

**Лекция: Уравнения плано-радиальной фильтрации в пластах с прямолинейными границами**

Влияние прямолинейных границ с граничными условиями первого и второго родов на гидродинамику потока учитывается методами суперпозиции и зеркальных отображений, последний был предложен Ф. Форхгеймером. Этот прием позволяет эквивалентно заменить гидродинамическое действие каждой границы действием фиктивных (зеркально отображенных относительно этой границы) скважин и свести сложную расчетную схему к более простой схеме бесконечного пласта, в котором работает система взаимодействующих реальных и фиктивных скважин. Режим работы последних определяется характером граничных условий, заданных на прямолинейных границах, и выбирается таким, чтобы сохранилась неизменной гидродинамическая сетка движения, отвечающая исходной реальной обстановке.

**Уравнения плано-радиальной фильтрации в пластах с прямолинейными границами первого рода**

Если скважина работает в полуограниченном пласте на расстоянии  $L$  от прямолинейной границы постоянного напора ( $H_p = const, S_p = 0$ ), то ее действие учитывается заданием за контуром на расстоянии  $L$  от него фиктивной нагнетательной скважины, представляющей собой зеркальное отображение действующей (рисунок 1). Тем самым схема полуограниченного пласта заменяется расчетной схемой бесконечного пласта, в котором работают две скважины с одинаковым дебитом: одна в режиме откачки при  $S_0$ , другая в режиме нагнетания при минус  $S_0$ . Нагнетательная скважина гидродинамически играет «питающую» роль в формировании водопритока к реальной скважине. Для такой расчетной схемы понижение в любой точке пласта определяется мето-

дом суперпозиции согласно уравнению  $S_{\text{вл. А}} = \sum_1^n S_i$  с учётом знака при величине  $S_i$ : знак плюс соответствует откачке, знак минус – нагнетанию.

Исходным уравнением является  $S_{r,t} = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$ , и для полученной расчетной схемы имеем:

$$S_A = \frac{Q}{4\pi T} [W(u_1) - W(u_2)], \quad (1)$$

при

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{r^2}{4at} \\ u_2 &= \frac{\rho^2}{4at} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где  $r$ ,  $\rho$  – расстояния, соответственно от реальной и отображенной скважин до точки А.

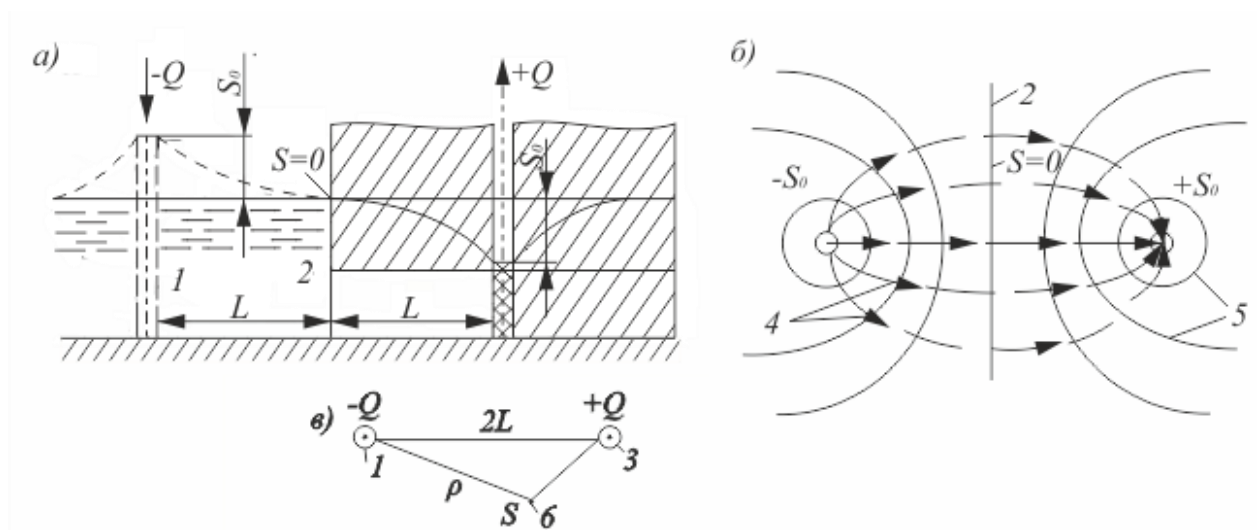


Рисунок 1 – Скважина у прямолинейной границы постоянного напора (у реки)  
 а – разрез через скважину нормально к границе; б – схематическая гидродинамическая сетка движения в плане; в – расчетная схема; 1 – отображенная скважина; 2 – урез реки (граница постоянного напора); 3 – реальная скважина; 4 – линия тока; 5 – линия напора; 6 – расчетная точка

На контуре  $r = \rho$ . Подставляя это условие в выражение (1), получим  $u_1 = u_2$ , и тогда по формуле (2)  $S = 0$ , что соответствует заданному граничному условию. При определении понижения в скважине для аргументов  $u_1$  и  $u_2$  следует в формуле (2) принять  $r = r_{\text{скв}}$  и  $\rho = 2L$ . Если откачка дли-

тельная и в зоне действия скважин устанавливается квазистационарный режим, наступление которого проверяется условием

$$\rho/(4at) \leq 0,1 \text{ или } 2L/(4at) \leq 0,1, \quad (3)$$

то вместо (1) получим

$$S_A = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{\rho}{r}\right). \quad (4)$$

Формула для определения понижения в скважине принимает вид:

$$S_{\text{СКВ}} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2L}{r_{\text{СКВ}}}. \quad (5)$$

Эта формула впервые была получена Ф. Форхгеймером. В формулы (4) и (5) время не входит, что свидетельствует о стационарной фильтрации, следовательно, время ее наступления  $t_p$  определяется по условию, что отвечает критерию схематизации. Если река как граница несовершенна, то влияние зоны деформации потока на приток к скважине можно учесть, сдвинув урез реки на величину  $\Delta L_{\text{нд}}$ , и тогда понижение в скважине при стационарном режиме равно

$$S_{\text{СКВ}} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2(L + \Delta L_{\text{нд}})}{r_{\text{СКВ}}}. \quad (6)$$

Если вблизи контура расположено несколько взаимодействующих скважин, то для получения расчетной зависимости производят их зеркальное отображение относительно этого контура и заменяют реальную схему расчетной, в которой в неограниченном пласте работает удвоенное число скважин, половина — в режиме откачки, половина — в режиме нагнетания.

*Лабораторная работа № 13*  
«Расчет водозаборных скважин в полуограниченных пластах  
с границей I рода»

**Задание № 1.** В напорном водоносном горизонте на расстоянии  $l$  от прямолинейной границы запущена совершенная скважина, работающая с постоянным расходом  $Q$  л/сек. Мощность пласта 12 м. Коэффициент фильтрации пород 10 м/сут, коэффициент пьезопроводности  $5 \cdot 10^5$  м<sup>2</sup>/сут. Диаметр сква-

жины 200 мм. Определить понижение уровня в скважине через  $t$  суток после начала откачки для случая, когда граница проницаема. Данные для расчета приведены в таблице.

	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{ м}$	300	400	700	500	600	400	300	500	800	600
$Q, \text{ л/сек}$	8	5	6	20	10	12	7	14	18	15
$t, \text{ сут}$	6	8	8	5	10	13	4	7	8	6

**Задание № 2.** В напорном водоносном горизонте на расстоянии 200 м от прямолинейной границы первого рода запущены две совершенные скважины, работающие с постоянным расходом  $Q$  л/сек. Расстояние между скважинами 100 м.

Мощность пласта 10 м. Коэффициент фильтрации пород 12,5 м/сут.

Определить понижение уровня в скважинах с учётом влияние граничного условия первого рода. Данные для расчета приведены в таблице.

	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q_1, \text{ л/сек}$	8	5	6	9	10	12	7	14	18	15
$Q_2, \text{ л/сек}$	6	8	8	5	10	13	4	7	8	6

**Контрольные вопросы:** Каков гидродинамический смысл метода зеркальных отображений? Как в расчетах учитывается, если река как граница несовершенна? Получите уравнения для определения понижений в произвольной точке пласта и в одной из трех взаимодействующих скважин, расположенных в виде линейного ряда.