

Задание на 27.10.2020 г.

Работы на проверку представляем в рукописном сканированном варианте или в Word, затем после получения разрешения, размещаем в личном кабинете, предварительно переводим графику и текст в PDF.

Приближенные формулы В. А. Кудрявцева для определения теплооборотов и глубин сезонного промерзания (оттаивания) пород

Приведенные формулы решения задачи Стефана при постоянных краевых условиях дают возможность оценить отдельные количественные характеристики процесса сезонного промерзания (сезонного оттаивания), в частности изменение их глубин во времени. Однако они не вскрывают закономерной связи теплофизической стороны промерзания пород с геолого-географической природой этого явления. Исследование этой связи возможно лишь в термодинамически равновесных условиях взаимодействия приповерхностных слоев атмосферы с почвой, т. е. в периодически установившемся режиме горных пород. Поскольку в природной обстановке изменение температуры на поверхности земли носит периодический характер, увязка этих двух сторон явления возможна лишь через признаки, характеризующие периодически установившийся режим горных пород. Такими признаками являются: амплитуда температур на поверхности (A_0), средняя температура на подошве слоя сезонного или многолетнего промерзания (оттаивания) (t_{ξ}), состав и влажность (w) пород. Эти четыре признака в качестве

классификационных выбрана В. А. Кудрявцевым для сезонного промерзания и сезонного оттаивания.

Для исследования общих и частных закономерностей формирования и развития сезонного и многолетнего промерзания (или оттаивания) пород необходимо установить количественную связь глубины сезонного или многолетнего промерзания (или оттаивания) пород с указанными параметрами, которая легко могла бы осуществляться в поле в процессе проведения мерзлотной съемки.

Такая увязка по методике В. А. Кудрявцева по существу заключается в том, что на основе обобщения законов Фурье, включающих в себя большинство этих параметров, и распространения на их исследование периодически установившегося режима сезонно- или многолетнемерзлых горных пород разработаны приближенные формулы, дающие решение основных геокриологических задач с достаточной для практики точностью. При этом при наличии сезонно- или многолетнепромерзающего (протаивающего) слоя динамика изменения периодически установившейся температуры на его подошве во времени аппроксимируется гармонической функцией со средней за цикл t_{ξ} или t_0 (на поверхности почвы). Важным при этом является то, что в периодически установившемся режиме в любом сечении слоя колебаний имеет место баланс тепла (приходная и расходная составляющие за цикл равны). Последнее обстоятельство непосредственно приводит к тому, что в горных

породах, теплофизические характеристики которых в мерзлом и талом состояниях мало отличаются друг от друга, имеет место $t_{\xi} \approx t_0$. В противном случае t_{ξ} отличается от t_0 на величину температурной сдвижки ($\Delta t_{\lambda} = t_{\xi} - t_0$). При этом основное влияние на величину Δt_{λ} имеет соотношение коэффициентов теплопроводности грунта в мерзлом и талом состояниях, т. е. λ_m и λ_n .

Вместе с тем такие факторы, как теплота фазовых переходов Q_{ϕ} , (т. е. влажность пород), а также теплоемкость грунта в мерзлом (C_m) и талом (C_n) состояниях, сами по себе при неизменных λ_m и λ_n и практически не влияют на изменение величины температурной сдвижки.

Указанное обстоятельство, существенно упрощающее вычисление температурной сдвижки, неоднократно подтверждалось результатами многочисленных расчетов сезонного промерзания и оттаивания на ЭВМ. Поэтому с достаточной точностью можно принять, что при любых условиях в периодически установившемся режиме $\Delta t_{\lambda} = 0$ при $\lambda_m = \lambda_n$, тогда как $\Delta t_{\lambda} \neq 0$ при $\lambda_m \neq \lambda_n$.

Учет теплооборотов, связанных с фазовыми переходами влаги в условиях периодически установившегося режима горных пород, дал возможность В. А. Кудрявцеву получить приближенные (с точности в среднем до 5%) формулы расчета глубин сезонного и многолетнего промерзания (и оттаивания) грунта, температурной сдвижки, отепляющего влияния снежного

покрова и т. д. Предложенный подход к исследованию сезонного и многолетнего промерзания оказался весьма эффективным и позволил решить значительное число задач мерзлотного прогноза с высокой для практических целей точностью.

Максимальная за цикл колебания температур глубина промерзания (или оттаивания) ξ в периодически установившемся режиме определяется из следующего трансцендентного уравнения, имеющего единственный положительный корень:

$$\xi = \xi_1 + \alpha A_1^{-1} \{ \beta^{-1} + A_1 [(A_1 - \alpha) \xi_1 + \alpha \xi]^{-1} \}^{-1},$$

где $A_1 \equiv (A_0 - |t_\xi|) \ln^{-1} [(A_0 + \alpha) / (|t_\xi| + \alpha)] - \alpha$ — средняя эффективная амплитуда в слое ξ , включающая в себя условное изменение амплитуды в связи с фазовыми переходами (α); $\alpha = Q_\Phi / (2C)$;

$$\beta = \sqrt{\lambda_{\text{пр}} T / (\pi C)}; \lambda_{\text{пр}} = [\lambda_{\text{т}} (A_0 + t_\xi) + \lambda_{\text{м}} (A_0 - t_\xi)] / (2A_0) —$$

приведенный коэффициент теплопроводности в слое ξ ; $\xi_1 = (A_0 - |t_\xi|) \beta A_1^{-1}$, $t_\xi = t_0 + \Delta t$. При сезонном промерзании пород принимается $C = C_{\text{м}}$, при сезонном оттаивании $C = C_{\text{т}}$, T — период колебаний температуры поверхности.

Нахождение величины температурной сдвигки Δt_λ и, следовательно, равновесной температуры пород t_ξ осуществляется с достаточной точностью и простотой путем приведения исходной области, состоящей из талых и мерзлых зон, к области с неизменным коэффициентом теплопроводности. Пусть на поверхности происходят периодические колебания температуры, тогда

$$t_{\xi} = \begin{cases} t_0 - (1 - m^{-1}) \Omega_T, & \text{если } v_0 \leq 0, \\ t_0 + (m - 1) \Omega_M, & \text{если } v_0 > 0, \end{cases}$$

$$\Delta t_{\lambda} = \begin{cases} (m^{-1} - 1) \Omega_T, & v_0 \leq 0, \\ (m - 1) \Omega_M, & v_0 > 0, \end{cases}$$

где $m = \lambda_M / \lambda_T$, $\Omega_M < 0$ и $\Omega_T > 0$ — суммы морозо- и теплоградусочасов, т. е. площади эпюры отрицательных и положительных температур поверхности почвы, $v_0 \equiv (\lambda_M \Omega_M + \lambda_T \Omega_T) / T$. Очевидно, что в случае $\lambda_M > \lambda_T$ ($m > 1$), типичном для влажных пород, имеет место $\Delta t_{\lambda} < 0$, т. е. $t_{\xi} < t_0$, тогда как при $\lambda_M < \lambda_T$, наоборот, $\Delta t_{\lambda} > 0$, т. е. $t_{\xi} > t_0$.

В широко используемом в мерзлотоведении частном случае гармонических колебаний температуры поверхности сдвигка может быть вычислена непосредственно как функция t_0/A_0 .

Величина равновесной температуры горных пород t_{ξ} легко определяется с помощью номограммы для нахождения температурной сдвигки.

Номограмма представляет собой серию кривых, характеризующих зависимость сдвигки Δt_{λ} от средней температуры поверхности t_0 для различных значений отношения коэффициентов теплопроводности $m = \lambda_M / \lambda_m$ при разных амплитудах (физических) колебаниях температуры на поверхности A_0 (рис. 8). При пользовании данной номограммой необходимо задавать величину относительной (на единицу амплитуды) средней температуры на поверхности $\delta = t_0/A_0$ и для соответствующего значения m определить по соответствующей кривой относительную сдвигку $\delta = t_0/A_0$, откуда непосредственно следуют искомые $\Delta t_{\lambda} = \delta A_0$ и $t_{\xi} = t_0 + \Delta t_{\lambda}$. На рис. 9 представлена зависимость экстремальных значений относительной температурной сдвигки $\delta_{0, \max}$ как функции λ_M / λ_m . Указанные значения, соответствующие условным точкам на кривых $\delta_0(a)$ (рис. 8),

расположены на биссектрисе второго (при $\lambda_m < \lambda_t$ и четвертого (при $\lambda_m > \lambda_t$) квадрантов.

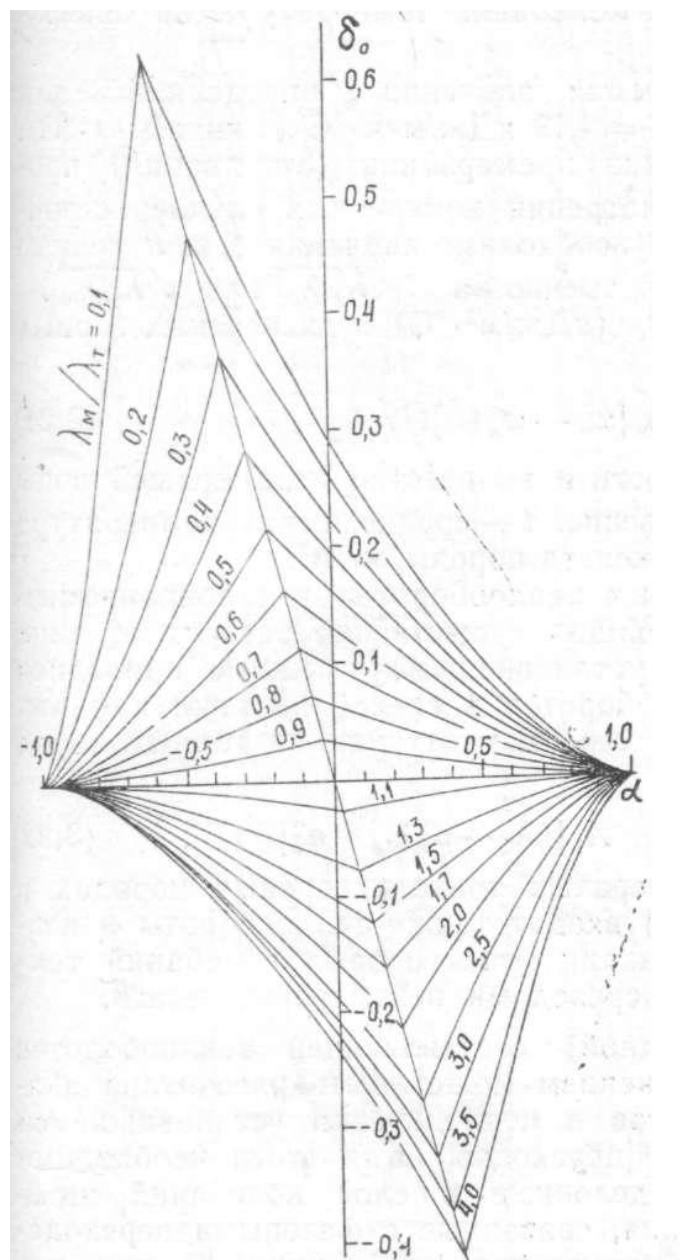


Рис. 8. Зависимость относительной температуры сдвижки δ_0 от относительной средней температуры поверхности α для различных значений отношения коэффициентов теплопроводности пород в мерзлом и талом состояниях (λ_m/λ_t)

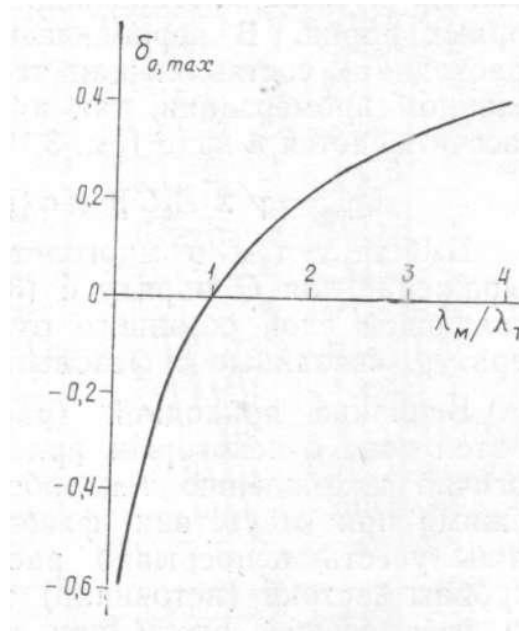


Рис. 9. Зависимость экстремальных значений температурной сдвижки от соотношения коэффициентов теплопроводности мерзлого и талого грунтов

После того как величина t найдена, соответствующее значение глубины сезонного промерзания (или оттаивания) в периодически установившемся режиме может быть легко получено с помощью номограмм, представленных на рис. 10. Последние представляют собой серии кривых глубин сезонного промерзания (сезонного оттаивания) в зависимости от температуры пород (t_{ξ}) при различных значениях объемной теплоемкости C (C_m - при сезонном промерзании и C_m - при сезонном оттаивании), теплоты фазовых переходов 1 м^3 породы Q_{ϕ} и физической амплитуды годовых колебаний температуры на поверхности

Представленные на номограммах значения ξ определялись для коэффициента теплопроводности $\lambda_0 = 4,19 \text{ кДж/м}\cdot\text{ч}\cdot\text{°C}$ ($1 \text{ ккал/м}\cdot\text{ч}\cdot\text{°C}$). Поскольку глубина промерзания (оттаивания) пропорциональна $\sqrt{\lambda}$, то при рассмотрении конкретных случаев сезонного промерзания или оттаивания необходимо значения ξ полученные по номограммам, умножить

соответственно на $\sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_0}}$ или $\sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_0}}$.

$\bar{C} = 1257 \text{ кДж/м}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ (300 ккал/м³·°C)

$\bar{C} = 2095 \text{ кДж/м}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ (500 ккал/м³·°C)

$\bar{C} = 3352 \text{ кДж/м}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ (800 ккал/м³·°C)

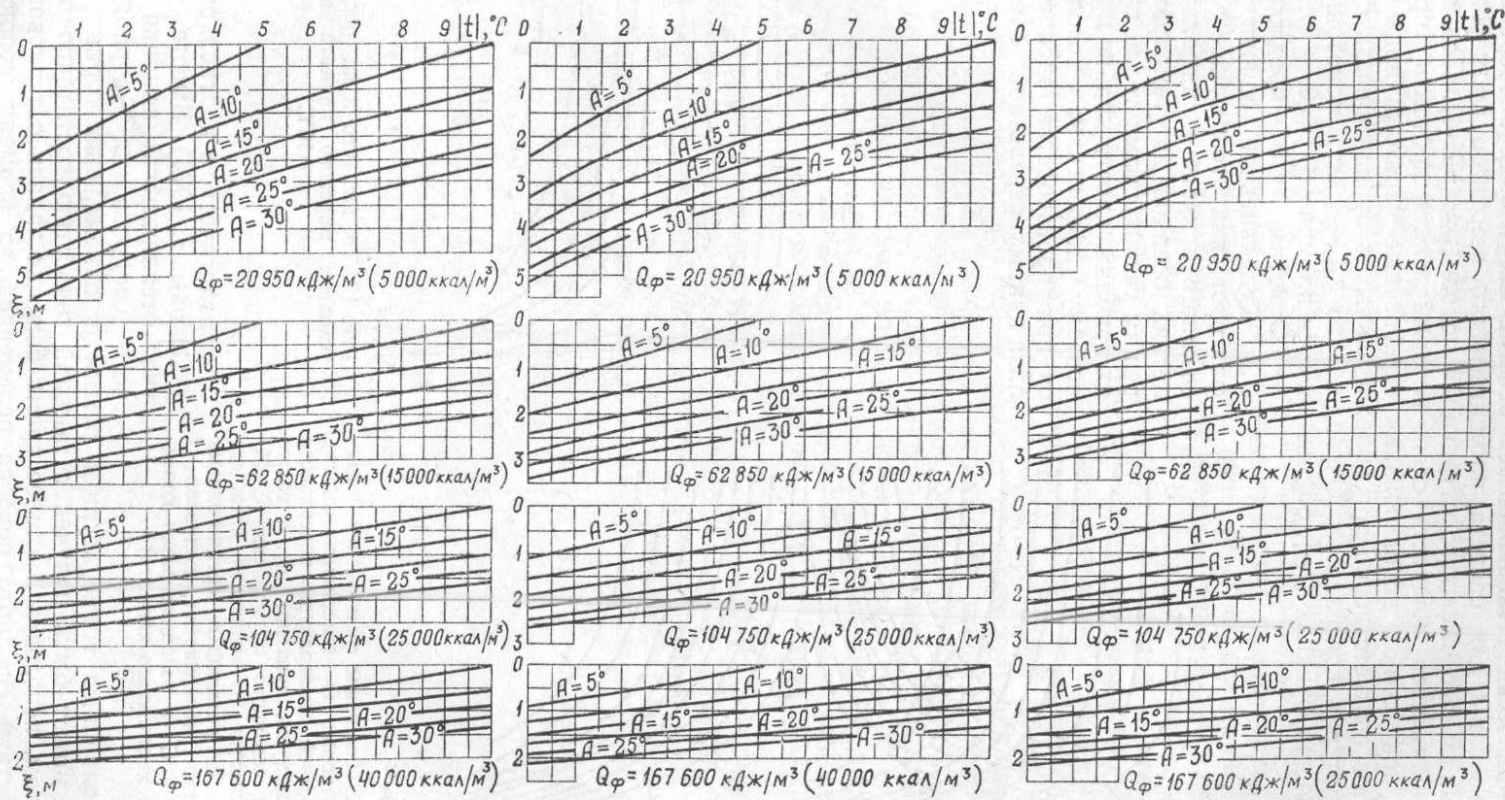


Рис. 10. Номограммы для расчета $\xi_{сез}$ при $\lambda_m = \lambda_T = 4,19 \text{ кДж/м} \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}$ (1,0 ккал/м·ч·°C)

Теплота фазовых переходов Q_ϕ (кДж/м³•°С) в дисперсных горных породах определяется по формуле

$$Q_\phi = 335,2 \gamma_{\text{ск}} [\omega_e - \omega_n(\tilde{t})],$$

где ω_e , ω_n — естественная влажность и количество незамерзшей воды (в % от веса скелета) соответственно, \tilde{t} — среднезимняя температура поверхности, $\gamma_{\text{ск}}$ — объемный вес скелета породы, кг/м³.

Определение величины годовых теплооборотов в сезоннопромерзающих и сезоннооттаивающих толщах существенно зависит от типа горных пород. В периодически установившемся режиме приходная (расходная) составляющая теплооборотов в слое ξ за цикл как при сезонном промерзании, так и при сезонном оттаивании горных пород рассчитывается в виде

$$Q_{\text{пов}} = \sqrt{2} A_0 C \beta + \alpha \{ \beta^{-1} + A_1 [(A_1 - \alpha) \xi_1 + \alpha \xi]^{-1} \}^{-1}.$$

Вместе с тем в многолетнемерзлых тонкодисперсных породах в выражение для Q наряду с вышерассмотренными входят также теплообороты в подстилающей слой сезонного оттаивания зоне годовых колебаний температур, связанные с фазовыми переходами незамерзшей влаги.

Величина приходной (расходной) составляющей теплооборотов в этой зоне с некоторым приближением может быть рассчитана аналогично нахождению теплооборотов в периодически установившемся режиме при отсутствии фазовых переходов. Для этого необходимо лишь учесть непрерывно распределенные в слое колебаний ниже глубины ξ стоки (источники) тепла, связанные с фазовыми переходами незамерзшей влаги при гармонических колебаниях на подошве слоя ξ с амплитудой $|t_\xi|$ и средней t_ξ . Согласно рассмотренному это может быть достигнуто путем замены аддитивной теплоемкости C_m эффективной $C_m = C_m + 335,2 \gamma_{\text{ск}} \omega_n$. Усредняя для простоты величину ω_n в области, ограниченной огибающими

температур в подстилающем слое ξ слое годовых колебаний, с достаточной точностью получаем

$$\bar{Q}_{\text{пов}} = \sqrt{2} |t_{\xi}| \sqrt{\lambda_m T \pi^{-1} \{C_m + 335,2 \gamma_{\text{ск}} [\omega_H (1/2 t_{\xi}) - \omega_H (3/2 t_{\xi})] t_{\xi}^{-1}\}} .$$

Аналогичным образом рассчитываются максимальная глубина, а также приходная и расходная составляющие теплооборотов при многолетнем промерзании (или оттаивании). При этом необходимо лишь изменить длину периода колебаний температуры поверхности (в часах), а также учесть влияние геотермического градиента. Последнее заключается в том, что в соответствующих формулах величина t_{ξ} заменяется на $t_{\xi} + g\xi$.

Предложенные выше формулы глубин промерзания (оттаивания) в периодически установившемся режиме могут быть непосредственно использованы для расчета потенциального сезонного промерзания и потенциального сезонного оттаивания пород $\xi_{\text{ном}}$. Под последним понимается мощность слоя, который может протаять (промерзнуть) при полном использовании на фазовые переходы воды теплооборотов соответственно при положительных и отрицательных средних температурах поверхности. Очевидно, что $\xi_{\text{ном}} - \xi$ есть монотонно возрастающая функция $|t_{\xi}|$ обращающаяся в 0 при $|t_{\xi}| = 0$.

Отметим, что предложенные В.А. Кудрявцевым оценки таких факторов, как утепляющее влияние снежного покрова и инфильтрации летних осадков на температурный режим сезонноталых толщ, при всей их приближенности крайне просты и поэтому эффективно используются при производстве экспресс-анализа данных мерзлотной съемки и геокриологическом прогнозировании.

Вместе с тем учет утепляющего влияния снежного покрова на периодически; установившийся температурный режим сезонномерзлых горных пород также может быть получен с высокой точностью достаточно просто. При этом, используя в зимнее время решение задачи о тепловом

взаимодействии снежного покрова переменной во времени мощности с подстилающей толщей горных пород, из условия баланса тепла в слое годовых колебаний приходим к соответствующему трансцендентному уравнению относительно искомой равновесной температуры пород t_{ξ} .

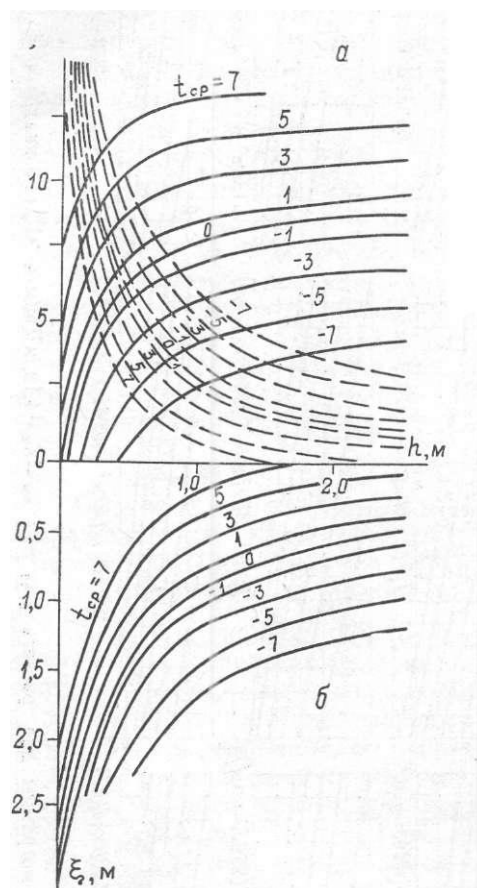


Рис. 11. Изменение равновесной температуры пород t_{ξ} (сплошная линия), среднезимней температуры поверхности t_o (по модулю, пунктир) (а), а также глубины сезонного промерзания ξ (б) в зависимости от мощности снежного покрова h различных среднегодовых температур поверхностей покровов t_{cp} при $A = 30^{\circ} \text{C}$ (в условиях резко континентального климата).

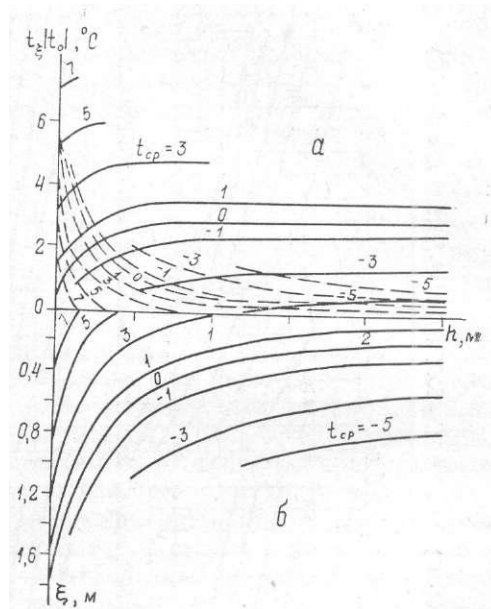


Рис. 12. То же, что на рис. 11, в условиях морского климата при $A = 10^{\circ}\text{C}$.

В качестве иллюстрации на рис. 11 и 12 представлены результаты вычисления величины t_{ξ} в зависимости от максимальной за сезон мощности снежного покрова h . Расчеты проводились в условиях резко континентального и морского климата (амплитуда колебания температуры поверхности грунта летом и снежного покрова зимой соответственно равна 30 и 10°C) для широкого круга значений среднегодовой температуры t_{cp} (от -7 до 7°C). Результаты приводятся лишь в случае, если формирующаяся при данных условиях температура пород удовлетворяет требованию $t_{\xi} \geq 0$. На рис. 11 и 12 это проявляется, в частности, в том, что кривая t_{ξ} как функция h при $t_{cp} < 0$ начинается лишь с определенных значений $h > 0$. В условиях резко континентального климата при $t_{cp} \leq -5^{\circ}\text{C}$ сезонномерзлые толщи в данном районе и для рассматриваемого типа пород могут существовать только при $h > 30$ см (рис. 11). Вместе с тем в условиях морского климата (рис. 12) при тех же средних температурах воздуха многолетнемерзлые породы существуют при мощностях снежного покрова вплоть до $1,2$ м. На этих рисунках приведены также соответствующие значения температуры поверхности пород зимой под снегом (t_0), а также

максимальной за сезон глубины промерзания (ξ). Как следует из расчетов, изменение мощности снежного покрова за сезон существенно сказывается на его отепляющем влиянии лишь при небольших h .

Предлагаемый метод расчета отепляющего влияния снежного покрова может быть эффективно использован также для определения области распространения сезонномерзлых толщ в условиях островной мерзлоты.

Таким образом, рассмотренные методы решения задач промерзания и оттаивания создают основу для разработки научно-обоснованных количественных методов прогнозирования изменения мерзлотных условий в связи с антропогенными (воздействиями на природную среду и управления мерзлотными процессами в целях рационального их использования).