Задание на 15.10.2020 г.

Важно: адрес моей электронной почты weral0606@yandex.ru. Со всеми вопросами обращаться в любое время

Работы на проверку представляем в рукописном сканированном варианте или в Word, затем после получения разрешения, размещаем в личном кабинете, предварительно переводим графику и текст в PDF.

Лекция 4

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ПРОМЕРЗАНИИ И ОТТАИВАНИИ ГОРНЫХ ПОРОД

4.1 Понятие о температурном поле горных пород

В приповерхностных слоях земной коры основным параметром, характеризующим тепловое состояние горных пород, является температура. Распределение температуры в горных породах называется их температурным полем. Температурное поле в породах полностью определено, если известны значения температуры (t) во всех точках горной породы в каждый заданный момент времени (τ), т. е. если известна функция $t(x, y, z, \tau)$, где x, y, z - декартовы координаты. Если положение поверхностей равных температур - изотерм - не изменяется во времени, то температурное поле называют стационарным. При этом $t=t(x, y, z)$. Если же $t_\tau \neq 00$, то изотермы изменяются в пространстве и во времени и температурное поле является: нестационарным. Изотермические поверхности не пересекаются между собой и не обрываются внутри области.

На практике о температурном поле в породах чаще всего судят по данным наблюдений в скважинах, в которых температура измеряется через определенные интервалы по глубине и в известные моменты, времени. Можно строить три вида температурных кривых: 1) изменения температуры в зависимости от глубины в заданные моменты τ (рис. 4.1); 2) изменения температуры в зависимости от времени на данной глубине (рис. 4.2); 3) изменения глубины в зависимости от времени для данной изотермы (рис. 4.3). Последний тип кривых называют термоизоплетами.

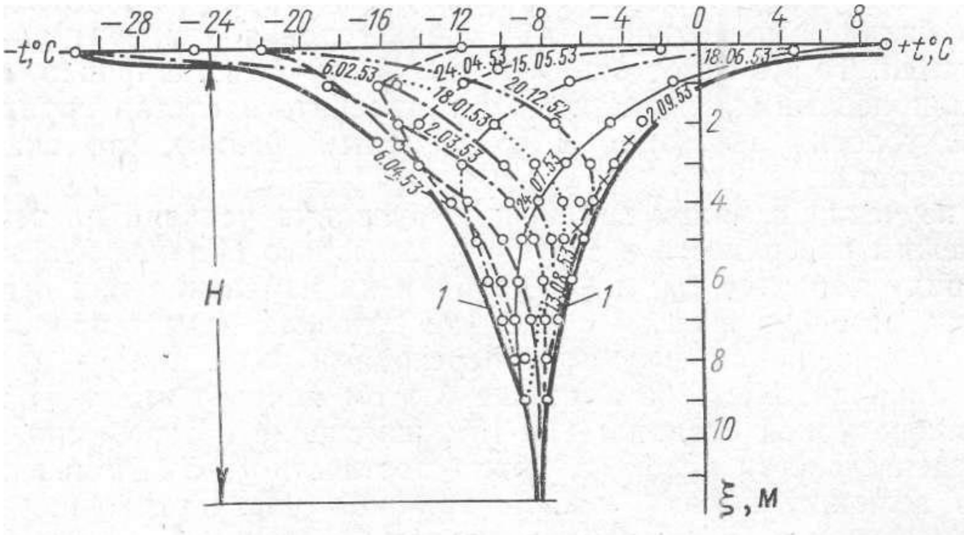

Рис. 4.1 Температурные кривые за год и их огибающие (1)

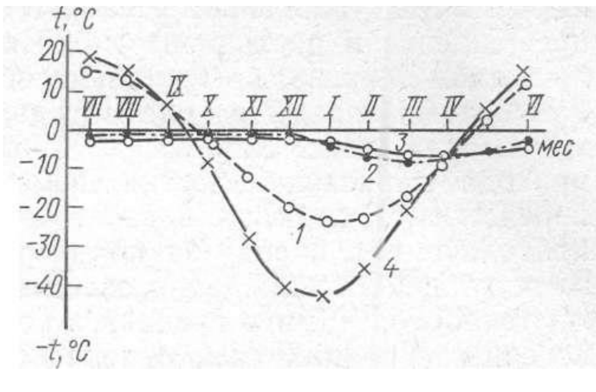

Рис. 4.2 Кривые изменения температур в зависимости от времени: 1 — на глубине 0,4 м; 2 — на глубине 2 м; 3 — на глубине 2,4 м; 4 — воздуха

Если изотермы расположены параллельно дневной поверхности, то температурное поле является одномерным. При этом изменение температур происходит только по одной координатной оси (глубине z), т. е. $t=t(z, \tau)$. Одномерными являются также температурные поля в задачах с осевой или сферической симметрией. В частности, близкие к одномерным поля формируются при взаимодействии заглубленных трубо- или газопроводов, а также сферических хранилищ и т. п. с окружающей толщей однородных горных пород. При этом изотермы представляют собой соответственно коаксиальные цилиндрические или концентрические сферические поверхности и $t=t(r, \tau)$, где r — радиус-вектор. Широкое распространение в природных условиях имеют двумерные температурные поля, когда, изменение температуры по одной из координатных осей пренебрежимо мало, например в вертикальных разрезах, перпендикулярных рекам, вытянутым полосам стока, зданиям (вдали от торцов) и т. д.

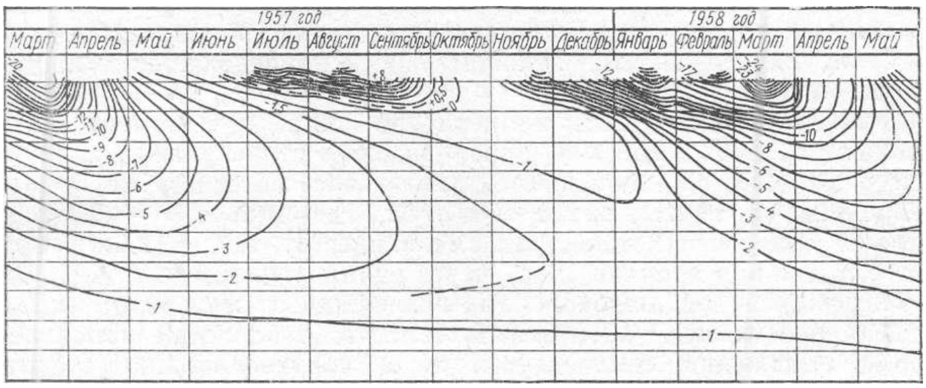

Рис. 4.3 Кривые изменения температуры пород по разрезу во времени (термоизоплеты)

В одномерном случае для анализа температурного поля в объеме горных пород достаточно иметь измерения по одной скважине, нормальной к изотермическим поверхностям. В общем же случае для характеристики температурного поля необходимо измерять температуру не менее чем в трех скважинах, расположенных не на одной прямой.

Окончательный выбор необходимого количества скважин в общем случае определяется конкретными геолого-географическими условиями на каждом данном участке. Интенсивность изменения температуры в направлении нормали к изотермическим поверхностям называется градиентом температуры. Градиент температуры, обусловленный потоком тепла, идущим из недр земли к поверхности, называется геотермическим градиентом. Величина, обратная геотермическому градиенту (геотермическая ступень), показывает, на каком расстоянии по вертикали температура в массиве пород изменяется на 1°С.

Температурное поле в породах устанавливается в результате теплообмена последних с окружающей средой (атмосферой). Теплообмен выражается уравнением теплового баланса, связывающим приход, превращение и расход энергии. В климатических зонах Земли, где происходит смена сезонных колебани Место для формулы. й прихода и расхода энергии, изменение температурного поля горных пород носит характер, близкий к периодическому. Количество тепла приходящего в породу за полупериод нагревания и уходящего из неё за полупериод охлаждения, называется теплооборотом в породе С этими теплооборотами в средних и северных широтах, а на юге — в высокогорных районах самым тесным образом связаны процессы сезонного и многолетнего промерзания и оттаивания пород, которые математически можно описать нелинейными уравнениями тепло- и массообмена.

4.2 Уравнение теплопроводности

Динамика температурного поля в горных породах во времени, т. е. процесс нестационарной теплопроводности, а также диффузии или фильтрации, описывается дифференциальными уравнениями с частными производными. Для простоты рассмотрим динамику температурного поля в одномерной задаче теплопроводности. Для нахождения уравнения, которому удовлетворяет условие, что t зависит от z и т, сформулируем физические закономерности, определяющие процессы распространения тепла.

Теплопроводность. Если температура тела неравномерна, в нем возникают тепловые потоки, направленные в сторону понижения температур. Количество тепла, протекающее через сечение F за промежуток времени $(\tau, \tau + \Delta\tau)$, равно $dQ = qFd\tau$, где $q(z, \tau) = -\lambda \partial t/\partial z$ есть плотность теплового потока, равная количеству тепла (*кДж*). проходящего в единицу времени (час) через единицу площади F ($м^2$). Здесь λ - коэффициент теплопроводности, зависящий от материала *(кДж/м- •ч• °C*). Знак «минус» объясняется тем, что теплопоток направлен в сторону понижения температуры, т. е. противоположно градиенту $\partial t/\partial z$. Отсюда количество тепла Q, протекающее за промежуток времени (τ_1, τ_2) через сечение z, равно

$$Q = -F \int_{\tau_1}^{\tau_2} \lambda(z) t_z(z, \tau) dz$$

Теплоемкость. Количество тепла, необходимое для нагревания объема V породы на Δt °C, равно $Q = CV\Delta$, где C - объемная теплоемкость (кДж/м^3•°С), $C = C_0\gamma$, C_0 - удельная теплоемкость (кДж/кг •°С), γ-

плотность породы (кг/м^3), V — объем (м^3). Если изменение температуры различно на разных участках или среда неоднородна, то

$$Q = -F \int_{z_1}^{z_2} C(z,t)\Delta t(z,\tau)dz$$

Источники тепла. Внутри тела может выделяться или поглощаться тепло (например, при радиоактивном распаде, фазовых переходах воды, химических реакциях и т. д.), которое характеризуется соответственно плотностью равномерно распределенных тепловых источников или стоков $\omega(z,\tau)$ в любой точке z в момент τ. В результате іх действия на участке (z_1 z_2) за время (t_1,t_2) выделится (поглотится) количество тепла

$$Q = -F \int_{\tau_1}^{\tau_2} \bullet\, \omega(z,\tau)dzd\tau$$

Уравнение теплопроводности, описывающее теплопередачу в любой точке тела во времени, получается при подсчете баланса тепла в элементарном объеме. При этом разность поступившего и ушедшего тепла в рассматриваемом объеме, а также теплота, выделяемая источниками тепла за некоторый промежуток времени, по закону сохранения энергии затрачивается на изменение температуры объема. Отсюда можно получить уравнение Фурье для одномерной задачи теплопроводности в неоднородной среде при зависимости характеристик пород от температуры:

$$C(z,t)\gamma t_\tau(z.\tau) = (\lambda(z,t)t_z)\quad_z + \omega(z,\tau), z_1 < z < \ z_2, \tau > \tau_0$$

где z_1, z_2 - соответственно верхняя и нижняя границы области исследования, τ_0 - начальный момент времени (обычно принимается τ_0 = 0.

В однородной среде без учета внутренних источников (3,1) запишется в виде

$$t_\tau(z,\tau) = at_z(z,\tau)$$

где a = $\lambda(C_0\gamma)^{-1}$ — температуропроводность (м^2/ч).

Постановка краевых задач. При решении конкретной задачи о динамике температурного поля пород необходимо к уравнению теплопроводности присоединить краевые, т. е. начальные и граничные, условия. Начальное условие состоит в задании температуры в пределах области исследования в начальный момент τ_0. Граничные условия различаются в зависимости от температурного режима на границах области исследования. Чаще всего рассматривают три типа граничных условий:

1) I рода, когда задана температура на границах, например на поверхности (*z=0*), $t(0,\tau) = \varphi(\tau)$, причем $\varphi(\tau)$ задается в некотором промежутке $\tau_0 \ll \tau \ll \tau_1$, $\tau_1 - \tau_0$— время исследования процесса;

2) II рода, когда на границе задано значение градиента

$$\left(\frac{\partial t}{\partial z}\bigg|\ \right)_{z=l} = \varphi(\tau)$$

Это условие имеет место, в частности, при задании на нижней границе изучаемой области потока глубинного тепла;

3) III рода, когда задается линейная комбинация температуры и теплопотока на границе. В часто рассматриваемом случае омывания поверхности какой-либо средой (в частности, воздухом) граничное условие имеет вид (условие Ньютона)

$$\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\bigg|\ \right)_{z=0} + a[t(0,\tau) - \varphi(\tau)] = 0$$

где a — коэффициент теплоотдачи с поверхности (конвективного теплообмена), кДж/м^2•ч•°С; $\varphi(\tau)$ —заданная температура омывающей среды. Если при этом поверхность подвергается также воздействию лучистого теплообмена и величина радиационного баланса (т. е. разность поглощенной радиации и эффективного излучения) q_R (Вт/м^2), то условие на поверхности также сводится к условию Ньютона, но при этом в качестве $\varphi(\tau)$ необходимо принимать приведенную температуру воздуха $\varphi(\tau) + q_R/a$.

Наконец, если на поверхности имеется слой изоляции, теплоемкость которой мала по сравнению с теплоемкостью подстилающих пород (например, снежный покров), указанное условие имеет вид

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\bigg|_{z=0} = (\alpha^{-1} + R_{\text{из}})^{-1} (\varphi(\tau) - t(0, \tau)).$$

Здесь $R_{\text{из}}$ — термическое сопротивление слоя изоляции, $R_{\text{из}} = h_{\text{из}}\lambda_{\text{из}}{}^{-1}$, где $\lambda_{\text{из}}{}^{-1}$ из, $h_{\text{из}}$ — соответственно коэффициент теплопроводности и мощность слоя изоляции.

Широко также используется условие совершенного («идеального») теплового контакта двух сред (многослойная среда), которое заключается в неразрывности температуры и теплопотока при переходе из одного слоя в другой: $t_{z_i-0=}t_{z_i+0=}, (\lambda\partial t/\partial z)_{z_i-0} = (\lambda\partial t/\partial z)_{z_i+0}$.

4.2 Стационарное температурное поле в многослойной среде

Решение стационарной задачи теплопроводности осуществляется проще, чем нестационарной. В связи с этим стационарная задача получила широкое применение. В частности, нахождение установившегося температурного поля в слоистых толщах горных пород (с различными постоянными теплофизическими характеристиками в каждом слое) представляет значительный интерес в мерзлотных исследованиях. Наиболее просто рассмотрение проводится в одномерном случае, когда температура меняется только по глубине. Действительно, при этом в пределах каждого слоя градиент температуры постоянен и температура меняется с глубиной по линейному закону. В силу условий совершенного контакта тепловой поток в любой точке области один и тот же. Отсюда следует, что при различных проводимостях отдельных слоев градиент температур есть кусочно-постоянная функция глубины, изменяющаяся при переходе через линии контактов. Таким образом, стационарное одномерное температурное поле в слоистой среде по глубине изображается в виде ломаной, число звеньев которой совпадает с числом слоев с различными проводимостями. Наклон каждого из таких звеньев обратно пропорционален коэффициенту теплопроводности соответствующего слоя.

Нахождение стационарного температурного поля в n-слойной среде (n — 1, 2...) в наиболее важном для геотермии случае смешанных граничных условий (когда на поверхности задается постоянная температура t_0, а на подошве n-го слоя - постоянный поток тепла q) осуществляется крайне просто. Действительно, обозначим коэффициент теплопроводности и мощность каждого слоя соответственно через λ_i и h_i ($i=1, 2,...,n$). Тогда температура в любой точке i-го слоя определится из очевидного соотношения

$$t_i(z) = t_i(H_{i-1}) + g_i(z - H_{i-1}), \quad z \in [H_{i-1}, H_i],$$

$H_{k=\sum_{s=1}^{k} h_s}\ H_0 = 0, g_k = q\lambda_k^{-1}$- градиент внутри k-го слоя.

Это выражение позволяет найти стационарную мощность мерзлоты, учитывая различные теплопроводности пород в мерзлом и талом состояниях.

Несколько сложнее решение стационарной задачи в многослойной среде находится в случае, когда как на поверхности, так и на подошве n-го слоя задается температура t_o и t_n соответственно, причем $t_o \neq t_n$. Обозначим искомую температуру на границах внутренних слоев через t_i, i= 1, 2, ..., n - 1. В силу идеального контакта имеем

$$\lambda_1 \bullet h_1^{-1}(t_1 - t_0) = \lambda_2 \bullet h_2^{-1}(t_2 - t_1) \ldots = \lambda_n \bullet h_{n-1}^{-1}(t_n - t_{n-1})$$

Используя известное свойство пропорций, непосредственно получаем соотношение, связывающее температуру на контактах слоев с данными задачи:

$$t_k = t_{k-1} + h_k \lambda_k^{-1}(t_n - t_0) / \sum_{s=1}^{n} h_s \lambda_s^{-1}, \ k=1, 2 \ldots n-1$$

Отсюда, последовательно перебирая значения k, сразу определяются значения температуры на контактах всех слоев. Дальнейшее нахождение температурного поля во всей области, учитывая линейность температуры в пределах каждого слоя, очевидно.

Таким образом, используя свойства стационарного решения в многослойной среде, можно непосредственно оценить температурное поле горных пород и, в частности, предельную мощность многолетнемерз лых толщ при различных условиях.

4.4 Температурные колебания в приповерхностных слоях земли

Температура на поверхности земли носит ярко выраженную периодичность (суточную, годовую или многолетнюю), поэтому при изучении температурного поля горных пород важное значение имеет так называемый периодически установившийся режим горных пород. При этом температурное поле пород, будучи нестационарным в пределах каждого цикла, повторяется с интервалом, равным периоду колебаний на поверхности. Определение периодически установившегося температурного режима является задачей без начальных условий, так как при многократном повторении температурного хода на поверхности влияние начальной температуры падает и становится много меньше других факторов, которыми пренебрегают (например, неоднородностью пород).

Решение поставленной одномерной задачи при условии, что температура поверхности изменяется по закону $t(0,\tau) = t_0 + A_0 sin\omega\tau$, имеет вид (Тихонов, Самарский, 1966)

$$t(z,\tau) = t_0 + A_0 exp\left\{-z\sqrt{\omega(2a)^{-1}}\right\} sin\left\{\omega\tau - z\sqrt{\omega(2a)^{-1}}\right\}$$

При $t(0,\tau) = t_0 + A_0 cos\omega\tau$ решение имеет вид

$$t(z,\tau) = t_0 + A_0 exp\left\{-z\sqrt{\omega(2a)^{-1}}\right\} cos\left\{\omega\tau - z\sqrt{\omega(2a)^{-1}}\right\}$$

Здесь t_0 — средняя температура поверхности за период, $\omega = 2\pi T^{-1}$ частота колебаний, A_0, T - амплитуда (физическая) и период колебаний температуры на поверхности. При учете притока глубинного тепла, используя в силу линейности задачи принцип суперпозиция - решений, в уравнения добавляется член gz, где g - геотермический градиент (°С/м).

На основании полученного решения Фурье вывел следующие зависимости для процесса распространения температурных волн в грунте.- При периодических колебаниях температуры на поверхности в течение длительного промежутка времени в грунте также устанавливаются колебания температуры с тем же периодом, причем:

1) амплитуда этих колебаний экспоненциально убывает с глубиной:

$$A(z) = A_0 \exp\left\{-z\sqrt{\pi (KT)^{-1}}\right\}$$ (первый закон Фурье)

2) при распространении колебаний температуры с глубиной происходит их запаздывание во времени. Величина δ сдвига фаз колебаний во времени прямо пропорциональна глубине z:

$$\delta = \frac{1}{2}\sqrt{T(\pi a)^{-1}}\, z$$ (второй закон Фурье)

3) глубина проникновения колебаний температуры в толщу горных пород зависит от периода этих колебаний. Затухание их с глубиной, т. е. относительное изменение амплитуды на любой глубине $z>0$ по сравнению с поверхностью ($z=0$), равно

$$A(z) A_0^{-1} = \exp\left\{-z\sqrt{\omega (2a)^{-1}}\right\}.$$

Отсюда следует, что затухание колебаний происходит с глубиной тем быстрее, чем меньше их период. Если имеются два колебания температуры поверхности с периодами T_1, T_2 и амплитудами A_1, A_2, причем Т $T_1 \neq T_2$, то глубины z_1 и z_2, на которых происходит одинаковое затухание, связаны между собой соотношением

$$z_2 z_1^{-1} = \sqrt{T_2 T_1^{-1}}$$ (третий закон Фурье)

Таким образом, глубины, на которых затухание разнопериодных колебаний одинаково, относятся между собой как корень из отношения периодов колебаний.

Все вышеизложенное позволяет получить еще ряд закономерностей, имеющих существенное значение в мерзлотоведении. Так, из первого закона следует, что на любой глубине ξ имеет место соотношение

$$\xi = \sqrt{aT}\,(\pi)^{-1}\ln(A_0/A_\xi).$$

В случае годовых колебаний температур при А(ξ)=ε, где ε - точность измерения (обычно ε=0,1°С), можно принять, что колебания в слое ξ практически полностью затухают. Указанная величина называется глубиной распространения годовых колебаний температур *H*.

Выражение, описывающее затухание амплитуд с глубиной, позволяет определить годовые теплообороты в любом слое мощностью ξ. При годовых периодических колебаниях температура в любом сечении слоя *H* изменяется в пределах от минимальной до максимальной или на удвоенную величину амплитуды колебаний (рис. 4.1). Отсюда следует, что в слое мощностью *H* теплообороты за полупериод по огибающим (кривые 1 на рис. 4.1) $Q_{ог}$ равны:

$$Q_{ог} = 2\int_0^H CA(z)\,dz.$$

С использованием первого закона Фурье

$$Q_{ог} = 2[A_0 - A(\xi)]\sqrt{\lambda TC/\pi}$$

Вводя понятие средней амплитуды $A_{ср}$ для слоя мощностью ξ выражение для $Q_{ог}$ можно записать в виде

$$Q_{ог} = 2CA\text{ср}\xi$$

Отсюда используя уравнение для ξ получим

$$A\text{ср} = [A_0 - A(\xi)]\ln^{-1}\left[\frac{A_0}{A(\xi)}\right]$$

очевидно, что огибающие представляют собой условные кривые, поскольку максимальные и минимальные температуры достигают разных глубин разновременно. В силу этого теплообороты по огибающим являются существенно завышенными по сравнению с теплооборотами, проходящими через поверхность в почву (Q_n). В периодически установившемся режиме приход и расход тепла в почве происходят в течение соответствующих полупериодов, причем теплопотоки в их пределах имеют разные знаки. В годовом балансе при этом приходная составляющая теплооборотов по модулю равна расходной. Таким образом, для вычисления последних необходимо найти моменты инверсии знака теплопотока на поверхности $q(0, \tau)$, получаемого дифференцированием по z, и проинтегрировать $q(0, \tau)$ в этих пределах.

В результате получаем, что при температуре поверхности вида инверсия знака потока тепла на поверхности без учета геотермического градиента происходит при T/8 и 5T/8 (в случае (3,4) - при 3T/8 и 7T/8). Отсюда согласно (3,9) величина приходной и расходной частей теплооборотов за полный цикл в слое ξ равна $Q_n = \sqrt{2}A_{\text{ср}}\text{C}\xi$ т.е. в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем по огибающим.

Лабораторное занятие

При выполнении лабораторного задания знакомимся с методиками: **1)** ***Определения плотности мерзлого грунта методом взвешивания в нейтральной жидкости,*** **2)** ***Определения суммарной влажности***

мерзлых грунтов. При выполнении используем методические указания, представленные ниже. Вопросы по теме будут заданы преподавателем в ходе видеоконференции..

Лабораторная работа *Определение плотности мерзлого грунта методом взвешивания в нейтральной жидкости*

Цель работы:Научиться определять плотность мерзлого грунта методом взвешивания в нейтральной жидкости.

Задание:Определить плотность мерзлого грунта.

Необходимое оборудование: весы, керосин или лигроин, линейка, нитки, ареометр, сосуд.

Ход работы:

Плотность мерзлых грунтов определяется методом взвешивания в нейтральной жидкости. В учебных целях образцы грунта можно приготовить путем замораживания их в компрессионных кольцах с известным объемом, и тогда отпадает необходимость взвешивания в нейтральной жидкости, а плотность определится методом режущего кольца.

Образец грунта и нейтральная жидкость (керосин, лигроин и др.) должны иметь отрицательную температуру.

Образец грунта отбирают округлой формы, массой около 100–150 г и обвязывают нитью. Для грунтов с сетчатой или слоистой криогенной структурой масса образца может быть увеличена.

Определяют плотность нейтральной жидкости ареометром, замеряют температуру испытания.

Затем образец взвешивают, погрузив его в нейтральную жидкость. Плотность грунта ρ, г/см^3 вычисляют по формуле:

$$\rho = \rho_n m / (m - m_1),$$

где m – масса образца (до погружения), г;

m_1 – результат взвешивания образца в нейтральной жидкости–разность масс образца и вытесненной им жидкости, г;

ρ_n – плотность нейтральной жидкости при данной температуре испытаний, г/см^3 (плотность керосина ρ_n=0,81 г/см^3, лигроина ρ_n=0,78 г/см^3).

***Лабораторная работа** Определение суммарной влажности мерзлых грунтов*

Цель работы:Научиться определять суммарную влажность мерзлых грунтов.

Задание:Определить суммарную влажность мерзлого грунта согласно ГОСТ 5180–84 [3].

Необходимое оборудование: тара, полиэтиленовые пакеты, весы, разновесы, шпатель и дистиллированная вода.

Ход работы:

1. Заранее замораживается в морозильной камере образец грунта массой 1–3 кг (имеющий не менее трех ледяных и минеральных прослоек каждого направления).
2. Образец мерзлого грунта помещают в предварительно высушенную, взвешенную и пронумерованную тару. Допускается оттаивание образцов грунта в плотно завязанных полиэтиленовых пакетах во время транспортирования и хранения.
3. Образец грунта в таре (m_3), г взвешивают, дают ему оттаять и доводят до однородного состояния, близкого к границе текучести для пылевато-глинистых грунтов, или полного водонасыщения для песчаных грунтов, перемешивая его металлическим шпателем и добавляя дистиллированную воду или осторожно сливая избыток воды после ее осветления.
4. Грунт в таре вновь взвешивают (m_4)и отбирают из него пробы для определения влажности перемешанного грунта.

Суммарная влажность мерзлого грунта, в долях единицы, вычисляется по формуле:

$$w_{tot} = \frac{m_3 - m_2}{m_4 - m_2}(100 + w) - 100,$$

где m_2 – масса тары, г:

m_3 – масса образца грунта (с тарой), г;

m_4– масса перемешанного грунта (с тарой), г;
w – влажность перемешанного грунта, %.
Результаты опытов записывают в журнал.