

Гидродинамика - раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

Основные понятия о движении жидкости

Живое сечение (ω) – сечение струйки или потока плоскостью, нормальной в каждой своей точке к проходящей через неё линии тока. Для равномерного и плавно изменяющегося движения живое сечение является плоским.

На рис. 4.2 представлено живое сечение для круглой трубы диаметром d , полностью заполненной жидкостью (рис. 4.2,а), и для открытого русла шириной b и глубиной наполнения h (рис. 4.2,б).

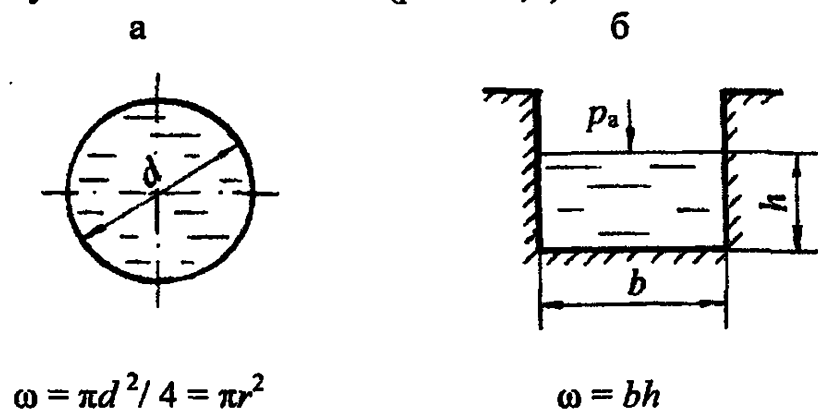


Рис. 4.2

Смоченный периметр (χ) – длина контура живого сечения по твёрдым стенкам русла. На рис. 4.2,а для круглой трубы $\chi = \pi d = 2\pi r$ (длина окружности круглой трубы); для открытого потока (см. рис. 4.2,б) $\chi = 2h + b$.

Живым сечением ω (м^2) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы - круг (рис.3.1, б); живое сечение клапана - кольцо с изменяющимся внутренним диаметром (рис.3.1, б).

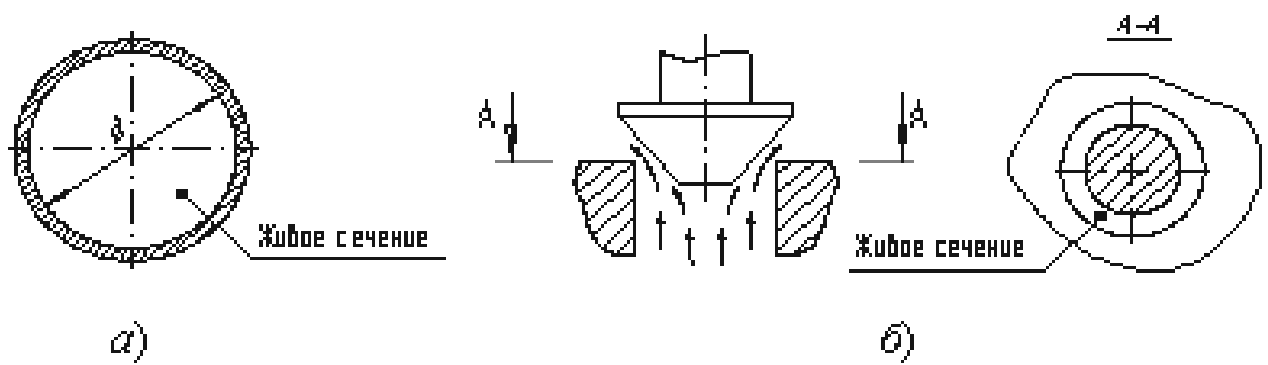


Рис. 3.1. Живые сечения: а - трубы, б - клапана

Смоченный периметр χ ("хи") - часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками (рис.3.2, выделен утолщенной линией).

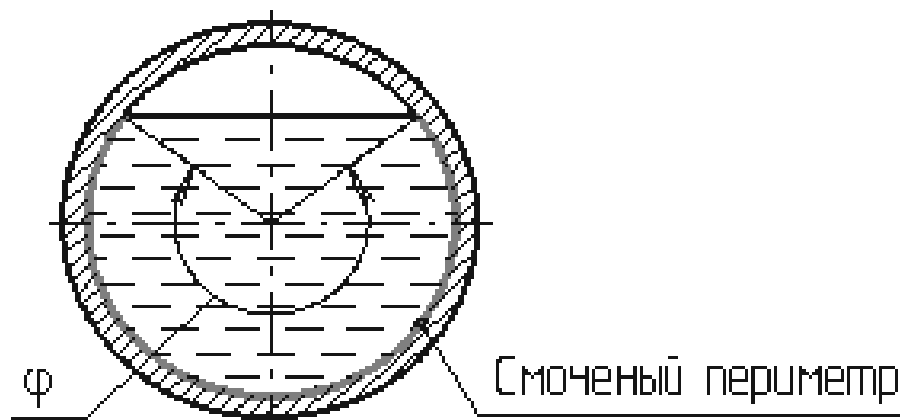


Рис. 3.2. Смоченный периметр

Для круглой трубы

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{D\varphi}{2}$$

если угол в радианах, или

$$\chi = \pi D \frac{\varphi}{360^\circ}, \text{ если угол } \varphi \text{ в градусах.}$$

Расход - количество жидкости (объемное, весовое или массовое), проходящее в единицу времени через данное нормальное сечение поток В случае равномерного поля скоростей по нормальному сечению, когда скорости v всех

частиц одинаковы объемный расход определяют как $Q=V \cdot S$ ($\text{м}^3/\text{с}$), где S — площадь нормального сечения. Массовый расход $M=Q\rho$ ($\text{кг}/\text{с}$), весовой расход $F=Mg=Qg\rho=Q\gamma$ ($\text{кгс}/\text{с}$).

Средняя скорость потока v - скорость движения жидкости, определяющаяся отношением расхода жидкости Q к площади живого сечения ω

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q}{\omega}, \quad (\text{м}/\text{с})$$

Поскольку скорость движения различных частиц жидкости отличается друг от друга, поэтому скорость движения и усредняется. В круглой трубе, например, скорость на оси трубы максимальна, тогда как у стенок трубы она равна нулю.

Гидравлический радиус потока R - отношение живого сечения к смоченному периметру

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \quad (\text{м})$$

Для напорного потока в круглой трубе (см. рис. 4.2,а) гидравлический радиус

$$R = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}; \quad \text{откуда } d = 4R, \quad (4.2)$$

для открытого потока (см. рис. 4.2,б)

$$R = \frac{bh}{2h + b}.$$

Гидравлический радиус (R) является универсальной геометрической характеристикой потока, которая может быть использована в теоретических выводах для потоков любой формы с различной степенью заполнения жидкостью.

Течение жидкости может быть установившимся и неуставившимся.

Установившимся движением называется такое движение жидкости, при котором в данной точке русла давление и скорость не изменяются во времени

$$v = f(x, y, z)$$

$$P = \varphi(x, y, z)$$

Движение, при котором скорость и давление изменяются не только от координат пространства, но и от времени, называется неуставившимся или нестационарным

$$v = f_1(x, y, z, t)$$

$$P = \varphi f_1(x, y, z, t)$$

Линия тока (применяется при неуставившемся движении) это кривая, в каждой точке которой вектор

скорости в данный момент времени направлены по касательной.

Трубка тока - трубчатая поверхность, образуемая линиями тока с бесконечно малым поперечным сечением. Часть потока, заключенная внутри трубки тока называется *элементарной струйкой*.

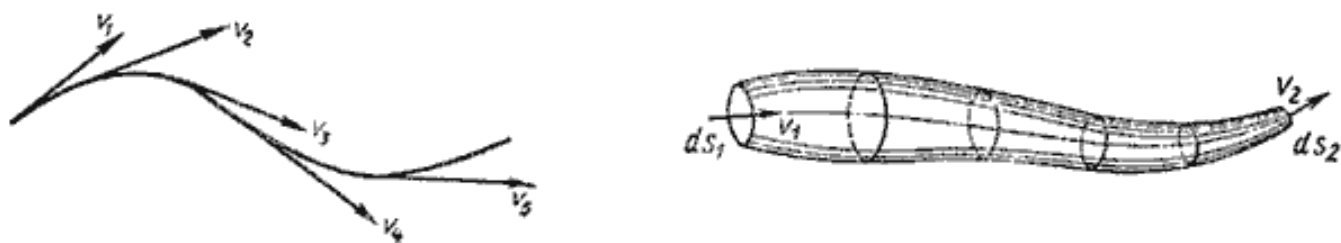


Рис. 3.3. Линия тока и струйка

Течение жидкости может быть напорным и безнапорным.

Напорное течение наблюдается в закрытых руслах без свободной поверхности. Напорное течение наблюдается в трубопроводах с повышенным (пониженным давлением).

Безнапорное - течение со свободной поверхностью, которое наблюдается в открытых руслах (реки, открытые каналы, лотки и т.п.). В данном курсе будет рассматриваться только напорное течение.

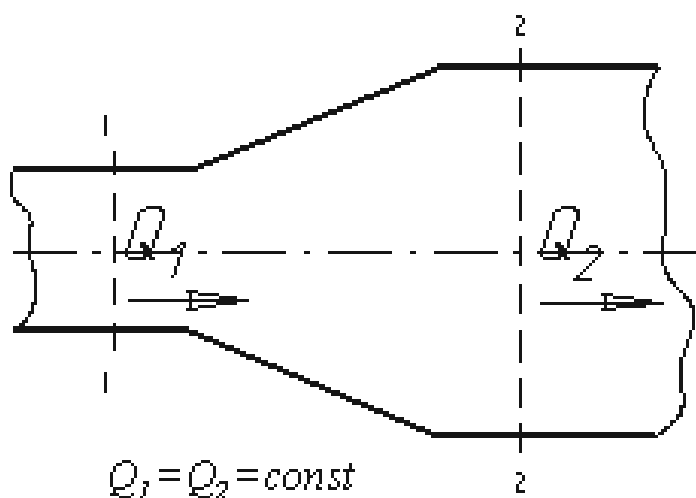


Рис. 3.4. Труба с переменным диаметром при постоянном расходе

Из закона сохранения вещества и постоянства расхода вытекает *уравнение неразрывности* течений. Представим трубу с переменным живым сечением (рис.3.4). Расход жидкости через трубу в любом ее сечении постоянен, т.е. $Q_1=Q_2=const$, откуда

$$\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2$$

Таким образом, если течение в трубе является сплошным и неразрывным, то уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = const$$

Практическое занятие.

Задача 1

Определить расход в водопроводной трубе, если средняя скорость $v=1,1$ м/сек, а диаметр трубы $d=300$ мм.

Решение. Расход вычислим по формуле

$$Q = \omega v = \frac{\pi d^2}{4} v = 0,785 d^2 v =$$

$$= 0,785 \cdot 0,3^2 \cdot 1,1 = 0,0778 \text{ м}^3/\text{сек} = 77,8 \text{ л/сек.}$$

Задача 2

Определить диаметр трубопровода, по которому протекает 500 м³ воды в 1 ч со средней скоростью 1,5 м/сек.

Решение. Сначала найдем расход

$$Q = \frac{500}{3.600} = 0,139 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Из формулы (4-5)

$$\omega = 0,785 d^2 = \frac{Q}{v}.$$

Отсюда

$$d = \sqrt{\frac{Q}{0,785 v}} = \sqrt{\frac{0,139}{0,785 \cdot 1,5}} = 0,345 \text{ м.}$$

Задача 3

В расширяющейся трубе имеет место напорное движение жидкости, при этом средние скорости в первом и втором сечениях равны 1,6 и 0,9 м/сек соответственно; диаметр трубы в первом сечении $d_1=0,5$ м. Определить диаметр трубы во втором сечении.

Решение. Учитывая

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2},$$

получаем:

$$d_2 = \sqrt{\frac{v_1 d_1^2}{v_2}} = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 0,5^2}{0,9}} \approx 0,67 \text{ м.}$$

Задача 4

По трубопроводу диаметра $d=150$ мм перекачивается нефть удельного веса $\gamma=900$ кг/м³ в количестве 1200 т в сутки.

Определить секундный объёмный расход нефти Q и среднюю скорость её течения v .

Предварительно находим секундный весовой расход

$$G = \frac{1200}{24 \cdot 3600} = 0,0138 \text{ т/сек} = 13,8 \text{ кг/сек.}$$

Следовательно, секундный объёмный расход будет:

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{13,8}{900} = 0,0154 \text{ м}^3/\text{сек} = 15,4 \text{ л/сек.}$$

Далее, по уравнению расхода определяем среднюю скорость

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{15,4}{\frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4}} = 8,71 \text{ дм/сек} = 0,871 \text{ м/сек.}$$

Задача 5

Задача 2.1

Вычислить гидравлический радиус R для следующих живых сечений потоков:

- а) трубы диаметром D , целиком заполненной жидкостью;
- б) трубы диаметром D , заполненной жидкостью наполовину;
- в) пространства между трубами диаметрами D_1 и D_2 , целиком заполненного жидкостью;
- г) трубы квадратного сечения $B \times B$, целиком заполненной жидкостью;
- д) прямоугольного русла глубиной B и шириной H .

Решение

Гидравлический радиус определяется как отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру, поэтому получим следующие выражения для каждого из пунктов задания:

$$\text{а) } R = \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\pi D} = \frac{D}{4}; \quad \text{б) } R = \frac{\frac{\pi}{8} D^2}{\frac{\pi}{2} D} = \frac{D}{4};$$

$$\text{в) } R = \frac{\frac{\pi}{4} (D_1^2 - D_2^2)}{\pi (D_1 - D_2)} = \frac{D_1 + D_2}{4};$$

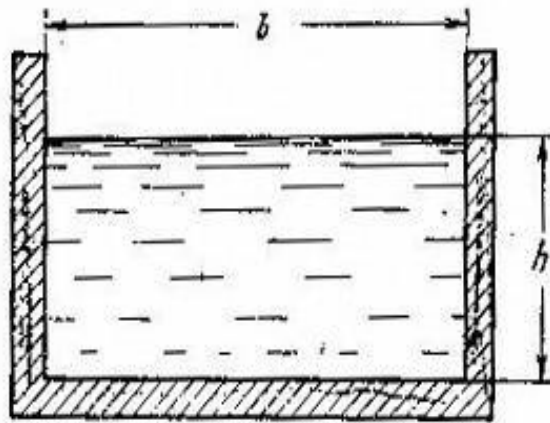
$$\text{г) } R = \frac{B^2}{4B} = \frac{B}{4}; \quad \text{д) } R = \frac{B H}{2H + B}.$$

$$\text{Ответ: а) } R = \frac{D}{4}; \text{ б) } R = \frac{D}{4}; \text{ в) } R = \frac{D_1 + D_2}{4}; \text{ г) } R = \frac{B}{4};$$

$$\text{д) } R = \frac{B H}{2H + B}.$$

Задача 6

№ 1. Определить гидравлический радиус потока жидкости в канале прямоугольного сечения, если ширина потока $b = 80$ см, уровень жидкости $h = 380$ мм.



Решение

Гидравлический радиус определяется

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{2h+b} = \frac{0,8 \cdot 0,38}{2 \cdot 0,38 + 0,8} \approx 0,195 \text{ м.}$$

Задача 7. Определить пределы изменения гидравлического радиуса R для канализационных самотечных трубопроводов, если их диаметр d изменяется от 150 до 3500 мм. Расчетное наполнение принять: $a = h/d = 0,6$ для труб диаметром $d = 150$ мм; $a = h/d = 0,8$ для труб диаметром $d = 3500$ мм.

Решение:

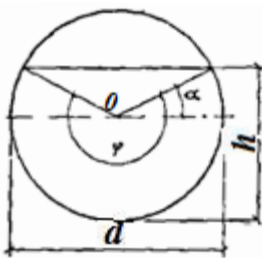
Гидравлический радиус определяем по формуле

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

где площадь живого сечения

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2} \left(h - \frac{d}{2} \right) 2 \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \left(h - \frac{d}{2} \right)^2} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\varphi}{2\pi} + d^2 (a - 0,5) \sqrt{a(1-a)},$$

смоченный периметр $\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi}$.



Угол α находим из соотношения

$$\sin \alpha = \frac{h - d/2}{d/2} = \frac{ad - 0,5d}{0,5d} = \frac{a}{0,5} - 1,$$

$$\varphi = \pi + 2\alpha$$

Проведем расчеты:

- для трубы диаметром $d = 150$ мм

$$\sin \alpha = \frac{0,6}{0,5} - 1 = 0,2; \alpha = 0,2 \text{ рад}; \varphi = 3,14 + 2 \cdot 0,2 = 3,54 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} \frac{3,54}{6,28} + 0,15^2 (0,6 - 0,5) \sqrt{0,6(1 - 0,6)} = 0,0111 \text{ м}^2$$

$$\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi} = \frac{3,14 \cdot 0,15 \cdot 3,54}{6,28} = 0,266 \text{ м}$$

Тогда гидравлический радиус равен $R = \frac{0,0111}{0,266} = 0,0417 \text{ м}$.

- для трубы диаметром $d = 3500$ мм

$$\sin \alpha = \frac{0,8}{0,5} - 1 = 0,6; \alpha = 0,63 \text{ рад}; \varphi = 3,14 + 2 \cdot 0,63 = 4,4 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 3,5^2}{4} \frac{4,4}{6,28} + 3,5^2 (0,8 - 0,5) \sqrt{0,8(1 - 0,8)} = 8,22 \text{ м}^2$$

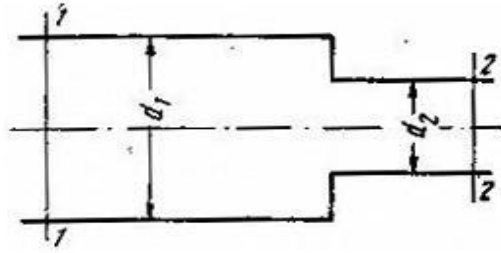
$$\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi} = \frac{3,14 \cdot 3,5 \cdot 4,4}{6,28} = 7,7 \text{ м}$$

Тогда гидравлический радиус равен $R = \frac{8,22}{7,7} = 1,07 \text{ м}$.

Таким образом, гидравлический радиус изменяется от 0,04 до 1,07 м.

Задача 8.

№ 2. По трубопроводу, составленному из труб различного диаметра, перекачивается вода, $d_1 = 80$ мм, $d_2 = 50$ мм, $v_1 = 80$ см/с. Определить v_2 и расход потока.



Решение

Из уравнения неразрывности потока $V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2$ определяется скорость движения во втором сечении. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2};$

$$V_2 = \frac{V_1 d_1^2}{d_2^2} = \frac{0,8 \cdot 0,08^2}{0,05^2} = 2,05 \text{ м/с.}$$

$$\text{Расход потока } Q = V_1 \omega_1 = V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = 0,8 \frac{3,14 \cdot 0,08^2}{4} = 0,004 \text{ м}^3/\text{с.}$$