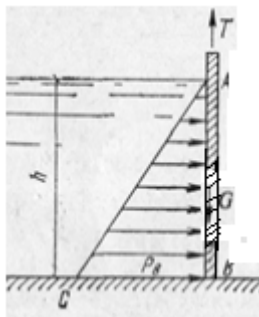


Контактно пройти по времени расписания посылке в 9.00

<http://disrm1.zabgu.ru/b/etq-43d-fd4>



Пример. Определить силу суммарного давления воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие, которое необходимо приложить для подъема щита. Ширина канала $b=1,8$ м, глубина воды в нем $h=2,2$ м. Вес щита $G=15$ кН. Коэффициент трения щита по опорам $f=0.25$.

Решение: Силу суммарного давления на щит определим по формулам:

$$F = \rho g h_c S = \rho g \left(\frac{h}{2}\right) h \cdot b.$$

Построим эпюру избыточного давления. В точке В гидростатическое давление $p_B = \rho g h$.

Отложим от точки В в направлении, перпендикулярном щиту, величину p_B (со стороны действия давления) и соединим начало полученного вектора (точку с) с точкой А.. Полученный треугольник ABC – эпюра гидростатического давления.

$$F = \rho g h_c S = \rho g \left(\frac{h}{2}\right) h \cdot b = 1000 \cdot 9.81 \cdot 2.2^2 \cdot \frac{1.8}{2} = 42.6 \cdot 10^3 = 42.6 \text{ кН}.$$

Усилие, необходимое для поднятия щита находим из уравнения проекции сил на вертикальную ось:

$$\sum Y_i = 0; T - G - F_{\text{тр}} = 0$$

$$\text{Тогда } T = G + F_{\text{тр}}; F_{\text{тр}} = f \cdot F; T = G + f \cdot F = 15 + 0.25 \cdot 42.6 = 26.6 \text{ кН/}$$

Квадратное отверстие со стороной $h=1,0$ м в вертикальной стенке резервуара закрыто плоским щитом. Щит закрывается грузом массой m на плече $x=1,5$ м (рис. 12). Определить величину массы груза, необходимую для удержания глубины воды в резервуаре $H=3,5$ м, если известна величина $a=1,0$ м. Построить эпюру гидростатического давления на щит.

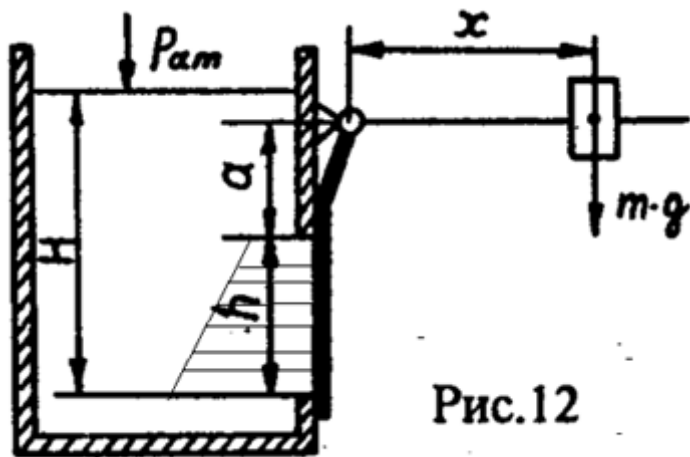


Рис.12

Решение: Для удержания массы груза необходимо записать уравнение равновесие щита, которое будет представлять уравнение моментов, так как щит может совершать только поворотное движение

$$\sum M_O(F_i) = 0; -Gx + F_{\text{ж}} \cdot l = 0 \quad \text{или} \quad F_{\text{ж}} \cdot l = mgx$$

где $F_{\text{ж}}$ сила давления воды, а l - плечо этой силы относительно оси поворота.

Сила давления воды: $F_{\text{ж}} = \rho g \left(H - \frac{h}{2} \right) h^2 = 1000 \cdot 9,8(3,5 - 0,5)1 = 29400$ Н.

Точка приложения этой силы относительно свободной поверхности воды в резервуаре:

$$h_d = \left(H - h \right) + \frac{h[3(H - h) + 2h]}{3[2(H - h) + h]} = (3,5 - 1) + \frac{1[3(3,5 - 1) + 2]}{3[2(3,5 - 1) + 1]} = 3,027 \text{ м.}$$

а плечо силы $F_{\text{ж}}$ определится следующим образом:

$$l = a + h - (H - h_d) = a + h + h_d - H = 1 + 1 + 3,027 - 3,5 = 1,527 \text{ м.}$$

Из начального уравнения масса груза равна

$$m = \frac{F_{\text{ж}} \cdot l}{gx} = \frac{29400 \cdot 1,527}{9,8 \cdot 1,5} = 3054 \text{ кг} \approx 3 \text{ т.}$$

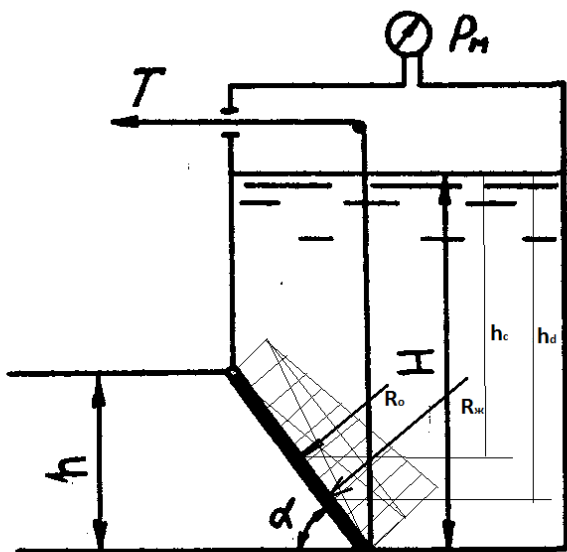


Рис.13

Поворотный клапан закрывает выход из бензохранилища в трубу квадратного сечения (рис. 13). Определить, какую силу T нужно приложить к тросу для

открытия клапана при известных $h=0,5$ м, $H=1$ м и $\alpha=30^\circ$. Манометрическое давление паров бензина в резервуаре $p_m=50$ кПа.

Решение: Чтобы определить какую силу нужно приложить к тросу для открытия клапана определить силу от внешнего давления R_o и силу давления воды $R_{ж}$. Определим силу от внешнего давления R_o . Силу от внешнего давления определим по формуле: $R_o = p_m \cdot S$, где p_m – давление, создаваемое манометрическим давлением, S – площадь клапана, $S=(h \cdot \sin \alpha)^2=(0,5 \cdot \sqrt{3}/2)^2=0,1875$ м². $R_o = 50000 \cdot 0,1875 = 9375$ Н.

Покажем линию действия и точку приложения силы R_o . Эпюра давления p_o представляет собой равномерно распределенную нагрузку, равнодействующая от такой нагрузки проходит через центр эпюры и приложена в центре тяжести клапана на глубине $h' = h/2 = 0,25$ м. Сила направлена по нормали из жидкости на клапан, как сила внешнего, избыточного давления.

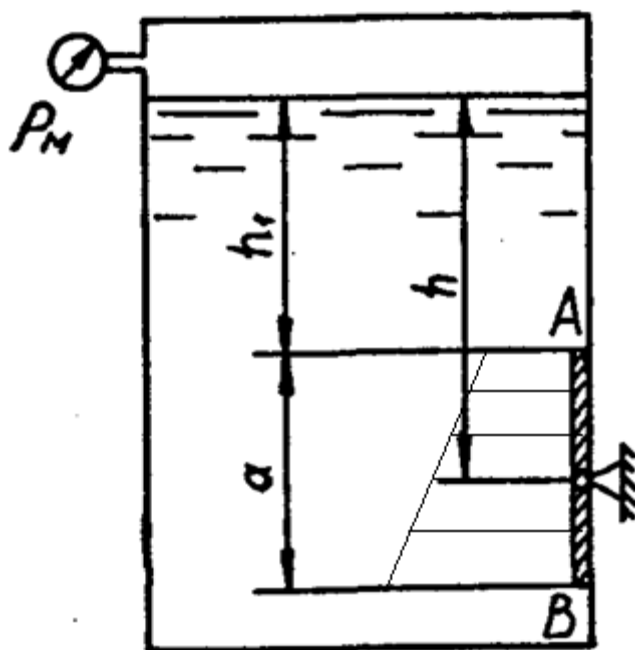
Определим силу давления жидкости $R_{ж}$ по формуле: $R_{ж} = \rho g h_c S = 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,75 \cdot 0,1875 = 1378,125$ Н. $h_c = H - h/2 = 0,75$ м. Точку приложения силы $R_{ж}$

определим по формуле: $h_D = h_c + \frac{I}{h_c S}$, где $I = \frac{(h \cdot \sin \alpha)^4}{12} = 0,0003$, $h_D = 0,75 + \frac{0,0003}{0,75 \cdot 0,1875} = 0,752$ м;

Определим глубину h погружения оси поворота щита составив уравнение момента относительно оси поворота О:

$$\sum M_O(F_i) = 0; -R_o \cdot h/2 \sin \alpha - R_{ж} (h_D - (H - h)/\sin \alpha) + T \cdot h/\operatorname{tg} \alpha = 0 \text{ или}$$

$$\text{Отсюда: } T = (R_o \cdot \frac{h}{2 \sin \alpha} + R_{ж} (h_D - (H - h)/\sin \alpha)) \operatorname{tg} \alpha / h = (9375 \cdot \frac{0,5}{2 \sin 30^\circ} + 1378,125(0,752 - (1 - 0,5)/\sin 30^\circ)) \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{0,5} = 5489,5 \text{ Н}$$



Автоматическое регулирование уровня нефти в напорном резервуаре осуществляется поворачивающимся щитом АВ (рис. 18). Найти глубину h погружения оси поворота щита и силу гидростатического давления нефти на него, если размеры щита $b \times a = 1,2 \times 0,6$ м, глубина $h_1 = 1$ м и манометрическое давление на поверхности нефти

Рис.18

$p_M=25 \text{ кПа}$.. Построить эпюру гидростатического давления.

Решение:

Чтобы определить глубину погружения оси поворота щита нужно определить силу от внешнего давления R_o и силу давления воды $R_{\text{ж}}$. Определим силу от внешнего давления R_o . Силу от внешнего давления определим по формуле: $R_o = p_o \cdot S$, где p_o – давление, создаваемое манометрическим давлением $p_o = p_M + \rho_B g h_1 = 25 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 9.8 \cdot 1 = 34,8 \text{ кПа}$, S – площадь щита, $S=a \cdot b=0,6 \cdot 1,2=0,72 \text{ м}^2$. $R_o = 34,8 \cdot 0,72 = 25,056 \text{ кН}$.

Покажем линию действия и точку приложения силы R_o . Эпюра давления p_o представляет собой равномерно распределенную нагрузку, равнодействующая от такой нагрузки проходит через центр эпюры и приложена в центре тяжести щита на глубине $h_c=a/2=0.3 \text{ м}$. Сила направлена по нормали из жидкости на щит, как сила внешнего, избыточного давления.

Определим силу давления жидкости $R_{\text{ж}}$ по формуле: $R_{\text{ж}} = \rho g h_c S = 1000 \cdot 9.8 \cdot 0.3 \cdot 0.72 = 2.1168 \text{ кН}$. Точку приложения силы $R_{\text{ж}}$ определим по формуле: $h_D = \frac{I}{h_c S}$, где $I = \frac{ba^3}{12} = \frac{1.2 \cdot 0.6^3}{12} = 0.0216$, $h_D = \frac{0.0216}{0.3 \cdot 0.72} = 0.1$;

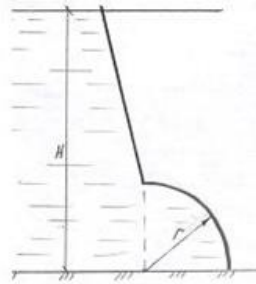
Определим глубину h погружения оси поворота щита составив уравнение момента относительно оси поворота O:

$$\begin{aligned} \sum M_O(F_i) &= 0; -R_o(h - h_1 - h_c) + R_{\text{ж}}(h_1 + a - (a - (a - h_D)) - h) = 0 \text{ или} \\ \sum -R_o(h - h_1 - h_c) + R_{\text{ж}}(h_1 + a - (a - (a - h_D)) - h) &= 0 \\ -R_o(h - h_1 - h_c) + R_{\text{ж}}(h_1 + a - h_D - h) &= 0 \\ -25,056(h - 1 - 0,3) + 2,1168(1 + 0,6 - 0,1 - h) &= 0 \end{aligned}$$

Отсюда $h=1.08 \text{ м}$. Сила гидростатического давления равна $R=R_o+R_{\text{ж}}=25,056+2,1168=27,1728 \text{ кН}$.

Примеры задач давление жидкости на криволинейную поверхность

№ 1. Определить силу гидростатического давления воды на 1 м ширины нижней криволинейной части сооружения, если $H = 1,5$ м, $r = 0,5$ м.



Дано: $H = 1,5$ м, $r = 0,5$ м, $b = 1$ м.

Определить: $P = ?$

Решение

Сила избыточного гидростатического давления на криволинейную часть сооружения определяется $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$.

Горизонтальная составляющая P_x силы давления воды на криволинейную поверхность равна силе давления на вертикальную проекцию этой поверхности

$$P_x = \gamma_c \omega = \gamma \left(H - \frac{r}{2} \right) r b = 10000 \left(1,5 - \frac{0,5}{2} \right) 0,5 \cdot 1 = 6250 \text{ Н} = 6,25 \text{ кН}$$

Вертикальная составляющая P_z равна весу жидкости в объеме тела давления

$$P_z = \gamma W_{\text{и т.д.}}$$

Площадь Ω тела давления является фигура 1-3-4-2 (рис. 2.1).

$$P_z = \gamma \cdot \Omega \cdot b = \gamma \left(Hr - \frac{\pi \cdot r^2}{4} \right) b = 10000 \left(1,5 \cdot 0,5 - \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} \right) \cdot 1 = 5540 \text{ Н} = 5,54 \text{ кН}$$



Рис. 2.1. Построения к нахождению P_x и P_z

Сила давления воды на криволинейную часть

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{6,25^2 + 5,54^2} = 8,35 \text{ кН}$$

Расстояние от свободной поверхности воды до линии действия горизонтальной составляющей P_x

$$h_d = h_c + \frac{I_0}{\omega \cdot h_c} = \left(H - \frac{r}{2} \right) + \frac{b \cdot r^3}{12b \cdot r(H - r)} = \left(1,5 - \frac{0,5}{2} \right) + \frac{1 \cdot 0,5^3}{12 \cdot 0,5 \cdot 1 \left(1,5 - \frac{0,5}{2} \right)} = 1,27,$$

Вертикальная составляющая P_z проходит через центр тяжести фигуры 1-3-4-2, расстояние L центра тяжести этой фигуры от линии 1-3 равно статическому моменту S этой фигуры относительно линии 1-3, деленному на площадь Ω .

$$L = \frac{S}{\Omega} = \frac{H \cdot r \cdot \frac{r}{2} - \frac{\pi \cdot r^2}{4} \cdot 0,424 \cdot r}{H \cdot r - \frac{\pi \cdot r^2}{4}} = \frac{1,5 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} - \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} \cdot 0,424 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 0,5 - \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4}} = 0,26 \text{ м}$$

Сила P проходит через точку пересечения C линий действия горизонтальной и вертикальной составляющих (рис. 2.2) под углом φ к горизонту, причем

$$\varphi = \arctg \frac{P_z}{P_x} = \arctg \frac{5,54}{6,25} = 41^\circ 31'.$$

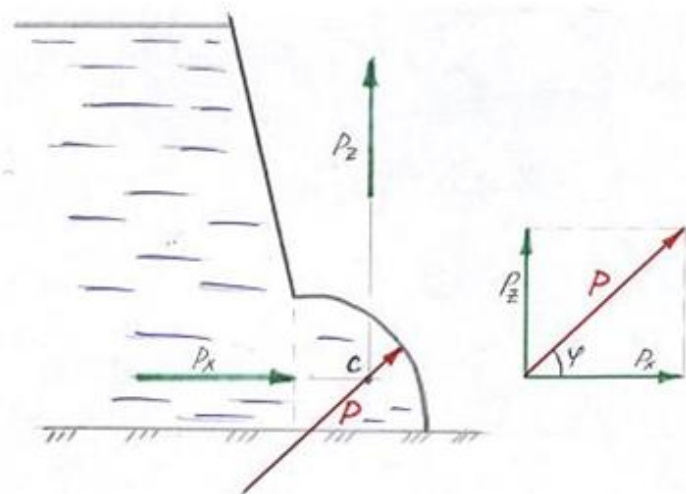


Рис. 2.2. К построению действия силы P

№2 Определить величину гидростатического давления жидкости на внутреннюю поверхность стенки трубы (рис.5.2). Определить $R_{\max}$ - величину предельного напряжения в стенках трубы для её разрыва, если H – напор, под которым в трубе находится жидкость; d – диаметр; L – длина трубы; δ – толщина стенки; R_x – сила давления жидкости внутри трубы, способная разорвать ее.

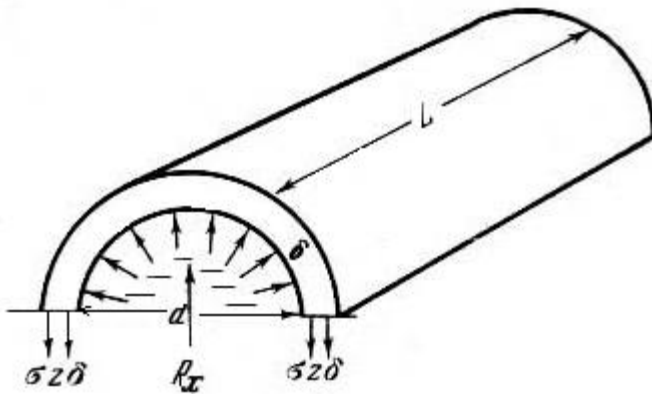


Рис.5.2

Решение. Величина R_x рассчитывается по формуле: $R_x = \rho g H L d$, (1)

где $\rho g H = P_{\max}$ – предельная величина гидростатического давления в стенках трубы для её разрыва.

Разрывающей силе давления жидкости противодействует сила сопротивления материала стенки F : $F = 2\sigma\delta L$, (2)

где σ – напряжение на разрыв; δ – толщина стенки; L – длина трубы; 2 – коэффициент, поскольку сила сопротивления действует с двух сторон.

При условии, что система находится в равновесии, приравняем силы давления жидкости и сопротивления материала стенки $R_x = F$. Подставляя из формул (1) и (2) величины, получим:

$$P_m L d = 2\delta\sigma L d \text{ или } P_m d = 2\delta\sigma$$

Откуда

$$R_{\max} = \frac{2\delta\sigma}{d}$$

№3. Вертикальный цилиндрический резервуар, диаметром d закрыт сверху полусферической крышкой того же диаметра, весом G и целиком заполнен водой (рис.5.3). Затем в отверстие в верхней части крышки ввернули вертикальную трубку пренебрежительно малого диаметра и залили в неё воду. Определить при какой высоте h вертикальная составляющая силы давления воды на крышку уравнивает ее вес.

Дано: $d = 2\text{ м}$; $G = 19,6\text{ кН}$; $\rho = 1000\text{ кг/м}^3$.

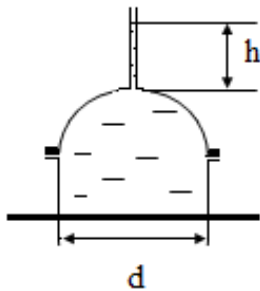


Рис.5.3

Решение. Запишем уравнение, из которого можно определить высоту h :

$R_z = G$. Здесь R_z – вертикальная составляющая силы давления воды на полусферическую крышку, а G – вес крышки.

Определяем силу R_z .

Вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную поверхность равна весу жидкости в объёме давления:

$$R_z = \rho g \Omega_{\partial}.$$

В свою очередь, чтобы построить объём давления Ω_{∂} , необходимо спроецировать полусферическую поверхность крышки на пьезометрическую поверхность жидкости (то есть на ту горизонтальную плоскость, где весовое давление жидкости равно нулю). В задаче это плоскость MN. Объём, заключённый между полусферой AB, её проекцией на плоскость MN и вертикальными проектирующими поверхностями, и есть объём тела давления (заштрихован на рисунке 5.4).

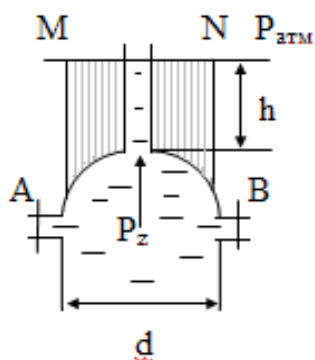


Рис.5.4

Из геометрических построений видно, что этот объём равен разности объёмов цилиндра и полусферы: $\Omega_o = \frac{\pi d^2}{4} \left(h + \frac{d}{2} \right) - \frac{1}{12} \pi d^3$

Определяем высоту h из уравнения: $G = \rho g \Omega_o$, далее подставляем в результат численные значения параметров, заданных по условию и производим вычисления.

$$G = \rho g \left[\frac{\pi d^2}{4} \left(h + \frac{d}{2} \right) - \frac{1}{12} \pi d^3 \right] \Rightarrow h = \frac{\left(\frac{G}{\rho g} + \frac{1}{12} \pi d^3 \right) 4}{\pi d^2} - \frac{d}{2}$$

№4. Определить величину, направление и точку приложения полной силы гидростатического давления воды на 1 метр ширины вальцового затвора, диаметром D , если H - уровень воды перед затвором (рис.5.5).

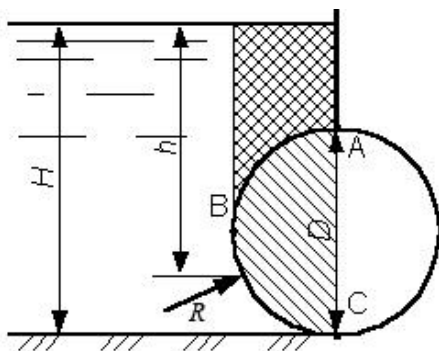


Рис.5.5

Решение. Полная сила гидростатического (избыточного) давления воды на цилиндрическую поверхность определяется по формуле 5.1:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2},$$

где R_x – горизонтальная составляющая силы избыточного гидростатического давления, Н;

R_z – вертикальная составляющая полной силы избыточного гидростатического давления, Н. В данной задачи $R_y = 0$.

Горизонтальная составляющая силы избыточного гидростатического давления равна силе давления на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности (формула 5.2):

$$R_x = \rho g h_T \cdot \omega_x,$$

где h_T – расстояние по вертикали от центра тяжести вертикальной проекции цилиндрической поверхности до уровня воды, м; ω_x – площадь вертикальной проекции цилиндрической поверхности ABC на плоскость, перпендикулярную оси X, м².

Вертикальная составляющая силы избыточного гидростатического давления определяется по формуле 5.3:

$$R_z = \rho g \Omega_d,$$

где Ω_d – объем тела давления, м³

То есть вертикальная составляющая силы давления равна весу жидкости в объеме тела давления.

Тело давления представляет собой объем, расположенный над цилиндрической поверхностью и заключенный между вертикальными плоскостями, проходящими через крайние образующие цилиндрической поверхности, самой цилиндрической поверхностью и свободной поверхностью воды. Если тело давления находится со стороны, не смачиваемой жидкостью поверхности (в теле давления нет воды), то такое тело давления отрицательно и сила R_z будет направлена вверх.

В данной задаче для нахождения тела давления следует цилиндрическую поверхность ABC разделить на две: AB и BC, причем тело давления для поверхности AB будет положительным, а для BC – отрицательным. Результирующий объем тела давления на всю цилиндрическую поверхность ABC и его знак находятся путем алгебраического суммирования тел давления на криволинейные поверхности AB и BC.

Суммарная сила избыточного гидростатического давления на цилиндрическую поверхность направлена по радиусу к центру цилиндрической поверхности под углом φ к вертикали:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_x}{R_z}$$

Расстояние h от свободной поверхности воды до точки приложения силы округлить до сантиметра.

Д/з Решить задачи:

1. Габдрахманов №78 (стр 112 в пособии Механика. Практикум по дисциплинам «Геомеханика», «Гидромеханика»/С.А. Щеглова, И.И. Петухова; Забайкал.гос.ун-т. – Чита: ЗабГУ, 2018. – 156 с., пособие можно найти на сайте университета)

2. Задорожин №79

Определить полную силу давления на щит диаметром 3 м и шириной 2 м (рис.5.14). Найти направление действия полной силы давления.

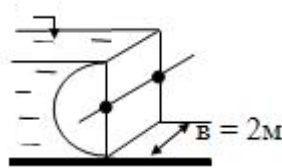


Рис.5.14

3. Лапоног №80

На глубине 5 м в пресной воде находится шарообразная емкость $d = 2$ м, наполовину заполненная бензином, свободная поверхность которой находится под давлением $p = 8338,5$ Па (рис.5.15). Определить силу гидростатического давления, которую испытывают стенки нижней полусферы. Толщиной стенок пренебречь.

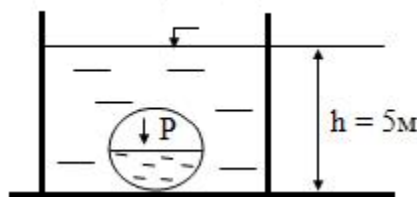


Рис.5.15

4. Луговской №81

Часть цилиндрического затвора, диаметром 8 м, перегораживает канал глубиной 3 м (рис.5.17). Определить величину и направление действия полной силы давления на участке АВ.

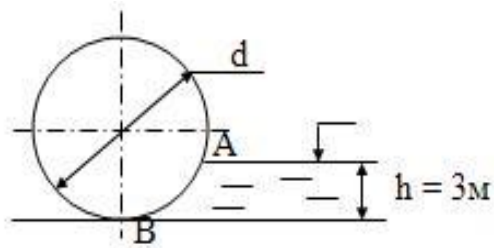


Рис.5.17

5. Муравьев №82

Цилиндрический затвор диаметром 2 м и шириной $b = 4$ м перегораживает канал (рис.5.19). Определить величину и направление действия полной силы гидростатического давления затвор.

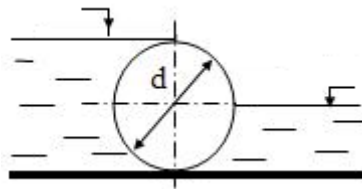


Рис.5.19

6. Слободчикова №83

Определить полную силу давления, которое испытывает сферическая поверхность батискафа, диаметром 2,5 м на глубине 150 м в пресной воде (рис.5.20).

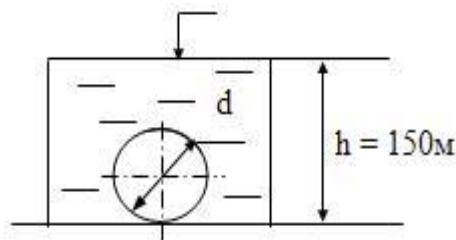


Рис.5.20

7. Хисматулин №84

Определить полную силу, действующую на болты сферы $d = 2$ м, заполненной водой (рис.5.21). (Слева поверхность воды находится при атмосферном давлении).

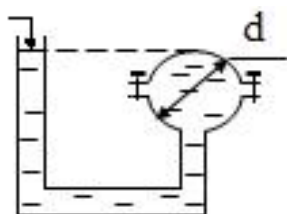


Рис.5.21

8. Яковлев №85

Сосуд, имеющий форму цилиндра и оканчивающийся полусферой, полностью заполнен водой (рис.5.22). Определить силу, отрывающую полусферу от цилиндра и силу, растягивающую резервуар по вертикальной образующей, если $h = 4$ м, $D = 2$ м.

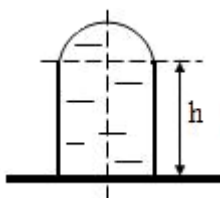


Рис.5.22