

# Дистанционное обучение Гравиразведка РФ-18.pdf Лекция 1. 08.11.2021.

## Геоид

В геологии за теоретическую поверхность Земли принята более сложная фигура, чем сфероид, названная *геоидом*.

*Геоид можно определить как одну из уровневых поверхностей потенциала силы тяжести. Поверхность геоида совпадает с поверхностью невозмущенного океана, в любой точке которой вектор силы тяжести нормален к поверхности воды.*

Более сложная ситуация с поверхностью геоида в пределах суши. Мысленно ее можно представить так если прорыть под сушей каналы, сообщаемые с океанами, то уровень, который в каналах установится, и будет уровнем геоида.

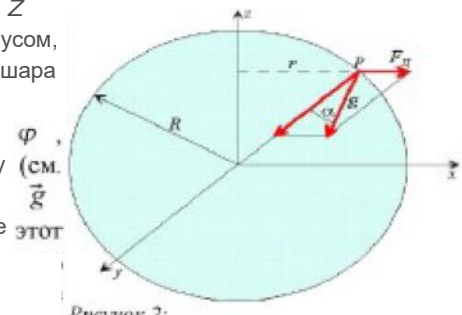
*Поверхность геоида не является сферической. Она отличается от поверхности сфероидов на морях и океанах. Большие отклонения наблюдаются на суше, но они не превышают ±10 см. Среднее отклонение составляет ±50 см.*

## Формула Клеро. Нормальное значение силы тяжести

Рассмотрим поле силы тяжести на поверхности модели Земли, представляющей однородный сфероид.

Для вывода расчетных формул первоначально найдем значения силы тяжести для поверхности сферической модели Земли, а затем учтем сплюснутость у полюсов.

Начало координат поместим в центр шара, ось Z совместим с осью вращения. Угол, образованный радиусом, проходящим через выбранную точку P на поверхности шара и плоскостью экватора, угол назовем *географической широтой* данной точки (рис. 1, 2). Направление вектора силы тяжести составляет с вектором угол  $\alpha$ . Поскольку угол очень мал, в первом приближении им можно пренебречь. Тогда модуль силы тяжести в точке P будет равен:



$$g = g_0 \left( 1 - \frac{2}{3} \beta \sin^2 \varphi \right) \quad (1.8)$$

При этом сама центробежная сила тоже меняется с широтой

$$F_{\text{ц}} = \omega^2 r \cos^2 \varphi \quad (1.9)$$

здесь  $F_{\text{ц}}$  — центробежная сила на экваторе. Подставив (9) в (8), получим:

$$Y = 1 - \frac{h}{R} \cos^2(\phi) \quad (1.10)$$

На экваторе получим:  $y = 1 - \frac{h}{R}$ , откуда  $\frac{h}{R} = 1 - y$ ; подставив это выражение в (1.10), получим:

$$y = 1 - \frac{h}{R} \cos^2(\phi) = 1 - (1 - y) \cos^2(\phi) \Rightarrow y = \frac{1 - \cos^2(\phi)}{\cos^2(\phi)} = \frac{\sin^2(\phi)}{\cos^2(\phi)} = \tan^2(\phi)$$

Обозначим:  $f = \frac{h}{R}$ . Тогда выражение (1.10) можно переписать в виде

$$Y = (1 - f) \cos^2(\phi)$$

Эта формула названа именем Клеро. Коэффициент характеризует избыток значения силы тяжести у полюсов относительно экватора. Примерно

✓ *Формула Л. Клеро дает грубое приближение, не учитывающее несферичность Земли. Ее нельзя использовать, так как погрешности в формуле превосходят величину аномалий, создаваемых геологическими структурами.*

Отметим, что формулу Клеро мы получили, не используя закон Ньютона, а сама формула Клеро дает значение силы тяжести относительно значения на экваторе, которое должно быть известно.

Чтобы перейти от шара к сфероиду, нужно добавить в формулу (1.12) третий член, и тогда формула примет вид:

$$Y = Y_0 [1 + f_1 \sin^2(\phi) + f_2 \sin^4(\phi)] \quad (1.13)$$

*Это выражение называется формулой нормального значения силы ШЛЖХСПШ.*

Входящие в нее коэффициенты  $f_1, f_2, f_3$ , определены экспериментально. В простейшем и грубом варианте эти коэффициенты можно определить по измерениям в трех точках на разных широтах. Тогда нужно решить систему трех линейных (относительно коэффициентов) уравнений:

$$Y_1 = Y_0 [1 + f_1 \sin^2(\phi_1) + f_2 \sin^4(\phi_1)]$$

$$Y_2 = Y_0 [1 + f_1 \sin^2(\phi_2) + f_2 \sin^4(\phi_2)]$$

$$Y_3 = Y_0 [1 + f_1 \sin^2(\phi_3) + f_2 \sin^4(\phi_3)]$$

Для более точного определения коэффициентов решают систему для большего числа пунктов наблюдений методом наименьших квадратов

Формулы (1.12) и (1.13) являются формулами разложения на сферические функции и в общем случае могут быть представлены в следующем виде:

$$Y = Y_0 \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} P_n(\sin \phi) \right]$$

✓ *Чтобы получить формулу не для шара и не для сфероида, а для наиболее подходящей фигуры, моделирующей Землю для геоида, нужно провести разложение ряда до малых более высокого порядка.*

Самая первая формула для нормального поля была получена Гельмертом в 1884 году. Она учитывала малые только до второго порядка

$$Y = 978.00 (1 + 0.005310 \sin^2(\phi)) \quad (1.14)$$

Впоследствии формула многократно уточнялась. Приведем одну из них - формулу, принятую в 1930 году на международном геодезическом конгрессе в качестве международной (формула Кассиниса):

$$Y = 978.049 (1 + 0.0052884 \sin^2(\phi) - 0.0000059 \sin^4(\phi)) \quad (1.15)$$