*Массовый расход*</u> M=Qρ (кг/с), <u>*весовой расход*</u> F=Mg=Qgρ=Qγ (кгс/с).

Средняя скорость потока υ - скорость движения жидкости, определяющаяся отношением расхода жидкости *Q* к площади живого сечения ω

$$\upsilon_{ср} = \frac{Q}{\omega}, \ (м/с)$$

Поскольку скорость движения различных частиц жидкости отличается друг от друга, поэтому скорость движения и усредняется. В круглой трубе, например, скорость на оси трубы максимальна, тогда как у стенок трубы она равна нулю.

Гидравлический радиус потока R - отношение живого сечения к смоченному периметру

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \ (м)$$

Для напорного потока в круглой трубе (см. рис. 4.2,а) гидравлический радиус

$$R = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}; \quad \text{откуда } d = 4R, \tag{4.2}$$

для открытого потока (см. рис. 4.2,б)

$$R = \frac{bh}{2h + b}.$$

Гидравлический радиус (R) является универсальной геометрической характеристикой потока, которая может быть использована в теоретических выводах для потоков любой формы с различной степенью заполнения жидкостью.

Течение жидкости может быть установившимся и неустановившимся.

Установившимся движением называется такое движение жидкости, при котором в данной точке русла давление и скорость не изменяются во времени

$$\upsilon = f(x, y, z)$$

$$P = \varphi(x, y, z)$$

Движение, при котором скорость и давление изменяются не только от координат пространства, но и от времени, называется неустановившимся или нестационарным

$$\upsilon = f_1(x, y, z, t)$$

$$P = \varphi\, f_1(x, y, z, t)$$

Линия тока (применяется при неустановившемся движении) это кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлены по касательной.

Трубка тока - трубчатая поверхность, образуемая линиями тока с бесконечно малым поперечным сечением. Часть потока, заключенная внутри трубки тока называется *элементарной струйкой*.

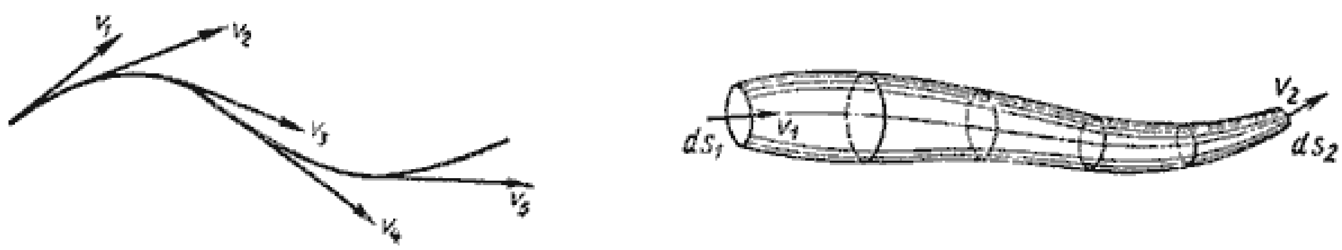


Рис. 3.3. Линия тока и струйка

Течение жидкости может быть напорным и безнапорным.

Напорное течение наблюдается в закрытых руслах без свободной поверхности. Напорное течение наблюдается в трубопроводах с повышенным (пониженным давлением).

Безнапорное - течение со свободной поверхностью, которое наблюдается в открытых руслах (реки, открытые каналы, лотки и т.п.). В данном курсе будет рассматриваться только напорное течение.

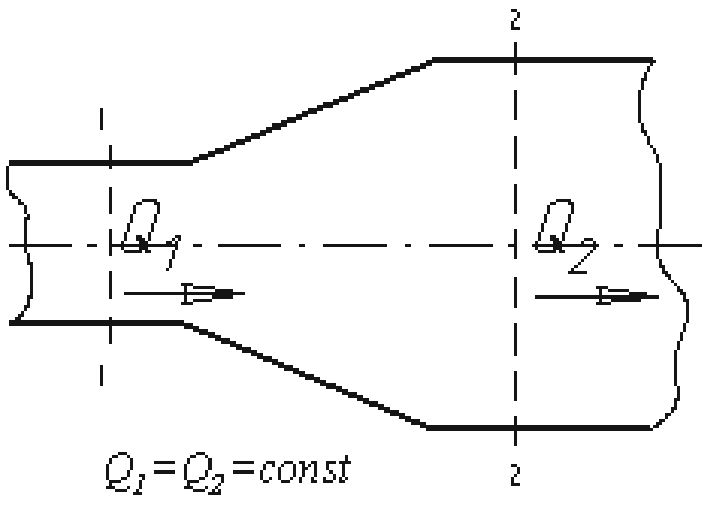


Рис. 3.4. Труба с переменным диаметром при постоянном расходе

Из закона сохранения вещества и постоянства расхода вытекает *уравнение неразрывности* течений. Представим трубу с переменным живым сечением (рис.3.4). Расход жидкости через трубу в любом ее сечении постоянен, т.е. $Q_1=Q_2= const$, откуда

$$\omega_1\upsilon_1 = \omega_2\upsilon_2$$

Таким образом, если течение в трубе является сплошным и неразрывным, то уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = const$$

Практическое занятие.

Задача 1

Определить расход в водопроводной трубе, если средняя скорость $v=1,1$ *м/сек,* а диаметр трубы $d=300$ *мм.*

Решение. Расход вычислим по формуле

$$Q = \omega v = \frac{\pi d^2}{4} v = 0,785 d^2 v =$$

$$= 0,785 \cdot 0,3^2 \cdot 1,1 = 0,0778\ м^3/сек = 77,8\ л/сек.$$

Задача 2

Определить диаметр трубопровода, по которому протекает 500 $м^3$ воды в 1 *ч* со средней скоростью 1,5 *м/сек.*

Решение. Сначала найдем расход

$$Q = \frac{500}{3\,600} = 0,139\ м^3/сек.$$

Из формулы (4-5)

$$\omega = 0,785 d^2 = \frac{Q}{v}.$$

Отсюда

$$d = \sqrt{\frac{Q}{0,785 v}} = \sqrt{\frac{0,139}{0,785 \cdot 1,5}} = 0,345\ м.$$

Задача 3

В расширяющейся трубе имеет место напорное движение жидкости, при этом средние скорости в первом и втором сечениях равны 1,6 и 0,9 *м/сек* соответственно; диаметр трубы в первом сечении $d_1 = 0{,}5$ *м*. Определить диаметр трубы во втором сечении.

Решение. Учитывая

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2},$$

получаем:

$$d_2 = \sqrt{\frac{v_1 d_1^2}{v_2}} = \sqrt{\frac{1{,}6 \cdot 0{,}5^2}{0{,}9}} \approx 0{,}67 \text{ м}.$$

Задача 4

По трубопроводу диаметра $d = 150$ *мм* перекачивается нефть удельного веса $\gamma = 900$ *кГ/м³* в количестве 1200 *т* в сутки.

Определить секундный объёмный расход нефти Q и среднюю скорость её течения v.

Предварительно находим секундный весовой расход

$$G = \frac{1200}{24 \cdot 3600} = 0{,}0138 \text{ т/сек} = 13{,}8 \text{ кГ/сек}.$$

Следовательно, секундный объёмный расход будет:

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{13{,}8}{900} = 0{,}0154 \text{ м}^3\text{/сек} = 15{,}4 \text{ л/сек}.$$

Далее, по уравнению расхода определяем среднюю скорость

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{15{,}4}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2}{4}} = 8{,}71 \text{ дм/сек} = 0{,}871 \text{ м/сек}.$$

Задача 5

Задача 2.1

Вычислить гидравлический радиус R для следующих живых сечений потоков:

а) трубы диаметром D, целиком заполненной жидкостью;

б) трубы диаметром D, заполненной жидкостью наполовину;

в) пространства между трубами диаметрами D_1 и D_2, целиком заполненного жидкостью;

г) трубы квадратного сечения $B \times B$, целиком заполненной жидкостью;

д) прямоугольного русла глубиной B и шириной H.

Решение

Гидравлический радиус определяется как отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру, поэтому получим следующие выражения для каждого из пунктов задания:

а) $$R = \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\pi D} = \frac{D}{4};$$ б) $$R = \frac{\frac{\pi}{8} D^2}{\frac{\pi}{2} D} = \frac{D}{4};$$

в) $$R = \frac{\frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)^2}{\pi\left(D_1 - D_2\right)} = \frac{D_1 + D_2}{4};$$

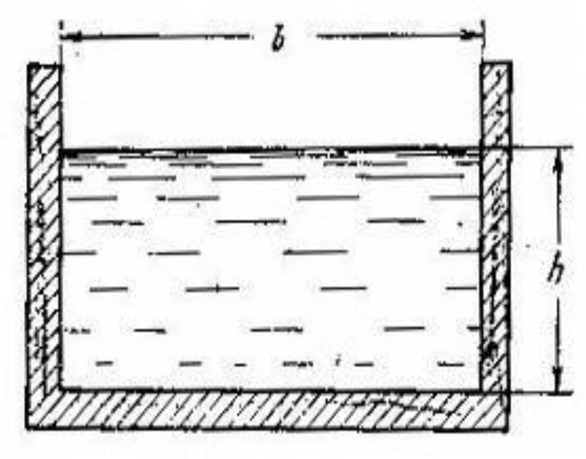
г) $$R = \frac{B^2}{4B} = \frac{B}{4};$$ д) $$R = \frac{B\,H}{2H + B}.$$

Ответ: а) $R = \frac{D}{4}$; б) $R = \frac{D}{4}$; в) $R = \frac{D_1 + D_2}{4}$; г) $R = \frac{B}{4}$;

д) $R = \frac{B\,H}{2H + B}$.

Задача 6

№ 1. Определить гидравлический радиус потока жидкости в канале прямоугольного сечения, если ширина потока b = 80 см, уровень жидкости h = 380 мм.

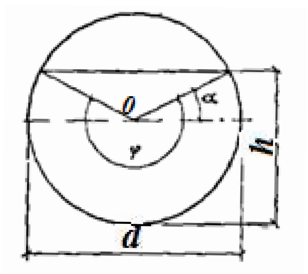


Решение

Гидравлический радиус определяется

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{2h+b} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}38}{2 \cdot 0{,}38 + 0{,}8} \approx 0{,}195 \text{ м.}$$

Задача 7. Определить пределы изменения гидравлического радиуса R для канализационных самотечных трубопроводов, если их диаметр d изменяется от 150 до 3500 мм. Расчетное наполнение принять: $a = h/d = 0{,}6$ для труб диаметром d = 150 мм; $a = h/d = 0{,}8$ для труб диаметром d = 3500 мм.



Решение:

Гидравлический радиус определяем по формуле

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

где площадь живого сечения

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}\frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2}\left(h - \frac{d}{2}\right)2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(h - \frac{d}{2}\right)^2} = \frac{\pi d^2}{4}\frac{\varphi}{2\pi} + d^2(a - 0{,}5)\sqrt{a(1-a)},$$

смоченный периметр $\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi}$.

Угол α находим из соотношения

$$sin\alpha = \frac{h - d/2}{d/2} = \frac{ad - 0{,}5d}{0{,}5d} = \frac{a}{0{,}5} - 1,$$

$$\varphi = \pi + 2\alpha$$

Проведем расчеты:

- для трубы диаметром d = 150 мм

$$sin\alpha = \frac{0{,}6}{0{,}5} - 1 = 0{,}2;\ \alpha = 0{,}2\ \text{рад};\ \varphi = 3{,}14 + 2 \cdot 0{,}2 = 3{,}54\ \text{рад};$$

$$\omega = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15^2}{4}\frac{3{,}54}{6{,}28} + 0{,}15^2(0{,}6 - 0{,}5)\sqrt{0{,}6(1 - 0{,}6)} = 0{,}0111\ \text{м}^2$$

$$\chi = \frac{\pi d\varphi}{2\pi} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15 \cdot 3{,}54}{6{,}28} = 0{,}266\ \text{м}$$

Тогда гидравлический радиус равен $R = \frac{0{,}0111}{0{,}266} = 0{,}0417$ м.

- для трубы диаметром d = 3500 мм

$$sin\alpha = \frac{0{,}8}{0{,}5} - 1 = 0{,}6;\ \alpha = 0{,}63\ \text{рад};\ \varphi = 3{,}14 + 2 \cdot 0{,}63 = 4{,}4\ \text{рад};$$

$$\omega = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}5^2}{4}\frac{4{,}4}{6{,}28} + 3{,}5^2(0{,}8 - 0{,}5)\sqrt{0{,}8(1 - 0{,}8)} = 8{,}22\ \text{м}^2$$

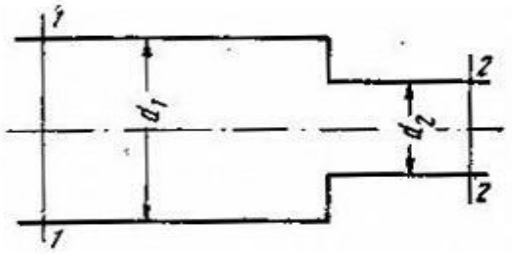
$$\chi = \frac{\pi d\varphi}{2\pi} = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}4}{6{,}28} = 7{,}7\ \text{м}$$

Тогда гидравлический радиус равен $R = \frac{8{,}22}{7{,}7} = 1{,}07$ м.

Таким образом, гидравлический радиус изменяется от 0,04 до 1,07 м.

Задача 8.

№ 2. По трубопроводу, составленному из труб различного диаметра, перекачивается вода, d_1 = 80 мм, d_2 = 50 мм, v_1 = 80 см/с. Определить v_2 и расход потока.



Решение

Из уравнения неразрывности потока $V_1\omega_1 = V_2\omega_2$ определяется скорость движения во втором сечении. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_2^{\ 2}}{d_1^{\ 2}}$;

$V_2 = \frac{V_1 d_1^2}{d_2^2} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}08^2}{0{,}05^2} = 2{,}05$ м/с.

Расход потока $Q = V_1\omega_1 = V_1\frac{\pi d_1^2}{4} = 0{,}8\frac{3{,}14 \cdot 0{,}08^2}{4} = 0{,}004$ м³/с.