

3.6. Потенциальная энергия

Силовое поле и силовая функция. Область, в каждой точке которой на помещенную туда частицу действует сила, зависящая от положения (координат) этой точки называется силовым полем. Силовое поле, силы которого не зависят от времени, называется стационарным.

Если существует такая функция $U = U(x, y, z)$, однозначно зависящая от координат точек системы, через которую проекции силы на координатные оси в каждой точке поля выражаются как $X = \frac{\partial U}{\partial x}$, $Y = \frac{\partial U}{\partial y}$, $Z = \frac{\partial U}{\partial z}$, то такое стационарное силовое поле называют потенциальным, а функцию U – силовой. Вычислив элементарную работу силы такого поля, получаем

$$dA = Xdx + Ydy + Zdz = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz = dU.$$

Отсюда видно, если силовое поле является потенциальным, элементарная работа сил в этом поле равна полному дифференциалу силовой функции, т. е. $dA = dU$. Работа сил поля на конечном перемещении точек механической системы из положения 1 в положение 2 определится как $A_{1-2} = \int_{(1)}^{(2)} dU = U_2 - U_1$, т. е. работа сил, действующих на точки механической системы в потенциальном поле, равна разности значений силовой функции в конечном и начальном положениях системы и не зависит от формы траектории точек этой системы.

Потенциальная энергия (Π) системы в любом данном ее положении равна сумме работ сил потенциального силового поля, приложенных к ее точкам на перемещении системы из данного положения в нулевое. Значит $A_{1-0} = U_0 - U_1 = \Pi$. Это равенство показывает, что потенциальная энергия системы Π отличается от силовой функции U , взятой со знаком минус, на постоянную величину U_0 . Если $U_0 = 0$, то $\Pi = -U = A_{1-0}$.

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести. В координатной системе x, y, z для силы тяжести имеем $X=0$, $Y=0$, $Z=-G$. Следовательно $dA = Xdx + Ydy + Zdz = -Gdz = dU$. Интегрируя, получаем $U = -\int_0^h Gz = -Gh$ или $\Pi = Gh$, где h – высота поднятого тела весом G .

Потенциальная энергия упругих элементов. Упругая деформация тел обладает потенциальной энергией. Если, например, пружина сжата (или растянута) на величину λ , то при переходе ее в ненапряженное состояние сила упругости может совершить работу $A = \frac{c\lambda^2}{2}$. Эта способность сжатой (растянутой) пружины совершать работу является потенциальной энергией пружины.

Закон сохранения механической энергии.

При движении механической системы под действием сил, имеющих потенциал, энергетические изменения определяются зависимостями: $T - T_0 = \sum A_i = U - U_0 = \Pi_0 - \Pi$, откуда $T + \Pi = T_0 + \Pi_0$, или $T + \Pi = \text{const}$. Это означает, что при движении механической системы в стационарном потенциальном поле полная механическая энергия системы при движении остается неизменной. Величина $T + \Pi$ называется полной механической энергией, а система, для которой выполняется закон сохранения механической энергии, – консервативной системой.