

Теоретическая механика. Практика. 02.12.20

Выполнение РГР № 5 (или Д4 из метод. указаний стр. 84-88)

Обратить внимание на качество рисунка.

Рисунок выбираем по предпоследней цифре шифра, а числовые значения из таблицы по последней. Пример выполнения работы: см. ниже.

Первый этап работы. Выразить кинетическую энергию системы через одну из определяемых скоростей, см. пример ниже.

Задание Д 4 (РГР № 5)

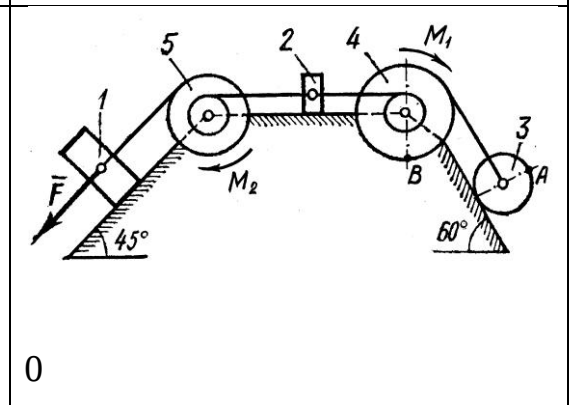
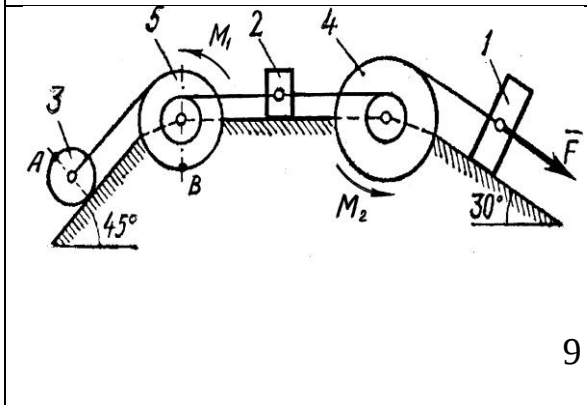
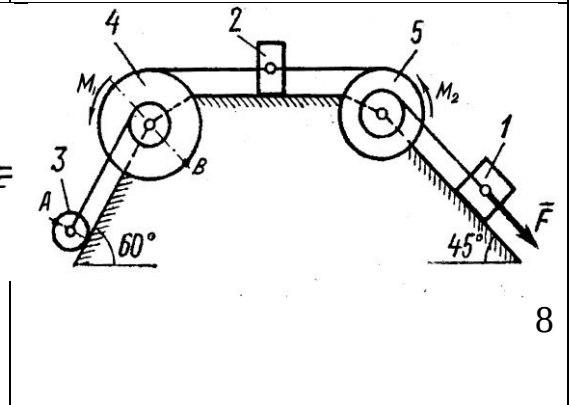
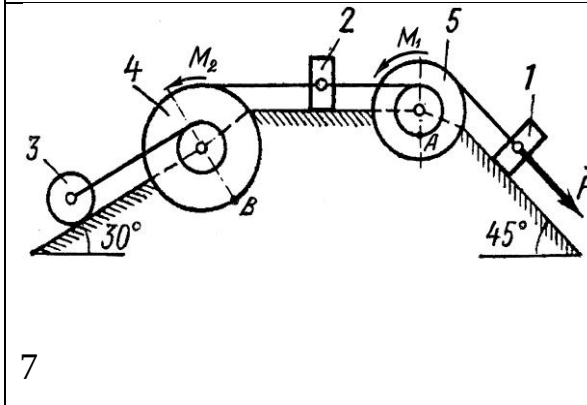
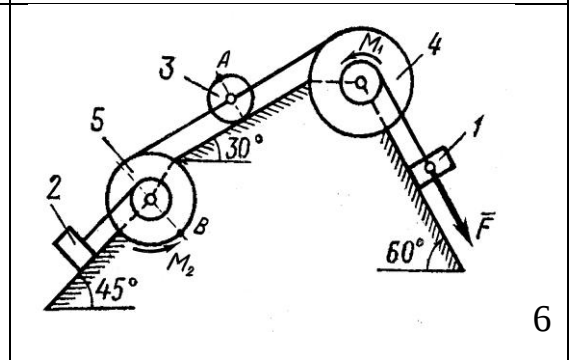
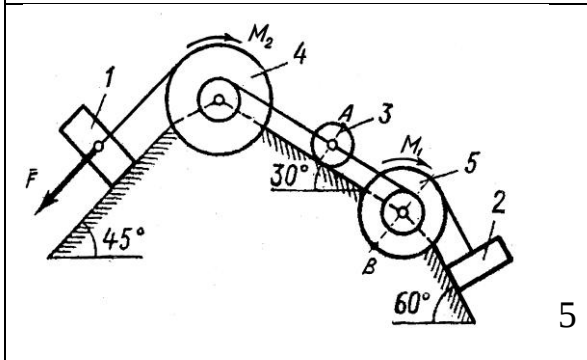
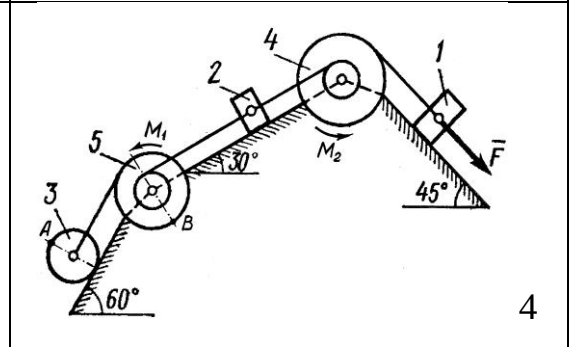
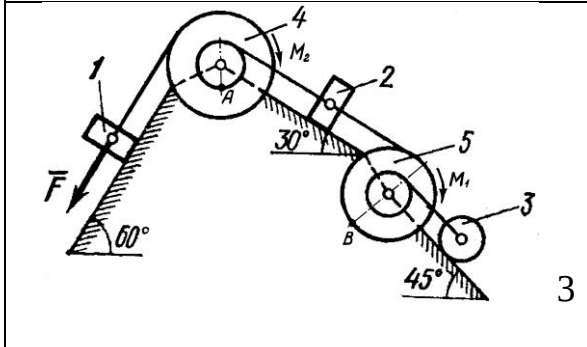
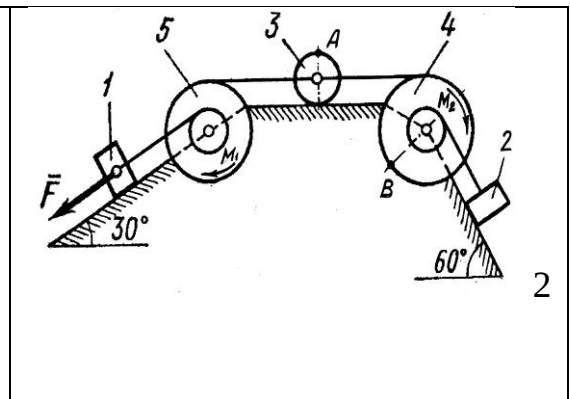
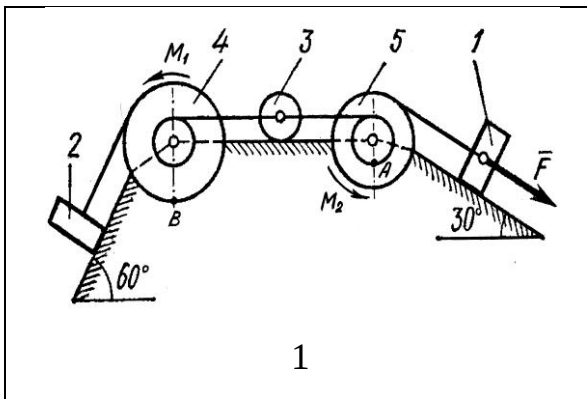
Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы

Механическая система состоит из грузов 1 и 2, катка 3, шкивов 4 и 5 радиусами $R_4=0,4\text{ м}$, $r_4=0,2\text{ м}$. $R_5=0,5\text{ м}$, $r_5=0,1\text{ м}$ соответственно. Каток считать сплошными однородными цилиндрами, а массу шкивов считать распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f=0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, участки нитей параллельны соответствующим плоскостям.

Под действием $F=f(t)$, зависящей от перемещения S точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя. При движении на шкивы 4 и 5 действуют постоянный момент M_1 , M_2 сил сопротивления соответственно. Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение S станет равным S_1 . Искомые величины указаны в столбце «Найти» таблицы 3.5

Таблица 3.5

Вариант	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	m_5 , кг	s_1 , м	M_1 , Н·м	M_2 , Н·м	$F=f(s)$, Н	Найти
1	10	2	3	2	3	1,2	0,2	0,5	$80(2+3s)$	ω_5, V_2, V_B
2	8	3	2	2	1	1,0	0,3	0,4	$60(4+2s)$	ω_5, V_{C3}, V_A
3	6	1	1	2	1	1,3	0,1	0,3	$70(2+5s)$	ω_3, V_2, V_B
4	8	3	2	2	2	1,4	0,3	0,2	$60(3+4s)$	ω_5, V_{C3}, V_A
5	10	4	3	3	3	1,0	0,4	0,5	$50(5+3s)$	ω_4, V_A, V_B
6	7	1	2	2	2	1,1	0,3	0,2	$40(5+4s)$	ω_3, ω_5, V_A
7	8	2	2	3	2	1,2	0,2	0,4	$80(2+4s)$	ω_5, V_2, V_B
8	9	3	2	3	3	0,8	0,3	0,4	$70(3+5s)$	ω_5, V_2, V_A
9	10	3	3	3	3	0,6	0,4	0,5	$80(5+2s)$	$\omega_3, \omega_5, \omega_4$
0	6	1	1	2	1	1,5	0,1	0,2	$60(4+5s)$	ω_5, V_2, V_B



Примечание: на схемах принять: V_1, V_2, V_{C3} - скорость грузов 1, 2 и центра масс тела 3 соответственно; $\omega_3, \omega_4, \omega_5$ - угловые скорости тел 3, 4, 5 соответственно.

Пример. Механическая система состоит из грузов 1 и 2, катка 3 радиуса $R_3=0,15$ м, блока 4 радиуса $R_4=0,2$ м, $r_4=0,1$ м ступенчатого шкива 5 с радиусами $R_5=0,3$ м, $r_5=0,1$ м. Блок и каток считать сплошными однородными цилиндрами, а массу шкива 5 считать распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f=0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. Под действием $F=f(t)$, зависящей от перемещения S точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; При движении на шкив 5 действует постоянный момент M_1 сил сопротивления. Определить V_1, V_B, ω_3 .

Дано: $f=0,1, R_4=0,2$ м, $r_4=0,1$ м, $R_5=0,3$ м, $r_5=0,1$ м, $R_3=0,15$ м, $m_1=8$ кг, $m_2=10$ кг, $m_3=9$ кг, $m_4=5$ кг, $m_5=6$ кг, $M_1=0,9$ Н·м, $M_2=0$, $F=40(3+5S)$ Н, $s_1=1,6$ м.

Определить: V_1, V_B, ω_3 .

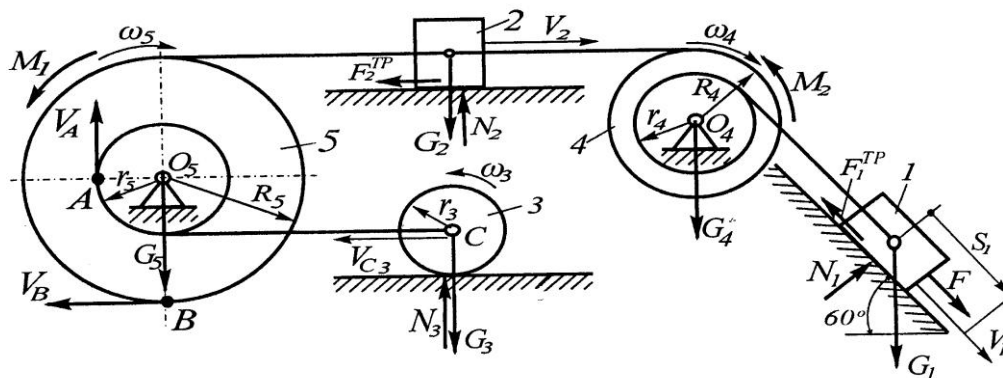


Рис. 3.17

Решение: Для определения V_1 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_0 = \sum A_R^e.$$

Определяем T_0 и T . Так как в начальный момент система находилась в покое, то $T_0 = 0$. Тогда:

$$T = \sum A_R^e. \quad (3.7)$$

Величина T равна сумме энергий всех тел системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5, \quad (3.8)$$

где $T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}$ – тело 1 движется поступательно; $T_2 = \frac{m_2 V_2^2}{2}$ – тело 2 движется поступательно; $T_3 = \frac{m_3 V_{C3}^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2}$ – тело 3 совершает плоское движение; $T_4 = \frac{I_4 \omega_4^2}{2}$ – тело 4 вращается вокруг неподвижной оси O_4 ; $T_5 = \frac{I_5 \omega_5^2}{2}$ – тело 5 вращается вокруг неподвижной оси O_5 .

Все входящие в эти выражения скорости выразим через искомую скорость V_1 , используя приемы кинематики:

$$\omega_4 = \frac{V_1}{r_4}; \quad V_2 = \frac{V_1 R_4}{r_4}; \quad \omega_5 = \frac{V_1 R_4}{r_4 R_5}; \quad V_{C3} = \frac{V_1 R_4 r_5}{r_4 R_5}; \quad \omega_3 = \frac{V_1 R_4 r_5}{r_4 R_5 R_3}. \quad (3.9)$$

Моменты инерции тел имеют значения:

$$I_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}; \quad I_4 = \frac{m_4 R_4^2}{2}; \quad I_5 = m_5 R_5^2. \quad (3.10)$$

Подставив все выше приведенные значения величины в равенство (3.8) получим, с учетом преобразований:

$$\begin{aligned} T &= V_1^2 \cdot \left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} \left(\frac{R_4}{r_4} \right)^2 + \frac{m_3}{2} \left(\frac{R_4 \cdot r_5}{r_4 \cdot R_5} \right)^2 + \frac{m_3}{4} \left(\frac{R_4 \cdot r_5}{r_4 \cdot R_5} \right)^2 + \frac{m_4}{4} \left(\frac{1}{r_4} \right)^2 + \frac{m_5}{2} \left(\frac{R_4}{r_4} \right)^2 \right) = \\ &= V_1^2 \cdot \left(\frac{8}{2} + \frac{10}{2} \left(\frac{0,2}{0,1} \right)^2 + \frac{9}{2} \left(\frac{0,2 \cdot 0,1}{0,1 \cdot 0,3} \right)^2 + \frac{9}{4} \left(\frac{0,2 \cdot 0,1}{0,1 \cdot 0,3} \right)^2 + \frac{5}{4} \left(\frac{1}{0,1} \right)^2 + \frac{5}{2} \left(\frac{0,2}{0,1} \right)^2 \right) = 162 \cdot V_1^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Найдем сумму работ всех действующих внешних сил при том перемещении, которое будет иметь система, когда тело 1 пройдет путь s_1 . Одновременно все перемещения следует выразить через s_1 , для этого учтем, что зависимость между перемещениями будет такой же, как и между соответствующими скоростями, т. е.:

$$\varphi_4 = \frac{s_1}{r_4}; \quad s_2 = \frac{s_1 R_4}{r_4}; \quad \varphi_5 = \frac{s_1 R_4}{r_4 R_5}; \quad s_3 = \frac{s_1 R_4 r_5}{r_4 R_5}; \quad \varphi_3 = \frac{s_1 R_4 r_5}{r_4 R_5 R_3}.$$

В результате получим:

$$A(\overline{F}) = \int_0^{s_1} 40(3 + 5s) ds = 40(3s_1 + 2,5s_1^2) = 40(3 \cdot 1,6 + 2,5 \cdot 1,6^2) = 448 \text{ Дж};$$

$$A(\overline{G}_1) = G_1 s_1 \sin 60^\circ = m_1 g s_1 \sin 60^\circ = 8 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot 0,866 = 108,63 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{F}_1^{TP}) = -F_1^{TP} s_1 = -fN_1 s_1 = -fG_1 \cos 60^\circ s_1 = -fm_1 \cos 60^\circ g s_1 = -0,1 \cdot 8 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 1,6 = -6,272 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{F}_2^{TP}) = -F_2^{TP} s_2 = -fN_2 s_2 = -fG_2 s_2 = -fm_2 g \frac{s_1 R_4}{r_4} = -0,1 \cdot 10 \cdot 9,8 \cdot \frac{1,6 \cdot 0,2}{0,1} = -31,36 \text{ Дж}.$$

$$A(M) = -M\varphi_5 = -\frac{Ms_1 R_4}{r_4 R_5} = -\frac{0,9 \cdot 1,6 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 0,3} = -9,6 \text{ Дж}.$$

Остальные силы имеют работу равную нулю, т. к. под действием $\bar{G}_4$, $\bar{G}_5$ тела 4 и 5 соответственно не перемещаются, а силы $\bar{N}_2$, $\bar{N}_3$, $\bar{G}_2$, $\bar{G}_3$ направлению перемещения тел перпендикулярны. Тогда окончательно:

$$\sum A_R^e = 448 + 108,63 - 6,272 - 31,36 - 9,6 = 509,398 \text{ Дж}. \quad (3.12)$$

Подставив выражения (3.11) и (3.12) в (3.7), получим:

$$162 \cdot V_1^2 = 509,398,$$

$$V_1 = 1,77 \text{ м/с}.$$

Зная V_1 , и используя кинематические связи тел механизма можно определить другие искомые величины:

$$V_B = \omega_5 r_5 = \frac{V_1 R_4 r_5}{r_4 R_5} = \frac{1,77 \cdot 0,2 \cdot 0,1}{0,1 \cdot 0,3} = 1,18 \text{ м/с};$$

$$\omega_3 = \frac{V_1 R_4 r_5}{r_4 R_5 R_3} = \frac{1,77 \cdot 0,2 \cdot 0,1}{0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,15} = 7,86 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $V_1 = 1,77 \text{ м/с}$; $V_B = 1,18 \text{ м/с}$; $\omega_3 = 7,86 \text{ с}^{-1}$.