

Метод линейного программирования в MS Excel

Используя метод линейного программирования, можно решать задачи по определению оптимальной сети разведочных скважин и выработок, расчету крепи горных выработок, нагрузки на отдельные лавы и угольные пласты, сечения горных выработок, по условиям вентиляции. Возможно также упрощенное решение и более крупных задач по определению производительности шахты и размеров шахтного (рудничного) поля.

В общем случае методом линейного программирования могут быть решены задачи, в которых целевая функция является линейной функцией многих переменных, а ограничивающие условия заданы системой линейных равенств и неравенств. Задача сводится к отысканию экстремума (точки min и max) линейной функции вида

$$Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_m x_m,$$

При наличии ограничивающих условий

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, x_m \geq 0,$$

т.е. в общем случае $x_j \geq 0$.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2,$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n,$$

т.е. в общем случае

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i; i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

В качестве ограничивающих условий могут быть приняты лимиты по капиталовложениям, другим видам затрат, по удельным расходам материала, сырья, топлива, по времени выполнения работ, уровню производительности машин и оборудования и т.д. Задачи программирования с небольшим числом переменных (5-10) могут быть решены вручную, но лучше все более или менее сложные задачи решать с применением пакета анализа «Поиск решений» в программе Microsoft Excel. Для решения задач линейного программирования обычно применяют симплекс-метод и метод обобщенного приведенного градиента (ОПГ).

Пример. Рассмотрим рудник, состоящий из двух участков, на каждом из которых с учетом горно-геологических условий могут применяться две системы разработки. Плановое качество руды определено содержанием полезного компонента в пределах 6,8-7,2%, а объем добычи должен быть не менее 500 тыс. т. Коэффициенты извлечения руды из недр для систем разработки равны 0,6 и 0,7. Остальные данные по участкам и системам разработки указаны в таблице.

№ участка	Содержание полезного компонента, %	Затраты на добычу руды (руб/т) при системах разработки		Минимальная добыча руды, тыс. т	Максимальная добыча руды, тыс. т
		I	II		
1	6	3,0	2,5	180	320
2	8	2,0	1,5	200	360

Какими системами разработки на участках можно обеспечить выполнение плановых и технологических условий с минимальными суммарными затратами на добычу?

Решение: обозначим через x_i искомый объем добычных работ на i -м участке при использовании j -й системы разработки ($i = \overline{1,2}, j = \overline{1,2}$).

Запишем математическую модель задачи.

Целевая функция – суммарные затраты на добычу

$$F(x) = 3,0x_{11} + 2,5x_{12} + 2,0x_{21} + 1,5x_{22} \rightarrow \min.$$

При наличии ограничивающих условий:

а) по плановой добыче

$$x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} \geq 500;$$

б) по качеству руды

$$6,8 \leq \frac{6 \times 0,6x_{11} + 6 \times 0,7x_{12} + 8 \times 0,6x_{21} + 8 \times 0,7x_{22}}{0,6x_{11} + 0,7x_{12} + 0,6x_{21} + 0,7x_{22}} \leq 7,2;$$

в) по общему объему добычи участков с учетом запасов

$$180 \leq x_{11} + x_{12} \leq 320;$$

$$200 \leq x_{21} + x_{22} \leq 360;$$

г) по неотрицательности искомых объемов добычи

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,2}, j = \overline{1,2}.$$

После необходимых преобразований ограничивающее условие «б» запишем в виде двух неравенств:

$$6,8(6 \times 0,6x_{11} + 6 \times 0,7x_{12} + 8 \times 0,6x_{21} + 8 \times 0,7x_{22}) - (6 \times 0,6x_{11} + 6 \times 0,7x_{12} + 8 \times 0,6x_{21} + 8 \times 0,7x_{22}) \leq 0;$$

$$(6 \times 0,6x_{11} + 6 \times 0,7x_{12} + 8 \times 0,6x_{21} + 8 \times 0,7x_{22}) - 7,2(6 \times 0,6x_{11} + 6 \times 0,7x_{12} + 8 \times 0,6x_{21} + 8 \times 0,7x_{22}) \leq 0$$

Заполняем таблицу в программе Microsoft Excel по следующему алгоритму:

1. В ячейках A2:D2 указываем начальные значения величин x_{ij} (нули);

2. В ячейках A3:D3 разместим коэффициенты при неизвестных из левых частей ограничений;

3. В ячейки A4:D5 вводим значения условий по качеству руды (по содержаниям полезного компонента и по коэффициентам извлечения руды из недр);

4. В ячейки A6:B6 вводим величины минимальной добычи;

5. В ячейки A7:B7 - величины максимальной добычи;

6. В ячейках A8:D8 указываем затраты на добычу 1 т руды;

7. В ячейки E4:E5 вводим формулы для упрощения расчета левых частей неравенств:

=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A4:D4);

=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A4:D4;A5:D5);

8. В ячейку H2 записываем целевую функцию

=СУММПРОИЗВ(A2:D2;A8:D8);

9. В ячейки F3:F7 вводим формулы для расчета левых частей неравенств:

=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A3:D3);

=6,8*E4-E5;

=E5-7,2*E4;

=СУММ(A2:B2);

=СУММ(C2:D2);

10. В ячейки G3:G5 записывается ограничивающие условия (правые части неравенств)

	A	B	C	D	E	F	G	H
	x ₁₁	x ₁₂	x ₂₁	x ₂₂	Формулы для расчета левых частей неравенств	Левые части неравенств	Правые части неравенств	F(x)
1								
2	0	200	0	300				=СУММПРОИЗВ(A2:D2;A8:D8)
3	1	1	1	1		=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A3:D3)	500	
4	0,6	0,7	0,6	0,7	=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A4:D4)	=6,8*E4-E5	0	
5	6	6	8	8	=СУММПРОИЗВ(\$A\$2:\$D\$2;A4:D4;A5:D5)	=E5-7,2*E4	0	
6	180	200				=СУММ(A2:B2)		
7	320	360				=СУММ(C2:D2)		
8	3	2,5	2	1,5				
9								

Заполнение таблицы исходных данных

11. Выполним команду «Данные→Анализ→Поиск решения» – откроется диалоговое окно «Параметры поиска решения» (предварительно установить в «Надстройках Excel»);

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Добавить
Изменить
Удалить
Сбросить
Загрузить/сохранить

☒ Сделайте переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Параметры

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка Найти решение Заккрыть

Заполнение диалогового окна «Параметры поиска решения»

12. В поле «Оптимизировать целевую функцию» мышью укажем ячейку, содержащую оптимизируемое значение (H2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x ₁₁	x ₁₂	x ₂₁	x ₂₂	Формулы для расчета левых частей неравенств	Левые части неравенств	Правые части неравенств	F(x)
2	0	200	0	300				950
3	1	1	1	1		500	500	
4	0,6	0,7	0,6	0,7	350	-140	0	
5	6	6	8	8	2520	0	0	
6	180	200				200		
7	320	360				300		
8	3	2,5	2	1,5				

Решение задачи оптимального применения систем разработки

Оптимизация позволила выявить, что и на первом и на втором участках следует применять только II систему разработки, добывая соответственно по участкам 200 и 300 тыс. т руды. При таком планировании минимальные затраты на добычу составят 950 тыс. руб.

Значения в ячейках $F3 = 500$ и $F5 = 0$ показывают, что первое и третье ограничения выполняются как равенства, т.е. суммарная добыча составит 500 тыс.т, а содержание полезного компонента 7,2%.