

ВВЕДЕНИЕ

Курс “Гидрогазодинамика” входит в блок общеинженерных дисциплин и является наряду с курсами “Тепломассообмен” и “Техническая термодинамика” базовым в подготовке бакалавров по направлению “Теплоэнергетика”.

Программа курса изучается студентами дневного обучения в 2 и 3 семестрах, студентами заочного обучения - в 3 и 4 семестрах. В конце 2 семестра (дневное обучение) и 3 семестра (заочное обучение) студент должен получить зачет, а в конце изучения курса сдать экзамен.

В самостоятельную работу входит выполнение и сдача двух расчётно-графических работ. РГР №1 выполняется в первом семестре, РГР №2 – во втором. РГР №3 является дополнительной.

РГР №1
Расчет трубопроводов

Одна из задач расчета трубопровода - определить минимальную мощность, необходимую для доставки данного количества жидкости или газа в заданную точку, т. е. на определенное расстояние,

$$N = \dot{Q} \Delta p \quad \text{вт}, \quad (1)$$

где $\dot{Q}$ - объемный расход, $\text{м}^3/\text{сек}$; Δp - перепад, необходимый для транспортировки среды на заданное расстояние l , н/м^2 .

Трубопроводы разделяются на две основные категории - простые и сложные. Простой трубопровод представляет систему последовательно соединенных труб с постоянным по длине расходом, не имеющую ответвлений. Сложный трубопровод - это система параллельно соединенных труб с ответвлениями или различными источниками питания.

Для расчета трубопровода воспользуемся уравнением Бернулли и запишем его для потока в произвольном трубопроводе. Плоскость сравнения выберем на уровне расположения основной части трубопровода, а сам трубопровод будем считать состоящим из ряда участков, характеризующихся некоторыми сопротивлениями Δp_i ,

$$\gamma z_1 + p_1 + \rho \frac{c_{cp1}^2}{2} = \gamma z_2 + p_2 + \rho \frac{c_{cp2}^2}{2} + \Delta p_{\pi} \quad (2)$$

где Δp_{π} учитывает все потери энергии на пути потока от первого сечения ко второму.

Из уравнения (2) можно найти перепад давления, необходимый для транспортировки среды,

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma (z_2 - z_1) + \rho \frac{c_{cp2}^2 - c_{cp1}^2}{2} + \Delta p_{\pi} \quad (3)$$

Таким образом, необходимый перепад давления Δp определяется изменением потенциальной энергии положения, кинетической энергии и членом, учитывающим сумму потерь энергии на сопротивление при переходе потока из первого сечения во второе.

Входящие в это выражение скорости на отдельных участках трубопровода можно вычислить, зная объемный расход

$$\dot{Q} = c_{cp1} F_1 = c_{cp2} F_2 \quad (4)$$

Потерянный напор энергии Δp_{π} складывается из перепада, необходимого для преодоления сопротивления при стабилизированном течении Δp_{τ} , и местных сопротивлений $\Delta p_{\text{м}}$:

$$\Delta p_{\Pi} = \Delta p_{\tau} + \Delta p_{\text{м}} \quad (5)$$

Потери при стабилизированном течении для трубопровода круглого сечения заданного диаметра можно представить в виде

$$\Delta p_{\tau} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{c_{\text{ср}}^2}{2}, \quad (6)$$

где l —длина трубопровода.

Величина коэффициента сопротивления λ зависит от режима движения жидкости, который определяется числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{c_{\text{ср}} d}{\nu} \quad (7)$$

Если число $\text{Re} < 2300$, то движение будет ламинарным, и коэффициент сопротивления можно представить в виде

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad (8)$$

При турбулентном режиме течения коэффициент сопротивления зависит не только от критерия Re , но и от шероховатости. Обычно шероховатость учитывается средней высотой бугорка Δ (в мм), а еще чаще — относительной шероховатостью. Для расчета шероховатых труб можно пользоваться рис. 1.1. В области квадратичного закона сопротивления в технических трубах

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \lg \frac{d}{2\Delta}\right)^2}, \quad (9)$$

Начало перехода к квадратичному закону сопротивления определяется

$$\text{Re}_{\Pi} = \left(120 \frac{d}{\Delta}\right)^{1,125} \quad (10)$$

Средние значения Δ для различных случаев приведены в табл. 1.1.

Наименование трубопровода	Δ мм
Трубопровод из новых стальных труб	0,06
Трубопроводы сжатого воздуха от компрессора . . .	0,8
Стальные трубы, подверженные коррозии	$50 \cdot 10^{-3}$
Стальные сильно заржавленные трубы	0,2
Чистые цельнотянутые трубы из латуни, меди и свинца	$0,1115 \div 0,01$
Новые чугунные трубы	0,3
Очищенные чугунные трубы	0,45
Резиновый шланг	$0,01 \div 0,03$
Каналы из березовой фанеры	$0,025 \div 0,05$
Каналы из сосновой фанеры	0,10
Керамические трубы	$0,45 \div 6,0$
Бетонированные каналы	$0,8 \div 9,0$

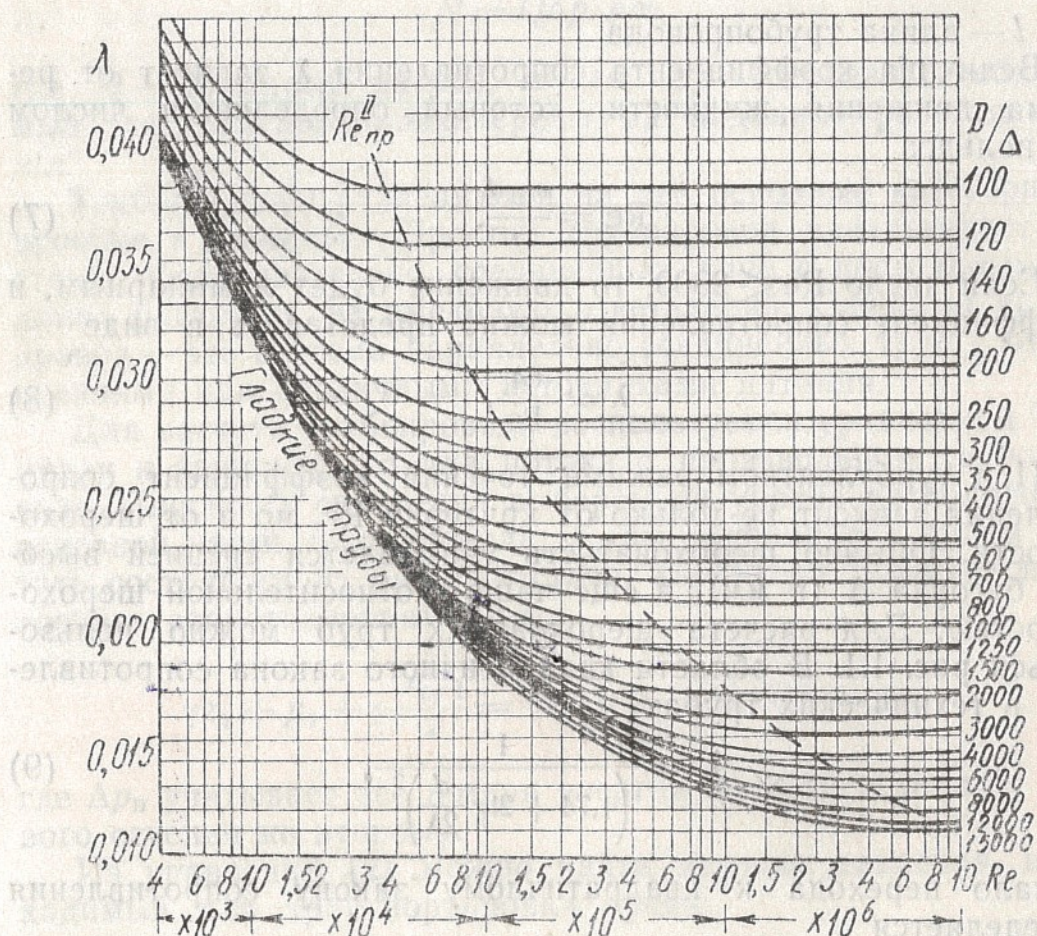


Рис. 1.1

Когда трубопровод будет иметь участки с разными диаметрами, то потери можно подсчитать для каждого участка и затем сложить. Сумма потерь в этом случае

$$\Delta p_{\tau} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{\rho c_{\text{ср}i}^2}{2} \quad (11)$$

при этом выбирается коэффициент сопротивления λ_i , соответствующий режиму движения на участке с данным диаметром трубопровода.

В качестве примера сложного трубопровода будем рассматривать разветвленный и параллельный трубопроводы. В первом случае жидкость от насосной станции подается с секундным расходом $\dot{Q}$ к потребителям, удаленным от точки разветвления на расстояние l_i , по трубопроводам с диаметрами d_i . Требуется узнать величину объемного расхода жидкости $\dot{Q}_i$ по каждому трубопроводу.

В начале и конце трубопроводов давления одинаковы, следовательно, перепады давлений по всей длине трубопроводов одинаковы. По формуле (6) найдем систему уравнений, определяющих расход через каждую трубу

$$\dot{Q}_i^2 = \frac{\pi^2 d_i^4}{8 \lambda_i l_i \rho} \Delta p \quad (12)$$

Задаваясь λ_i и имея в виду, что для всех труб Δp одинаково, получим систему n уравнений, равную количеству ответвлений. Так как Δp тоже неизвестная величина, то для решения задачи необходимо иметь систему с $n + 1$ уравнением. Дополнительным уравнением будет задание суммарного расхода жидкости, т.е.

$$\dot{Q} = \sum^n \dot{Q}_i \quad (13)$$

Решая эту систему совместно, можно найти $\dot{Q}_i$ и Δp . Совершенно аналогично решается задача с ответвлениями и параллельными линиями.

Местные сопротивления изменяют сечение потока или его направление, что сопровождается интенсивным вихреобразованием, резким изменением поля скоростей по сечению потока и обуславливает дополнительные, так называемые местные потери напора Δp_m .

Общепринятая формула для Δp_{mi}

$$\Delta p_{mi} = \zeta_i \frac{\rho c_{\text{ср}i}^2}{2} \quad (14)$$

где $c_{\text{ср}i}$ - средняя скорость в трубопроводе, обычно за местом потерь; ζ_i - коэффициент сопротивления, зависящий от геометрической формы местного сопротивления, числа Re , а в некоторых случаях также от шероховатости на участке местного сопротивления и от структуры потока перед местным сопротивлением.

Для $Re > 1 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^5$ (область обычной эксплуатации трубопроводов с маловязкими жидкостями) величина ζ_i почти не зависит от Re .

Если в трубопроводе имеется m местных сопротивлений, то суммарные потери можно определить по формуле

$$\Delta p_m = \sum_{i=1}^m \zeta_i \frac{\rho c_{cp}^2}{2} \quad (15)$$

Коэффициенты местных сопротивлений принимаются главным образом по результатам экспериментальных исследований. Соответствующие данные по используемым в задании местным сопротивлениям приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

1. Вход в трубу. Острая входная кромка

$$\zeta = 0,5$$

2. Резкий поворот в трубе на 90°

$$\zeta = 1,5$$

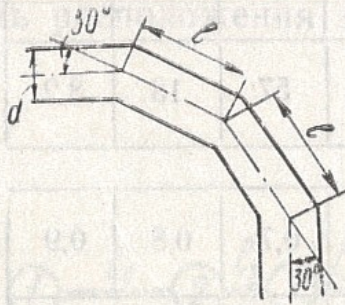
3. Плавный поворот на 90° . Поворот на любой угол φ с закруглением

$$\zeta_\varphi = \zeta_{90} \frac{\varphi}{90}$$

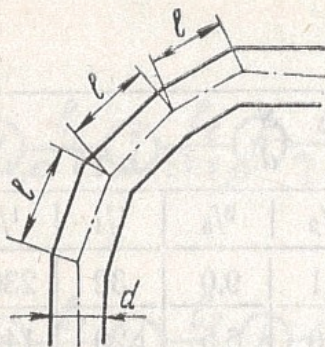
$\frac{R}{d}$	1	2	3	4	5
ζ_{90}	0,29	0,15	0,12	0,10	0,08

Продолжение

4. Колено под углом $\alpha = 90^\circ$ с двумя и тремя симметричными проставками

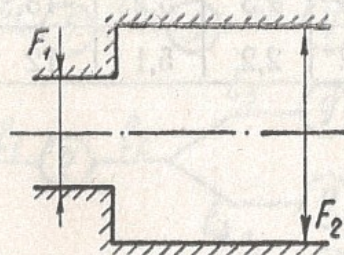


5.



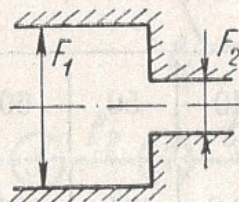
$\frac{l}{d}$	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	≥ 4
$2l$	0,35	0,31	0,32	0,34	0,35	0,35	0,35
$3l$	0,30	0,26	0,28	0,32	0,32	0,32	0,32

6. Внезапное расширение потока



$$\zeta = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2$$

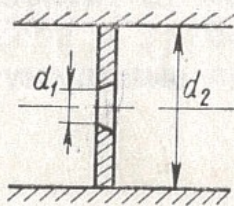
7. Внезапное сужение потока



$$\zeta = 0,5 \left(1 - \frac{F_2}{F_1} \right)$$

Продолжение

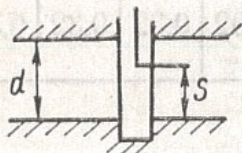
8. Диафрагмы



$\frac{F_1}{F_2}$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
ζ	960	240	57	18	8,2

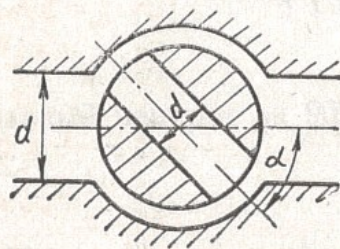
$\frac{F_1}{F_2}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
ζ	3,8	1,8	0,8	0,3	0,06

9. Задвижка с листовым шибером



d мм	$\frac{S}{d}$					
	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
25	0,23	0,90	4,1	9,0	32	230
50	0,16	0,68	3,0	6,5	20	140
100	0,14	0,55	2,6	5,5	16	92
150	0,12	0,49	2,4	5,3	14	73
200	0,10	0,46	2,3	5,2	13	66
300	0,07	0,42	2,2	5,1	12	56

10. Затворы конусные (крановые)

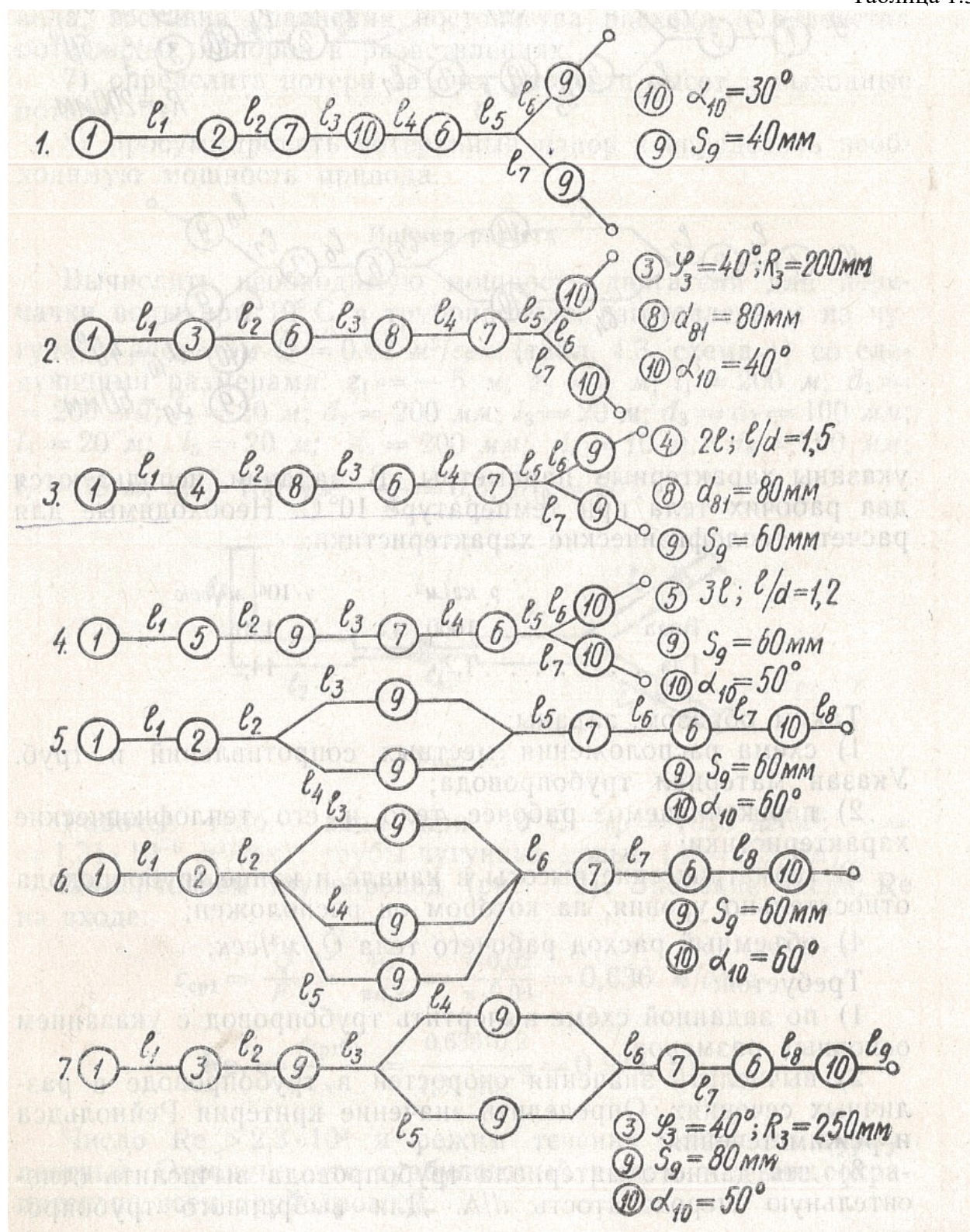


α	0	5	10	20	30	40	50	60	70
ζ	0	0,36	0,9	2,7	7,5	18,2	49,2	151	675

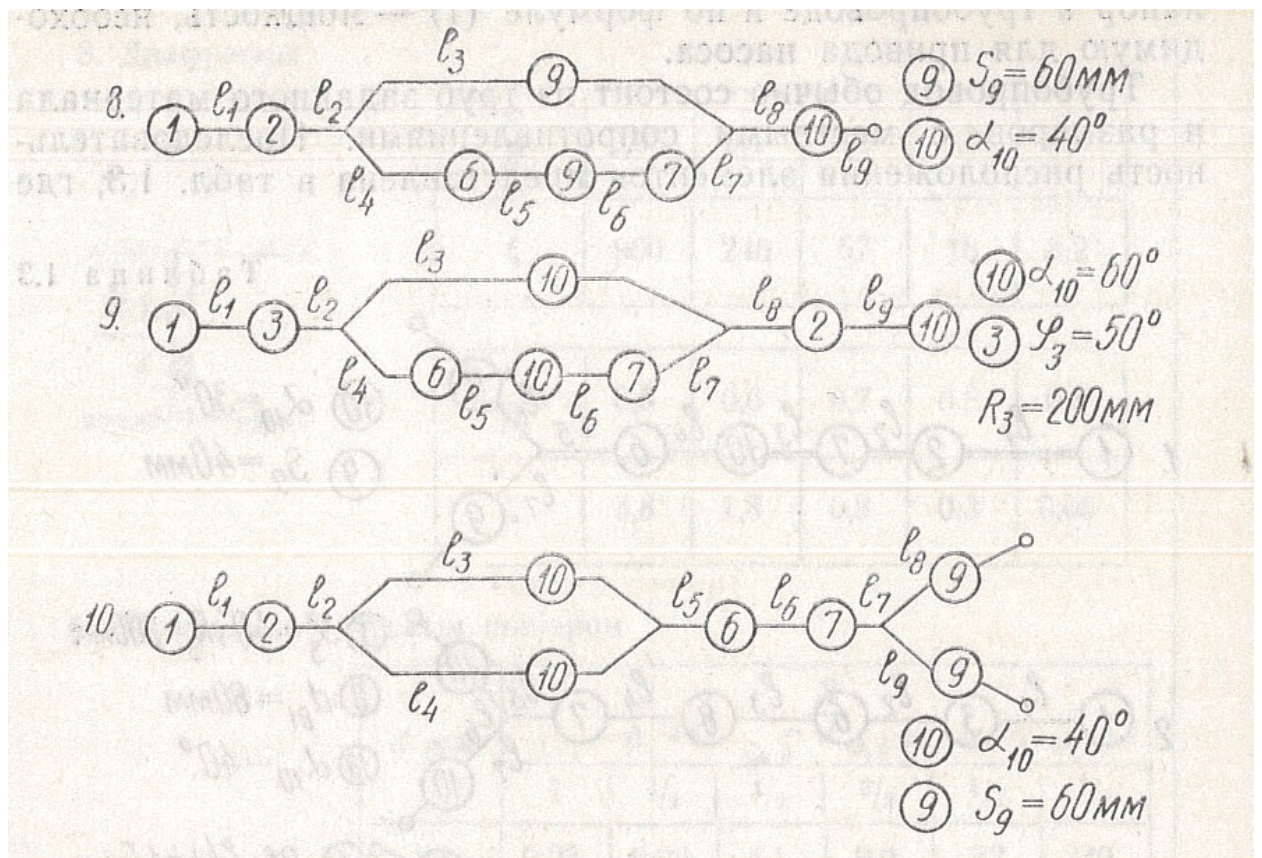
По формулам (3) и (5) можно вычислить потерянный напор в трубопроводе и по формуле (1) - мощность, необходимую для привода насоса.

Трубопровод обычно состоит из труб заданного материала и размеров с местными сопротивлениями. Последовательность расположения элементов представлена в табл. 1.3, где указаны характерные параметры.

Таблица 1.3



Продолжение



В задании используются два рабочих тела при температуре 10°C .
Необходимые для расчета теплофизические характеристики:

	$\rho \text{ кг/м}^3$	$\nu \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$
Вода	1000	1,31
Газ	1,25	14,2

Таким образом, заданы:

- 1) схема расположения местных сопротивлений и труб. Указан материал трубопровода;
- 2) перекачиваемое рабочее тело и его теплофизические характеристики;
- 3) геометрические высоты в начале и конце трубопровода относительно уровня, на котором он расположен;
- 4) объемный расход рабочего тела $\dot{Q}$, $\text{м}^3/\text{сек}$.

Требуется:

- 1) по заданной схеме вычертить трубопровод с указанием основных размеров;
- 2) вычислить значения скоростей в трубопроводе в различных сечениях. Определить значение критерия Рейнольдса и режим течения;
- 3) для данного материала трубопровода вычислить относительную шероховатость d/Δ . Для выбранного трубопровода и режима течения определить коэффициент сопротивления λ_i по рис. 1.1;
- 4) по формуле (6) определить суммарное сопротивление трубопровода;
- 5) по заданным местным сопротивлениям определить коэффициенты местных сопротивлений, и затем потерянный напор на этих сопротивлениях;

- 6) рассчитать потери в разветвленной части трубопровода, составив уравнения постоянства расхода и равенства потерь напора в разветвлениях;
- 7) определить потери за счет разности высот и выходные потери;
- 8) просуммировать потерянный напор и определить необходимую мощность привода.

Пример расчета

Вычислить необходимую мощность двигателя для перекачки воды при 10°C в трубопроводе, изготовленном из чугуна, с расходом $\dot{Q} = 0,02 \text{ м}^3/\text{сек}$, (табл. 1.3, схема 1) со следующими размерами: $z_1 = -5 \text{ м}$; $z_2 = 5 \text{ м}$; $l_1 = 200 \text{ м}$; $d_1 = 200 \text{ мм}$; $l_2 = 20 \text{ м}$; $d_2 = 200 \text{ мм}$; $l_3 = 20 \text{ м}$; $d_3 = d_4 = 100 \text{ мм}$; $l_4 = 20 \text{ м}$; $l_5 = 20 \text{ м}$; $d_5 = 200 \text{ мм}$; $l_6 = 10 \text{ м}$; $d_6 = 150 \text{ мм}$; $l_7 = 15 \text{ м}$; $d_7 = 100 \text{ мм}$; $\frac{s_9}{d} = 0,5$; $\alpha_{10} = 20^\circ$.

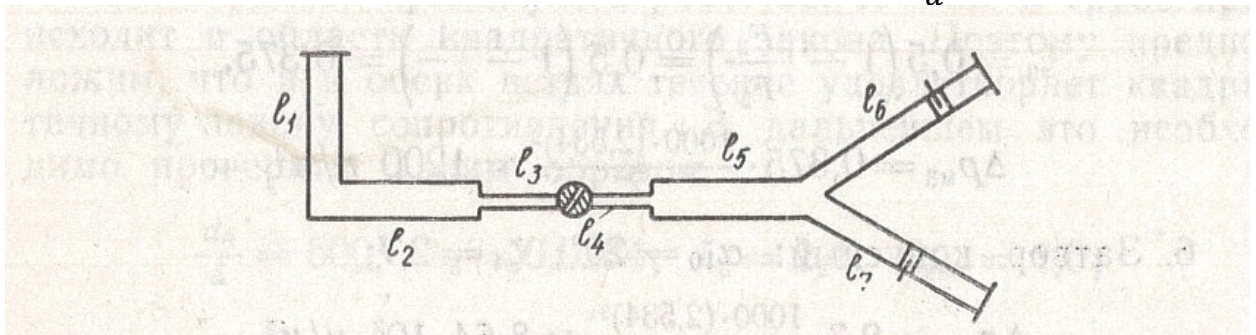


Рис 1.2

Рабочее тело - вода при 10°C ($\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$); трубы чугунные новые ($\Delta = 0,3 \text{ мм}$).

Вычерчиваем трубопровод (рис. 1.2). Значение числа Re на входе:

$$c_{ср1} = \frac{\dot{Q}}{F} = \frac{4\dot{Q}}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{\pi \cdot 0,04} = 0,636 \text{ м/сек};$$

$$Re_1 = \frac{c_{ср1} d_1}{\nu} = \frac{0,636 \cdot 0,2}{1,31 \cdot 10^{-6}} = 0,974 \cdot 10^5$$

Число $Re > 2,3 \cdot 10^3$ и режим течения жидкости турбулентный. Очевидно, что турбулентный режим течения сохранится во всем трубопроводе.

1. Острая входная кромка: $\zeta_1 = 0,5$;

$$\Delta p_{м1} = \zeta_1 \frac{\rho c_1^2}{2} = \frac{0,5 \cdot 10^3 \cdot (0,636)^2}{2} = 101 \text{ н/м}^2.$$

2. Потери в трубопроводе:

$$Re_1 = 0,974 \cdot 10^5; \quad \frac{d_1}{\Delta} = 667; \quad \lambda_i = 0,022;$$

3. Резкий поворот на 90° : $\zeta_2 = 1,5$; $c_1 = c_2$;

$$\Delta p_{m2} = \zeta_1 \frac{\rho c_1^2}{2} = 1,5 \cdot \frac{1000 \cdot (0,636)^2}{2} = 303 \text{ н/м}^2.$$

4. Потери во второй трубе:

$$Re_1 = 0,974 \cdot 10^5; \quad \frac{d_2}{\Delta} = 667; \quad \lambda_i = 0,022;$$

$$\Delta p_{m2} = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{\rho c_2^2}{2} = 0,022 \cdot \frac{20}{0,2} \cdot \frac{1000 \cdot (0,636)^2}{2} = 456 \text{ н/м}^2.$$

5. Резкое сужение:

$$c_3 = c_2 \frac{F_2}{F_3} = 0,636 \cdot 4 = 2,534 \text{ м/сек};$$

$$\zeta_3 = 0,5 \left(1 - \frac{F_3}{F_2} \right) = 0,5 \left(1 - \frac{1}{4} \right) = 0,375$$

$$\Delta p_{m3} = 0,375 \cdot \frac{1000 \cdot (2,534)^2}{2} = 1200 \text{ н/м}^2$$

6. Затвор конусный: $\alpha_{10} = 20^\circ$; $\zeta_4 = 2,7$;

$$\Delta p_{m4} = 2,7 \cdot \frac{1000 \cdot (2,534)^2}{2} = 8,64 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2$$

7. Потери в узкой части трубы:

$$\frac{d_3}{\Delta} = 333; \quad Re_3 = \frac{2,534 \cdot 0,1}{1,31} = 1,94 \cdot 10^5; \quad \lambda_3 = \lambda_4 = 0,0265$$

$$\Delta p_{m3} = \Delta p_{m4} = 0,0265 \frac{40}{0,1} \cdot \frac{1000 (2,534)^2}{2} = 3,4 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2$$

8. Резкое расширение:

$$\zeta_5 = \left(\frac{F_5}{F_4} - 1 \right)^2 = (4 - 1)^2 = 9; \quad c_2 = c_5;$$

$$\Delta p_{m5} = \zeta_5 \frac{\rho c_5^2}{2} = 5 \cdot \frac{1000 \cdot (0,636)^2}{2} = 1820 \text{ н/м}^2.$$

9. Потери в пятой трубе:

$$c_3 = c_2; \quad \frac{d_5}{\Delta} = 667; \quad \text{Re}_1 = 0,97 \cdot 10^5; \quad \lambda_5 = \lambda_2 = 0,0220;$$

$$\Delta p_{r5} = 0,0220 \frac{20}{0,2} \cdot \frac{1000 (0,636)^2}{2} = 456 \text{ н/м}^2$$

10. Расчет сложной части трубопровода:

$$\dot{Q}_6 + \dot{Q}_7 = \dot{Q}; \quad \dot{Q} = c_6 F_6 + c_7 F_7; \quad \Delta p_6 = \Delta p_7;$$

$$\lambda_6 \frac{l_6}{d_6} \frac{\rho c_6^2}{2} + \zeta_6 \frac{\rho c_6^2}{2} + \zeta_{\text{вых}} \frac{\rho c_6^2}{2} = \lambda_7 \frac{l_7}{d_7} \frac{\rho c_7^2}{2} + \zeta_7 \frac{\rho c_7^2}{2} + \zeta_{\text{вых}} \frac{\rho c_7^2}{2}$$

Обозначим

$$\zeta_8 = \lambda_6 \frac{l_6}{d_6} + \zeta_6 + \zeta_{\text{вых}}; \quad \zeta_9 = \lambda_7 \frac{l_7}{d_7} + \zeta_7 + \zeta_{\text{вых}};$$

тогда

$$\zeta_8 c_6^2 = \zeta_9 c_7^2; \quad c_7 = c_6 \sqrt{\frac{\zeta_8}{\zeta_9}};$$

$$\dot{Q} = c_6 \left(F_6 + \sqrt{\frac{\zeta_8}{\zeta_9}} F_7 \right); \quad c_6 = \frac{\dot{Q}}{F_6 + \sqrt{\frac{\zeta_8}{\zeta_9}} F_7}$$

Как видно из предыдущих расчетов, течение в трубе происходит в области квадратичного закона. Поэтому предположим, что и в обеих ветвях течение удовлетворяет квадратичному закону сопротивления. В дальнейшем это необходимо проверить. Таким образом,

$$\frac{d_6}{\Delta} = 500; \quad \lambda_6 = 0,0234; \quad \zeta_6 = 2,4; \quad \zeta_{\text{вых}} = 1,0;$$

$$\zeta_8 = 0,0234 \frac{10}{0,15} + 2,4 + 1,0 = 4,96;$$

$$\frac{d_7}{\Delta} = 333; \lambda_7 = 0,0265; \zeta_7 = 2,6; \zeta_{\text{вых}} = 1,0;$$

$$\zeta_9 = 0,0265 \frac{15}{0,1} + 2,6 + 1,0 = 7,57;$$

$$c_6 = \frac{4 \cdot 0,02}{\pi \cdot 10^{-2} \left(2,25 + \frac{4,96}{7,57} \right)} = 0,84 \text{ м/сек};$$

$$\Delta p_6 = \zeta_8 \frac{\rho c_6^2}{2} = 4,94 \cdot \frac{1000(0,84)^2}{2} = 1750 \text{ н/м}^2$$

$$\Delta p_6 = \Delta p_7 = 1750 \text{ н/м}^2$$

11. Потери давления:

а) местные

$$\Delta p_{\text{м}} = 101 + 303 + 1200 + 8640 + 1820 = 12064 \text{ н/м}^2;$$

б) в трубах

$$\Delta p_{\text{т}} = 4560 + 456 + 3400 + 456 + 1750 = 10622 \text{ н/м}^2;$$

в) за счет разности геометрических высот

$$\Delta p_z = \rho g \Delta z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 10 = 98100 \text{ н/м}^2;$$

12. Полные потери в трубопроводе

$$\Delta p_{\text{п}} = \Delta p_z + \Delta p_{\text{м}} + \Delta p_{\text{т}} = 98100 + 10622 + 12064 = 120800 \text{ н/м}^2;$$

13. Требуемая мощность электродвигателя

$$N = \Delta p_{\text{п}} \dot{Q} = 120800 \cdot 0,02 = 2416 \text{ Вт} = 2,42 \text{ кВт}.$$

Задание выдается преподавателем с указанием номера схемы из табл. 1.3 и основных размеров из табл. 1.4.

Рекомендуемый расход и интервал его изменения приведены в конце табл. 1.4. Кроме того, преподаватель в соответствии с табл. 1.1 указывает материал трубопровода и рабочее тело (вода, газ).

Таблица 1.4

№	M																				
	z_1	z_2	l_1	d_1	l_2	d_2	l_3	d_3	l_4	d_4	l_5	d_5	l_6	d_6	l_7	d_7	l_8	d_8	l_9	d_9	
1	-5	5	200	0,2	20	0,2	20	0,1	20	0,1	20	0,2	10	0,15	15	0,10	—	—	—	—	
2	-5	5	200	0,15	40	0,15	40	0,20	40	0,20	40	0,15	15	0,18	20	0,10	—	—	—	—	
3	-3	3	100	0,15	40	0,15	60	0,15	60	0,20	40	0,10	30	0,18	40	0,12	—	—	—	—	
4	-6	5	120	0,15	60	0,15	40	0,15	70	0,12	60	0,15	40	0,15	40	0,12	—	—	—	—	
5	-5	5	200	0,20	40	0,20	40	0,15	30	0,12	60	0,18	60	0,15	40	0,20	30	0,20	—	—	
6	-6	4	100	0,20	40	0,20	40	0,15	30	0,12	20	0,20	60	0,20	60	0,15	60	0,18	—	—	
7	-6	5	150	0,20	40	0,20	60	0,20	30	0,12	40	0,10	60	0,15	40	0,12	60	0,15	70	0,15	
8	-6	2	150	0,20	60	0,20	120	0,15	30	0,15	30	0,20	30	0,20	30	0,15	60	0,20	60	0,20	
9	-6	2	100	0,20	40	0,20	120	0,15	30	0,15	40	0,20	40	0,20	40	0,15	100	0,20	50	0,20	
10	-6	4	200	0,20	60	0,20	150	0,15	100	0,12	40	0,10	60	0,15	70	0,12	100	0,12	50	0,10	

Примечание. Рекомендуемые расходы: вода — $0,01 \div 0,055$ (0,005) м³/сек; газ — $0,1 \div 2,55$ (0,05) м³/сек.

ЛИТЕРАТУРА

- Теплотехнический справочник, т. I. Госэнергоиздат, 1957.
Справочник машиностроителя, т. II. Машгиз, 1956.
С. С. Кутателадзе, В. М. Боришанский. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
И. Е. Идельчик. Гидравлические сопротивления. Госэнергоиздат, 1954.

РГР №2

Движение газового потока в сопле Лавала

Каналы с суживающейся входной и расширяющейся выходной частью широко применяются в технике. Если они предназначены для преобразования дозвукового потока в сверхзвуковой, то называются соплами Лавала. Заставив газ протекать под действием достаточно большого перепада давлений сначала через суживающийся, а затем через расширяющийся канал, можно осуществить течение с непрерывно возрастающей скоростью и достигнуть на выходе из сопла скорости истечения больше скорости звука в этом же выходном сечении. В зависимости от соотношения между начальным давлением газа p_1 и давлением p' внешней среды, в которую происходит истечение, т. е. от величины перепада давлений $p_1 - p'$, в сопле возможны различные режимы течения.

Режим непрерывного течения, характеризующийся сверхзвуковой скоростью истечения и равенством внешнего давления p' и давления p_2 в выходном сечении сопла, называется расчетным. Если уменьшить внешнее давление p' по сравнению с расчетным давлением p_2 , то движение газа в сопле не изменится, но выходящая из сопла струя начнет пульсировать. В отличие от всех других случаев давление в выходном сечении сопла при этом больше внешнего давления и имеет независимо от внешнего давления постоянное значение p_2 .

Различают два типа нерасчетного режима. При первом из них струя газа в том месте, где давление газа становится равным внешнему давлению p' , отрывается от стенок сопла и выходит в виде цилиндрической струи. При втором режиме, который наблюдается в соплах с небольшим углом раствора расширяющейся части ($10-12^\circ$), струя не отрывается от стенок сопла. Однако при повышении давления возникают косые скачки уплотнения сначала за выходным сечением сопла, а затем при более высоком давлении среды происходит прямой скачок уплотнения внутри расширяющейся части сопла. В сечении, где возникает скачок, давление и плотность газа возрастают на конечную величину, а скорость газа скачкообразно уменьшается, переходя от сверхзвуковой в дозвуковую. После прямого скачка уплотнения скорость течения вдоль сопла убывает, а давление газа возрастает, принимая в выходном сечении значение, равное внешнему давлению. Все эти режимы течения имеют только теоретическое значение, так как в действительных соплах всегда имеется трение, а также скачки уплотнения (в сверхзвуковой части сопла), которые нарушают изэнтропический характер течения.

При отсутствии теплообмена газа с внешней средой и необратимых потерь механической энергии между параметрами газа существует зависимость

$$P = \frac{p_1}{\rho_1^{\kappa}} \rho^{\kappa} \quad (1)$$

представляющая собой уравнение изэнтропической адиабаты. Для одноатомных газов $\kappa = 1,66$; для двухатомных (воздух) $\kappa = 1,40$ и для многоатомных $\kappa = 1,33$.

Характеристикой энергетического состояния газа является скорость звука в нем. Под скоростью звука в газовой динамике понимают скорость распространения в газе слабых возмущений. Скорость звука можно вычислить по формулам:

$$a = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}; \quad a = \sqrt{\kappa R T}; \quad R = \frac{8310}{\mu} \quad \text{дж/кг} \cdot \text{град}. \quad (2)$$

Важнейшим газодинамическим параметром является число Маха $M = \frac{a}{c}$ — отношение скорости движения газа к местной скорости звука в нем.

В расчете одномерных адиабатических течений идеального газа главную роль играет уравнение сохранения энергии

$$\frac{c^2}{2} + i = i^* \quad (3)$$

где i — энтальпия, дж/кг,

$$i = \frac{a^2}{\kappa - 1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{\kappa R T}{\kappa - 1} \quad (4)$$

i^* — энтальпия газа в заторможенном состоянии.

Полную энергию энергетически изолированного газа характеризует максимальная теоретическая скорость течения c_{max} :

$$c_{max} = \sqrt{2i^*} = \sqrt{\frac{2\kappa R T^*}{\kappa - 1}}. \quad (5)$$

Для изэнтропических процессов уравнение (3) можно записать в эквивалентных формах:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T^*}{T} &= 1 + \frac{k-1}{2} M^2; \quad \frac{p^*}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \\ \frac{\rho^*}{\rho} &= \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Если скорость движения газа и местная скорость звука в газе совпадают по величине, то обе скорости называются критическими

$$c_{кр} = a_{кр} \quad (7)$$

Критическая скорость звука (или критическая скорость) может быть выражена через параметры торможения газа.

В частности,

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2kRT^*}{k+1}}. \quad (8)$$

Параметры газа, скорость движения которого равна по величине местной скорости звука в газе, называются критическими параметрами.

Критическим параметрам соответствует число $M = 1$. Из формул (6) вытекает:

$$T_{кр} = \frac{2}{k+1} T^*; \quad p_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} p^*; \quad \rho_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho^* \quad (9)$$

Уравнение энергии применяется также в одной из следующих форм:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{T}{T^*} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2; \\ \pi &= \frac{p}{p^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \varepsilon = \frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\lambda = \frac{c}{a_{кр}}$ – коэффициент скорости; τ, π и ε – газодинамические функции (табл. 2.1).

При решении многих задач пользоваться коэффициентом скорости λ удобнее, чем числом M . Между числом λ и числом M имеется следующая связь:

$$\lambda^2 = \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}. \quad (11)$$

Таблица 2.1

λ	τ	π	ε	q	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9999	0,0158	0,0091
0,02	0,9999	0,9998	0,9998	0,0315	0,0183
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0473	0,0274
0,04	0,9997	0,9990	0,9993	0,0631	0,0365
0,05	0,9996	0,9986	0,9990	0,0788	0,0457
0,06	0,9994	0,9979	0,9985	0,0945	0,0548
0,07	0,9992	0,9971	0,9979	0,1102	0,0639
0,08	0,9989	0,9963	0,9974	0,1259	0,0731
0,09	0,9987	0,9953	0,9967	0,1415	0,0822
0,10	0,9983	0,9942	0,9959	0,1571	0,0914
0,11	0,9980	0,9929	0,9949	0,1726	0,1005
0,12	0,9976	0,9916	0,9940	0,1882	0,1097
0,13	0,9972	0,9901	0,9929	0,2036	0,1190
0,14	0,9967	0,9886	0,9918	0,2190	0,1280
0,15	0,9963	0,9870	0,9907	0,2344	0,1372
0,16	0,9957	0,9851	0,9893	0,2497	0,1460
0,17	0,9952	0,9832	0,9880	0,2649	0,1560
0,18	0,9946	0,9812	0,9866	0,2801	0,1650
0,19	0,9940	0,9791	0,9850	0,2952	0,1740
0,20	0,9933	0,9768	0,9834	0,3102	0,1830
0,21	0,9927	0,9745	0,9817	0,3252	0,1920
0,22	0,9919	0,9720	0,9799	0,3401	0,2020
0,23	0,9912	0,9695	0,9781	0,3549	0,2109
0,24	0,9904	0,9668	0,9762	0,3696	0,2202
0,25	0,9896	0,9640	0,9742	0,3842	0,2290
0,26	0,9887	0,9611	0,9721	0,3987	0,2387
0,27	0,9879	0,9581	0,9699	0,4131	0,2480
0,28	0,9869	0,9550	0,9677	0,4274	0,2573
0,29	0,9860	0,9518	0,9653	0,4416	0,2670
0,30	0,9850	0,9485	0,9630	0,4557	0,2760
0,31	0,9840	0,9451	0,9605	0,4697	0,2850
0,32	0,9829	0,9415	0,9579	0,4835	0,2947
0,33	0,9819	0,9379	0,9552	0,4972	0,3040
0,34	0,9807	0,9342	0,9525	0,5109	0,3134
0,35	0,9796	0,9303	0,9497	0,5243	0,3228
0,36	0,9784	0,9265	0,9469	0,5377	0,3322
0,37	0,9772	0,9224	0,9439	0,5509	0,3417
0,38	0,9759	0,9183	0,9409	0,5640	0,3511
0,39	0,9747	0,9141	0,9378	0,5769	0,3606
0,40	0,9733	0,9097	0,9346	0,5897	0,3701
0,41	0,9720	0,9053	0,9314	0,6054	0,3796
0,42	0,9706	0,9008	0,9281	0,6149	0,3892
0,43	0,9692	0,8962	0,9247	0,6272	0,3987
0,44	0,9677	0,8915	0,9212	0,6394	0,4083
0,45	0,9663	0,8868	0,9178	0,6515	0,4179
0,46	0,9647	0,8819	0,9142	0,6633	0,4275
0,47	0,9632	0,8770	0,9105	0,6750	0,4372
0,48	0,9616	0,8719	0,9067	0,6865	0,4468
0,49	0,9600	0,8668	0,9029	0,6979	0,4565
0,50	0,9583	0,8616	0,8991	0,7091	0,4663

λ	τ	π	ε	q	M
0,51	0,9567	0,8563	0,8951	0,7201	0,4760
0,52	0,9549	0,8509	0,8911	0,7309	0,4858
0,53	0,9532	0,8455	0,8871	0,7419	0,4956
0,54	0,9514	0,8400	0,8829	0,7520	0,5054
0,55	0,9496	0,8344	0,8787	0,7623	0,5152
0,56	0,9477	0,8287	0,8744	0,7724	0,5251
0,57	0,9459	0,8230	0,8701	0,7823	0,5360
0,58	0,9439	0,8172	0,8657	0,7920	0,5450
0,59	0,9420	0,8112	0,8612	0,8015	0,5549
0,60	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	0,5649
0,61	0,9380	0,7992	0,8521	0,8198	0,5750
0,62	0,9359	0,7932	0,8475	0,8288	0,5850
0,63	0,9339	0,7870	0,8428	0,8375	0,5951
0,64	0,9317	0,7808	0,8350	0,8459	0,6053
0,65	0,9296	0,7745	0,8332	0,8543	0,6154
0,66	0,9274	0,7681	0,8283	0,8623	0,6256
0,67	0,9252	0,7617	0,8233	0,8701	0,6359
0,68	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	0,6461
0,69	0,9207	0,7488	0,8133	0,8852	0,6565
0,70	0,9183	0,7422	0,8082	0,8924	0,6668
0,71	0,9160	0,7356	0,8030	0,8993	0,6772
0,72	0,9136	0,7289	0,7978	0,9061	0,6876
0,73	0,9112	0,7221	0,7925	0,9126	0,6981
0,74	0,9087	0,7154	0,7872	0,9189	0,7086
0,75	0,9063	0,7086	0,7819	0,9250	0,7192
0,76	0,9037	0,7017	0,7764	0,9308	0,7298
0,77	0,9012	0,6948	0,7710	0,9364	0,7404
0,78	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	0,7511
0,79	0,8960	0,6809	0,7599	0,9469	0,7619
0,80	0,8933	0,6738	0,7543	0,9518	0,7727
0,81	0,8907	0,6668	0,7486	0,9565	0,7835
0,82	0,8879	0,6597	0,7429	0,9610	0,7944
0,83	0,8852	0,6526	0,7372	0,9652	0,8053
0,84	0,8824	0,6454	0,7314	0,9691	0,8163
0,85	0,8796	0,6382	0,7256	0,9729	0,8274
0,86	0,8767	0,6310	0,7197	0,9764	0,8384
0,87	0,8739	0,6238	0,7138	0,9796	0,8496
0,88	0,8709	0,6165	0,7079	0,9826	0,8608
0,89	0,8680	0,6092	0,7019	0,9854	0,8721
0,90	0,8650	0,6019	0,6959	0,9879	0,8833
0,91	0,8620	0,5946	0,6898	0,9902	0,8947
0,92	0,8589	0,5873	0,6838	0,9923	0,9062
0,93	0,8559	0,5800	0,6776	0,9941	0,9177
0,94	0,8527	0,5726	0,6715	0,9957	0,9292
0,95	0,8496	0,5653	0,6653	0,9970	0,9409
0,96	0,8464	0,5579	0,6591	0,9981	0,9526
0,97	0,8432	0,5505	0,6528	0,9989	0,9644
0,98	0,8399	0,5431	0,6466	0,9993	0,9761
0,99	0,8367	0,5357	0,6403	0,9999	0,9880
1,00	0,8333	0,5283	0,6340	1,0000	1,0000

λ	τ	π	ε	q	M
1,01	0,8300	0,5209	0,6276	0,9999	1,0120
1,02	0,8266	0,5135	0,6212	0,9995	1,0241
1,03	0,8232	0,5061	0,6148	0,9989	1,0363
1,04	0,8197	0,4987	0,6084	0,9980	1,0486
1,05	0,8163	0,4913	0,6019	0,9969	1,0609
1,06	0,8127	0,4840	0,5955	0,9957	1,0733
1,07	0,8092	0,4766	0,5890	0,9941	1,0858
1,08	0,8056	0,4693	0,5826	0,9924	1,0985
1,09	0,8020	0,4619	0,5760	0,9903	1,1111
1,10	0,7983	0,4546	0,5694	0,9880	1,1239
1,11	0,7947	0,4473	0,5629	0,9856	1,1367
1,12	0,7909	0,4400	0,5564	0,9829	1,1496
1,13	0,7872	0,4328	0,5498	0,9800	1,1627
1,14	0,7834	0,4255	0,5432	0,9768	1,1758
1,15	0,7796	0,4184	0,5366	0,9735	1,1890
1,16	0,7757	0,4111	0,5300	0,9698	1,2023
1,17	0,7719	0,4040	0,5243	0,9659	1,2157
1,18	0,7679	0,3969	0,5168	0,9620	1,2292
1,19	0,7640	0,3898	0,5102	0,9577	1,2428
1,20	0,7600	0,3827	0,5035	0,9513	1,2566
1,21	0,7560	0,3757	0,4969	0,9484	1,2708
1,22	0,7519	0,3687	0,4903	0,9435	1,2843
1,23	0,7478	0,3617	0,4837	0,9384	1,2974
1,24	0,7437	0,3548	0,4770	0,9331	1,3126
1,25	0,7396	0,3479	0,4704	0,9275	1,3268
1,26	0,7354	0,3411	0,4638	0,9217	1,3413
1,27	0,7312	0,3343	0,4572	0,9159	1,3558
1,28	0,7269	0,3275	0,4505	0,9096	1,3705
1,29	0,7227	0,3208	0,4439	0,9033	1,3853
1,30	0,7183	0,3142	0,4374	0,8969	1,4002
1,31	0,7140	0,3075	0,4307	0,8901	1,4153
1,32	0,7096	0,3010	0,4241	0,8831	1,4305
1,33	0,7052	0,2945	0,4176	0,8701	1,4458
1,34	0,7007	0,2880	0,4110	0,8688	1,4613
1,35	0,6962	0,2816	0,4045	0,8614	1,4769
1,36	0,6917	0,2753	0,3980	0,8538	1,4927
1,37	0,6872	0,2690	0,3914	0,8459	1,5087
1,38	0,6826	0,2628	0,3850	0,8380	1,5248
1,39	0,6780	0,2566	0,3785	0,8299	1,5410
1,40	0,6733	0,2505	0,3720	0,8216	1,5575
1,41	0,6687	0,2445	0,3656	0,8131	1,5741
1,42	0,6639	0,2385	0,3592	0,8046	1,5909
1,43	0,6592	0,2326	0,3528	0,7958	1,6078
1,44	0,6544	0,2267	0,3464	0,7869	1,6250
1,45	0,6496	0,2209	0,3401	0,7778	1,6423
1,46	0,6447	0,2152	0,3338	0,7687	1,6598
1,47	0,6398	0,2095	0,3275	0,7593	1,6776
1,48	0,6349	0,2040	0,3212	0,7499	1,6955
1,49	0,6300	0,1985	0,3150	0,7404	1,7137
1,50	0,6250	0,1930	0,3088	0,7307	1,7321

λ	τ	π	ε	q	M
1,51	0,6200	0,1876	0,3027	0,7209	1,7506
1,52	0,6149	0,1824	0,2965	0,7110	1,7694
1,53	0,6099	0,1771	0,2904	0,7009	1,7885
1,54	0,6047	0,1720	0,2844	0,6909	1,8078
1,55	0,5996	0,1669	0,2784	0,6807	1,8273
1,56	0,5944	0,1619	0,2724	0,6703	1,8471
1,57	0,5892	0,1570	0,2665	0,6599	1,8672
1,58	0,5839	0,1522	0,2606	0,6494	1,8875
1,59	0,5786	0,1474	0,2547	0,6389	1,9081
1,60	0,5733	0,1427	0,2489	0,6282	1,9290
1,61	0,5680	0,1381	0,2431	0,6175	1,9501
1,62	0,5626	0,1336	0,2374	0,6067	1,9716
1,63	0,5572	0,1291	0,2317	0,5958	1,9934
1,64	0,5517	0,1248	0,2261	0,5850	2,0155
1,65	0,5443	0,1205	0,2205	0,5740	2,0380
1,66	0,5407	0,1163	0,2150	0,5630	2,0607
1,67	0,5352	0,1121	0,2095	0,5520	2,0839
1,68	0,5296	0,1081	0,2041	0,5409	2,1073
1,69	0,5240	0,1041	0,1988	0,5298	2,1313
1,70	0,5183	0,1003	0,1934	0,5187	2,1555
1,71	0,5126	0,0965	0,1881	0,5075	2,1802
1,72	0,5069	0,0928	0,1830	0,4965	2,2053
1,73	0,5012	0,0891	0,1778	0,4852	2,2308
1,74	0,4954	0,0856	0,1727	0,4741	2,2567
1,75	0,4896	0,0821	0,1677	0,4630	2,2831
1,76	0,4837	0,0787	0,1629	0,4520	2,3100
1,77	0,4779	0,0754	0,1578	0,4407	2,3374
1,78	0,4719	0,0722	0,1530	0,4296	2,3653
1,79	0,4660	0,0691	0,1482	0,4185	2,3957
1,80	0,4600	0,0660	0,1435	0,4075	2,4227
1,81	0,4540	0,0630	0,1389	0,3969	2,4523
1,82	0,4479	0,0602	0,1343	0,3855	2,4824
1,83	0,4418	0,0573	0,1298	0,3746	2,5132
1,84	0,4357	0,0546	0,1253	0,3638	2,5449
1,85	0,4296	0,0520	0,1210	0,3530	2,5766
1,86	0,4234	0,0494	0,1167	0,3423	2,6094
1,87	0,4172	0,0469	0,1124	0,3316	2,6429
1,88	0,4109	0,0445	0,1083	0,3211	2,6772
1,89	0,4047	0,0422	0,1042	0,3105	2,7123
1,90	0,3983	0,0399	0,1002	0,3002	2,7481
1,91	0,3920	0,0377	0,0962	0,2898	2,7849
1,92	0,3856	0,0356	0,0923	0,2797	2,8225
1,93	0,3792	0,0336	0,0885	0,2695	2,8612
1,94	0,3727	0,0316	0,0848	0,2596	2,9007
1,95	0,3662	0,0297	0,0812	0,2497	2,9414
1,96	0,3597	0,0279	0,0776	0,2400	2,9831
1,97	0,3532	0,0262	0,0741	0,2304	3,0301
1,98	0,3466	0,0245	0,0707	0,2209	3,0701
1,99	0,3400	0,0229	0,0674	0,2116	3,1155
2,00	0,3333	0,0214	0,0642	0,2024	3,1622

λ	τ	π	ε	q	M
2,01	0,3267	0,0199	0,0610	0,1934	3,2104
2,02	0,3199	0,0185	0,0579	0,1845	3,2603
2,03	0,3132	0,0172	0,0549	0,1758	3,3113
2,04	0,3064	0,0159	0,0520	0,1672	3,3642
2,05	0,2936	0,0147	0,0491	0,1588	3,4190
2,06	0,2927	0,0136	0,0464	0,1507	3,4759
2,07	0,2859	0,0125	0,0437	0,1427	3,5343
2,08	0,2789	0,0115	0,0411	0,1348	3,5951
2,09	0,2720	0,0105	0,0386	0,1272	3,6583
2,10	0,2650	0,0096	0,0361	0,1198	3,7240
2,11	0,2580	0,0087	0,0338	0,1125	3,7922
2,12	0,2509	0,0079	0,0315	0,1055	3,8633
2,13	0,2439	0,0072	0,0294	0,0986	3,9376
2,14	0,2367	0,0065	0,0273	0,0921	4,0150
2,15	0,2296	0,0058	0,0253	0,0857	4,0961
2,16	0,2224	0,0052	0,0233	0,0795	4,1791
2,17	0,2152	0,0046	0,0215	0,0735	4,2702
2,18	0,2079	0,0041	0,0197	0,0678	4,3642
2,19	0,2006	0,0036	0,0180	0,0623	4,4633
2,20	0,1933	0,0032	0,0164	0,0570	4,5674
2,21	0,1860	0,0028	0,0149	0,0520	4,6778
2,22	0,1786	0,0024	0,0135	0,0472	4,7954
2,23	0,1712	0,0021	0,0121	0,0427	4,9201
2,24	0,1637	0,0018	0,0116	0,0408	5,0533
2,25	0,1563	0,00151	0,00966	0,0343	5,1958
2,26	0,1487	0,00127	0,00813	0,0290	5,3494
2,27	0,1412	0,00106	0,00749	0,0268	5,5147
2,28	0,1336	0,00087	0,00652	0,0234	5,6940
2,29	0,1260	0,00071	0,00564	0,0204	5,8891
2,30	0,1183	0,00057	0,00482	0,0175	6,1033
2,31	0,1106	0,00045	0,00407	0,0148	6,3399
2,32	0,1029	0,00035	0,00400	0,0124	6,6008
2,33	0,0952	0,00027	0,00280	0,0103	6,8935
2,34	0,0874	0,00020	0,00226	0,0083	7,2254
2,35	0,0796	0,00014	0,00170	0,0063	7,6053
2,36	0,0717	$0,988 \cdot 10^{-4}$	0,00138	0,0051	8,0450
2,37	0,0638	$0,657 \cdot 10^{-4}$	0,00103	0,0038	8,5619
2,38	0,0559	$0,413 \cdot 10^{-4}$	0,00078	0,0028	9,1882
2,39	0,0480	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00050	0,0019	9,9624
2,40	0,0400	$0,128 \cdot 10^{-4}$	0,00032	0,0012	10,957
2,41	0,0320	$0,584 \cdot 10^{-5}$	0,00018	0,0007	12,306
2,42	0,0239	$0,211 \cdot 10^{-5}$	$1,884 \cdot 10^{-4}$	0,0003	14,287
2,43	0,0158	$0,499 \cdot 10^{-6}$	$0,315 \cdot 10^{-4}$	0,0001	17,631
2,44	0,0077	$0,316 \cdot 10^{-6}$	$0,410 \cdot 10^{-5}$	$0,058 \cdot 10^{-4}$	25,367
2,449	0	0	0	0	∞

При подсчете секундного расхода газа через сопло удобно пользоваться функцией $q(M)$ — приведенным секундным расходом:

$$q = \frac{\rho c}{\rho_{кр} a_{кр}} = \frac{F_{кр}}{F}, \quad (12)$$

где $F_{кр}$ — площадь критического сечения сопла; F — площадь сечения, в котором достигается скорость c ;

$$q = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} M \left(1 - \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}$$

или

$$q = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \lambda \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (13)$$

Значения $q(M)$ и $q(\lambda)$ приведены в табл. 2.1.

Приведенный секунднй расход выражается также через отношение давлений π :

$$q = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \sqrt{\pi^{\frac{2}{\kappa}} - \pi^{\frac{\kappa+1}{2}}}. \quad (14)$$

Массовый расход газа, который во всех сечениях сопла один и тот же, выразится следующим образом:

$$\dot{m} = \rho_2 F_2 c_2 \quad (15)$$

При истечении газа через сужающееся сопло (конфузорное) секунднй массовый расход рассчитывается по формуле

$$\dot{m} = B_m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} F q(\lambda) \quad (16)$$

когда $p_2/p^* > p_{кр}/p^*$, и по формуле

$$\dot{m} = B_m \frac{p^*}{\sqrt{T^*}} F \quad (17)$$

когда $p_2/p^* \leq p_{кр}/p^*$.

В формулах (16) и (17) F — площадь выходного сечения сопла; постоянная

$$B_m = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \frac{1}{\sqrt{R}}};$$

$$B_m = 0,0405 \text{ при } \kappa=1,4; R=287 \text{ дж/кг}\cdot\text{град}$$

Сопло Лаваля также можно рассчитать по формулам (16) и (17). В формуле (16) положим $F=F_2$. Далее для $M<1$ из табл. 2.1 определяем

безразмерное давление π_{1D} , соответствующее величине F_{min}/F_2 данного сопла. Если $p_2/p^* < \pi_{1D}$; то в формулу необходимо подставить значение $q = F_{min}/F_2$. Это равносильно применению формулы (17), в которой условие p_2/p_0^* означает, что в горле сопла скорость звуковая.

В случае $p_2/p_0^* > \pi_{1D}$ величину q в формуле (16) определяем не отношением F_{min}/F_2 , а из табл. 2.1 или по формуле (14).

Постоянство массового расхода $\dot{m}$ при сверхзвуковом истечении из сопла физически объясняется тем, что изменение внешнего давления $p_{вн}$ распространяется, как всякое возмущение, со скоростью звука; в то же время скорость на выходе c_2 в данном случае больше скорости звука. Поэтому возмущения не в состоянии распространиться внутрь сопла: они все сносятся потоком наружу. В силу этого давление на выходе p_2 только при дозвуковой скорости истечения c_2 будет равно внешнему давлению $p_{вн}$. При сверхзвуковом же истечении p_2 должно быть независимо от $p_{вн}$ и связано с площадью выходного сечения F_2 определенной зависимостью. Именно этим и объясняется, что формула (16) верна и для сверхзвукового истечения. Различие в ее применении состоит только в том, что в случае дозвукового истечения ($c_2 < a$) $p_2 = p_{вн}$ и не зависит от F_2 ; в случае же сверхзвукового истечения ($c_2 > a$) $p_2 \neq p_{вн}$ и не зависит от F_2 . Поэтому в последнем случае при заданном F_2 расход $\dot{m}$ остается неизменным (не зависящим от $p_{вн}$).

Выбор формы профиля сопла должен обеспечивать наименьшие потери механической энергии при течении газа с трением. Задача эта достаточно сложная и до настоящего времени еще не решенная. В рассматриваемом случае идеального течения рекомендуется профилирование сопла следующим образом. Дозвуковая часть сопла (от входного до критического сечения) профилируется по формуле Витошинского

$$d = \frac{d_k}{\sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{F_k}{F_1} \right)^{\left(1 - \frac{3l^2}{a^2} \right)^2} \right]^{\frac{l^2}{\left(1 + \frac{l^2}{a^2} \right)^3}}} } \quad (18)$$

где l — координата вдоль оси сопла; d — текущий диаметр сопла; d_0 — диаметр входного сечения; d_k — диаметр критического сечения сопла; a — некоторый параметр, выбираемый так, чтобы длина рассматриваемого участка сопла находилась с параметром a в соотношении

$$l'_c = \frac{a}{\sqrt{3}} = 2d_k, \quad (19)$$

где l'_c — длина сужающейся части сопла.

Сверхзвуковая, расширяющаяся часть сопла профилируется по линейному закону и представляет собой усеченный конус, в котором угол между образующей и осью конуса рекомендуется не более 6° для отсутствия отрыва. Величина диаметра в этом случае находится по общеизвестной формуле

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} \quad (20)$$

В дальнейших расчетах предполагается, что начальные параметры газа (параметры перед соплом) остаются неизменными и возникновение скачков определяется изменением параметров среды (давления среды), куда происходит истечение газа из сопла.

При постоянном давлении перед соплом положение скачка уплотнения будет зависеть от противодавления среды. Задаваясь различными противодавлениями, можно получить режимы течения газа в сопле с различными положениями скачка уплотнения в расширяющейся части сопла. Однако для простоты вычислений удобнее решать обратную задачу, т. е. определять величины противодавлений при различных местоположениях скачка. Выбираем сечение F_c , в котором расположен скачок уплотнения. Поскольку течение газа в сопле до скачка не меняется, то параметры в сечениях до скачка остаются теми же, что при расчетном режиме работы сопла. Параметры за скачком будем обозначать штрихом. Поскольку фронт скачка очень узок, то оба сечения отвечают одному и тому же месту в сопле. Скорость за скачком можно вычислить из основного соотношения теории прямого скачка

$$\lambda_c \lambda'_c = 1 \quad (21)$$

Температура торможения за скачком остается такой же, как и перед скачком, и равной T_c^* , вследствие того, что температура торможения пропорциональна энтальпии торможения, которая в теплоизолированных процессах не меняется. Давление торможения за скачком уплотнения уменьшается. Действительно, если температура торможения характеризует запас полной энергии потока, который в изолированном течении не изменяется, то давление торможения характеризует запас механической энергии газа. При переходе через скачок уплотнения часть механической энергии газа необратимо теряется и идет на нагрев газа, поэтому давление торможения за скачком оказывается меньшим. Определить его можно по уравнению (16), которое преобразуется к виду

$$\sigma = \frac{p_c^{*'}}{p_c^*} = \frac{q(\lambda_c)}{q(\lambda'_c)} = \frac{q(\lambda_c)}{q(\frac{1}{\lambda_c})} = \frac{\rho_c^{*'}}{\rho_c^*} \quad (22)$$

Для расчета остальных параметров используются формулы (10). Некоторое упрощение вычислений имеет место лишь при положении скачка уплотнений в критическом сечении. Как известно, по мере продвижения скачка уплотнения в глубь сопла интенсивность его ослабевает, и при критическом сечении скачок уплотнения перерождается в слабую волну возмущения, т. е. исчезает. В этом случае $p_c^{*'} = p_c^*$, и после плавного нарастания скорости в суживающейся части сопла имеет место плавное торможение газа в его расширяющейся части.

Методику расчета сопла можно представить следующим образом. Предположим, что заданы параметры:

- 1) начальное давление рабочего тела p_1 , ат;
- 2) начальная температура T_1 , °K;
- 3) начальная скорость c_1 , м/сек;

- 4) массовый расход рабочего тела $\dot{m}$, кг/сек;
- 5) давление в выходном сечении сопла p_2 , ат;
- 6) угол между образующими конуса в расширяющейся части сопла φ° ;
- 7) рабочее тело—двухатомный газ с $k = 1,4$.

Требуется:

1. Рассчитать параметры торможения.
2. Определить основные параметры в характерных сечениях сопла (входное, критическое и выходное).
3. Рассчитать общую длину сопла.
4. В сужающейся части сопла разбить его длину на пять интервалов, примерно равных. Два последних интервала (ближних к минимальному сечению) разбить пополам. Во всех этих точках по формуле (18) определить профиль сопла, из табл. 2.1 — газодинамические функции и изменение основных параметров по длине. Результаты расчетов свести в табл. 2.2.
5. В сверхзвуковой части сопла разбить перепад по давлению между $p_{кр}$ и p_2 так, чтобы получить не менее пяти промежуточных точек. По табл. 2.1 в промежуточных точках найти газодинамические функции, рассчитать изменение основных параметров по длине. Все данные расположить в табл. 2.3.
6. Предположим, что в минимальном (критическом) сечении сопла имеет место скачок уплотнения. При этом в расширяющейся части сопла будет дозвуковое течение, хотя скорость звука достигается в критическом сечении. Профиль сопла оставим неизменным. Можно рассчитать $q(\lambda)$, а по ней все газодинамические функции. Так как при слабом скачке параметры торможения постоянны, нетрудно рассчитать основные параметры и их изменение по длине сопла. Результаты расчетов занести в табл. 2.4.
7. Предположим, что скачок имеет место в одном из сечений внутри сопла. Тогда по формуле (21) определяем коэффициент скорости λ'_c за скачком. По формуле (22) вычисляем параметры торможения до скачка и газодинамические функции. Удобнее располагать скачок в одном из сечений, которые имели место при расчете режима истечения газа из сопла. Скачки необходимо рассчитывать не менее чем в трех сечениях внутри сопла. Эффективные результаты дают расчеты примерно с третьего сечения (считая от критического). Результаты вычислений можно свести в табл. 2.4. Очевидно, что данная методика обратима и по ней нетрудно рассчитать сопло со скачком при заданном противодавлении на выходе из сопла.
8. По рассчитанным значениям в масштабе построить графики изменения d , F , p , ρ , T , c , M по длине сопла с расчетными и нерасчетными режимами истечения из сопла.

Таблица 2.2

[illegible]

Таблица 2.3

[illegible]

Таблица 2.4

[illegible]

Пример расчета

Задано: $p_1=33 \text{ ат}$; $T_1=1321^\circ\text{К}$; $c_1=100 \text{ м/сек}$; $\dot{m}=172 \text{ кг/сек}$; $p_2=3,6 \text{ ат}$; $\varphi=10^\circ$. Рабочее тело—воздух с показателем адиабаты $k=1,4$.

1. Скорость звука в начальном сечении:

$$a_1=\sqrt{kRT_1}; \quad a_1=\sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 1321}=729 \text{ м/сек.}$$

Число Маха на входе

$$M_1=\frac{c_1}{a_1}=\frac{100}{729}=0,1372.$$

Из табл. 2,1 находим:

$$\lambda_1=0,15; \tau_1=0,9963; \pi_1=0,9870; \varepsilon_1=0,9907; q(\lambda_1)=0,2344.$$

Следует обратить внимание на пользование таблицей 2.1. Таблица 2.1 составлена по λ с интервалом 0,01, но часто значения λ оказываются промежуточными, и тогда необходимо интерполировать все значения, принимая для простоты линейную интерполяцию. Однако это может значительно усложнить задания, и поэтому предлагается принимать ближайшее к имеющемуся в таблице значение.

Параметры торможения:

$$1. \quad T^*=\frac{T}{\tau}=\frac{1321}{0,9963}=1325^\circ\text{К}; \quad p^*=\frac{p}{\pi}=\frac{33}{0,9870}=33,45 \text{ ат};$$
$$\rho^*=\frac{8,52}{0,9907}=8,60 \text{ кг/м}^3;$$

$$a_{\text{кр}}=\sqrt{\frac{2k}{k+1}RT^*}=\sqrt{\frac{2,8}{2,4}287 \cdot 1325}=666 \text{ м/сек.}$$

2. Площадь входного сечения

$$F_1=\frac{\dot{m}\sqrt{T^*}}{p^*q(\lambda_1)B_m}=\frac{172\sqrt{1325}}{33,45 \cdot 10^4 \cdot 9,81 \cdot 0,0405 \cdot 0,2344}=0,201 \text{ м}^2$$

Диаметр входного сечения

$$d_1=\sqrt{\frac{4F_1}{\pi}}=\sqrt{\frac{4}{3,14} \cdot 0,201}=0,506 \text{ м}$$

Площадь критического сечения

$$F_{\text{кр}}=F_1q(\lambda_1)=0,201 \cdot 0,2344=0,0471 \text{ м}^2$$

$$d_{\text{кр}}=\sqrt{\frac{4F_{\text{кр}}}{\pi}}=\sqrt{\frac{4 \cdot 0,0471}{3,14}}=0,245 \text{ м.}$$

Газодинамические функции в выходной части сопла

$$\pi_2=\frac{p_2}{p^*}=\frac{3,6}{33,45}=0,1076$$

Остальные значения находим по таблице 2.1 при известном значении π_2 :

$$\lambda_2=1,68; \tau_2=0,5296; \varepsilon_2=0,2041; q(\lambda_2)=0,5409; M_2=2,1073$$

Площадь и диаметр выходного сечения сопла:

$$F_2 = \frac{F_{кр}}{q(\lambda_2)} = \frac{0,0471}{0,5409} = 0,0870 \text{ м}^2;$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0870}{3,14}} = 0,333 \text{ м}$$

3. Длина дозвуковой (сужающейся) части сопла

$$l'_c = 2d_{кр} = 0,490 \text{ м}$$

Длина сверхзвуковой части сопла

$$l''_c = \frac{d_2 - d_{кр}}{2tg\frac{\varphi}{2}} = \frac{0,333 - 0,245}{2 \cdot 0,0872} = 0,505 \text{ м}$$

Полная длина сопла

$$l_c = l'_c + l''_c = 0,995 \text{ м}$$

4. Сначала делим сужающуюся часть сопла по длине на пять примерно равных интервалов (0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,49 м). Два последних интервала делим еще пополам (0,35 и 0,45 м). По формуле (18) рассчитываем диаметр сопла в каждом из сечений и соответственно площадь поперечного сечения. Пользуясь формулой

$$F_i q(\lambda_i) = F_i + q(\lambda_{i+1}) \quad (23)$$

находим $q(\lambda_{i+1})$ и тем самым все газодинамические функции в последующем сечении. По значениям этих функций и параметрам торможения определяем основные параметры. Результаты расчетов сводим в табл. 2.5.

5. Сверхзвуковую часть сопла разбиваем на интервалы по давлению (в нашем случае удобно разбить на интервалы по 2 ат). По давлению в каждом сечении определяем $\pi_i = p_i / p^*$, а по нему остальные газодинамические функции и параметры. Располагая для удобства начало координат в критическом сечении, вычисляем $l_i = \frac{d_i - d_{кр}}{2tg\frac{\varphi}{2}}$. Результаты расчетов заносим в табл. 2.6.

6. Предположим, что скачок уплотнения находится в критическом сечении. Профиль сопла сохраним таким же, как и в расчетном режиме истечения. Сечения выбираем (только для удобства) такими же, как и при сверхзвуковом истечении с известным значением F_i в них. По формуле (23) можно найти $q(\lambda_i)$ (истечение за скачком дозвуковое), а следовательно, по табл. 2.1 и все газодинамические функции. Так как параметры торможения при таком истечении сохраняют постоянное значение, можно рассчитать изменение основных параметров по длине сопла (табл. 2.7).

Таблица 2.5

N	d_i м	F_i м ²	q (λ_i)	λ_i	τ_i	π_i	ϵ_i	M_i	T_i °К	p_i ат	ρ_i кг/м ³	c_i м/сек
1	0,506	0,201	0,2344	0,15	0,9963	0,9870	0,9907	0,1372	1321	33	8,52	100
2	0,430	0,1456	0,324	0,21	0,9927	0,9745	0,9817	0,1920	1315	32,6	8,44	140
3	0,331	0,0860	0,547	0,37	0,9772	0,9224	0,9439	0,3417	1295	30,9	8,12	247
4	0,275	0,0594	0,793	0,58	0,9439	0,8172	0,8657	0,5450	1250	27,35	7,45	386
5	0,260	0,0530	0,888	0,70	0,9183	0,7422	0,8082	0,6668	1216	24,85	6,95	466
6	0,251	0,0494	0,953	0,80	0,8933	0,6738	0,7543	0,7727	1183	22,56	6,48	533
7	0,246	0,0476	0,99	0,91	0,8620	0,5946	0,6898	0,8947	1143	19,9	5,94	606
8	0,245	0,0471	1,0	1,0	0,8333	0,5283	0,6340	1,0	1103	17,7	5,45	666

Таблица 2.6

N	p_i ат	π_i	λ_i	τ_i	ϵ_i	q (λ_i)	M_i	T_i °К	ρ_i кг/м ³	c_i м/сек	F_i м ²	d_i м	$d_i - d_{кр}$ м	l_i м
1	15	0,4486	1,11	0,7947	0,5629	0,9856	1,137	1054	4,84	739	0,0478	0,247	0,002	0,0115
2	13	0,3885	1,19	0,7640	0,5102	0,9577	1,243	1012	4,38	792	0,0492	0,2505	0,0055	0,0315
3	11	0,329	1,28	0,7269	0,4505	0,9096	1,371	963	3,88	852	0,0518	0,2570	0,0115	0,066
4	9	0,269	1,37	0,6872	0,3914	0,8459	1,509	910	3,37	912	0,0557	0,2670	0,0215	0,1235
5	7	0,209	1,47	0,6398	0,3275	0,7593	1,678	848	2,82	979	0,0620	0,2815	0,0365	0,209
6	5	0,1495	1,59	0,5786	0,2547	0,6389	1,908	767	2,19	1060	0,0737	0,307	0,062	0,355
7	3,6	0,1076	1,68	0,5296	0,2041	0,5409	2,107	702	1,755	1120	0,0870	0,333	0,088	0,505

Таблица 2.7

N	l_i м	F_i м ²	λ_i	M_i	τ_i	π_i	ϵ_i	q (λ_i)	T_i °К	p_i ат	ρ_i кг/м ³	c_i м/сек
1	0,0115	0,0478	0,89	0,8721	0,8680	0,6092	0,7019	0,9856	1150	20,4	6,03	593
2	0,0315	0,0492	0,81	0,7835	0,8907	0,6668	0,7486	0,9577	1190	22,3	6,44	539
3	0,066	0,0518	0,72	0,6876	0,9136	0,7289	0,7978	0,9096	1210	24,4	6,86	479
4	0,1235	0,0557	0,64	0,6053	0,9317	0,7808	0,8380	0,8459	1234	26,1	7,20	426
5	0,209	0,0620	0,55	0,5152	0,9496	0,8344	0,8787	0,7593	1257	27,9	7,56	366
6	0,355	0,0737	0,44	0,4083	0,9777	0,8915	0,9212	0,6389	1282	29,8	7,92	293
7	0,505	0,0870	0,36	0,3322	0,9784	0,9265	0,9469	0,5409	1296	31,0	8,14	240

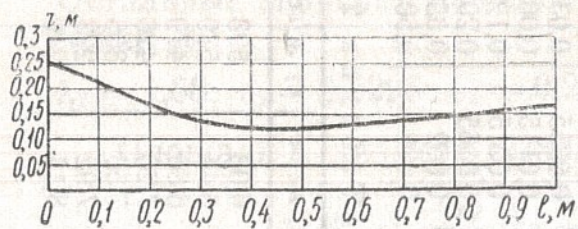


Рис. 2.1

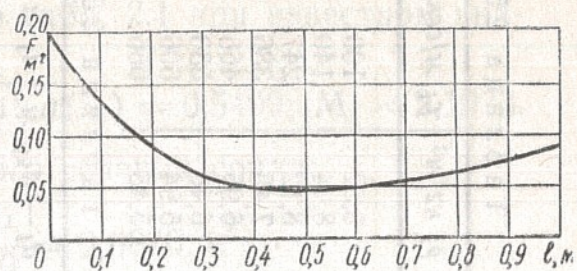


Рис. 2.2

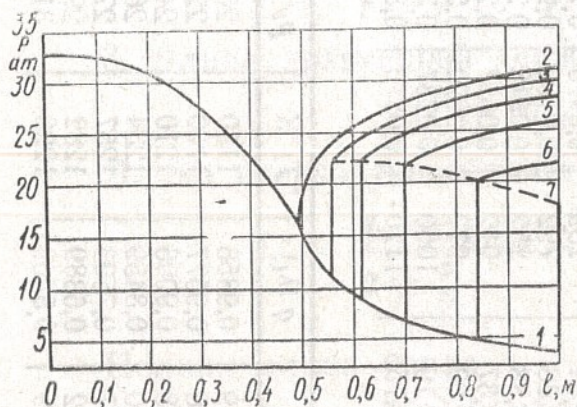


Рис. 2.3

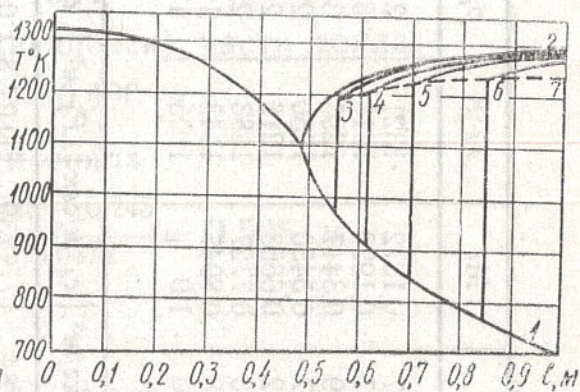


Рис. 2.4

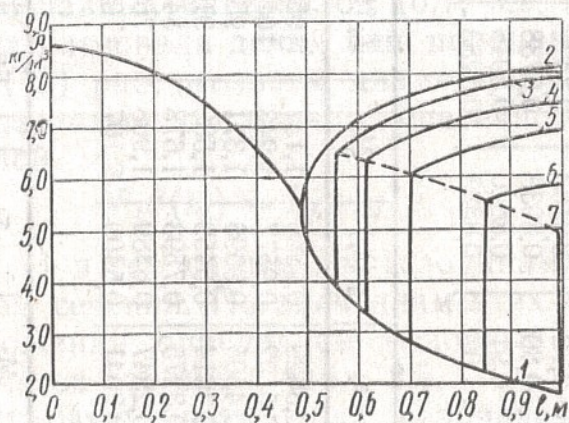


Рис. 2.5

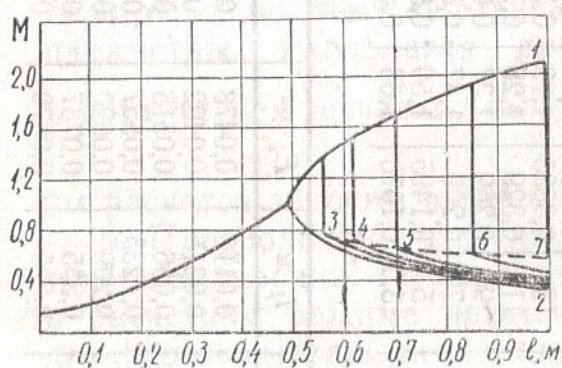


Рис. 2.6

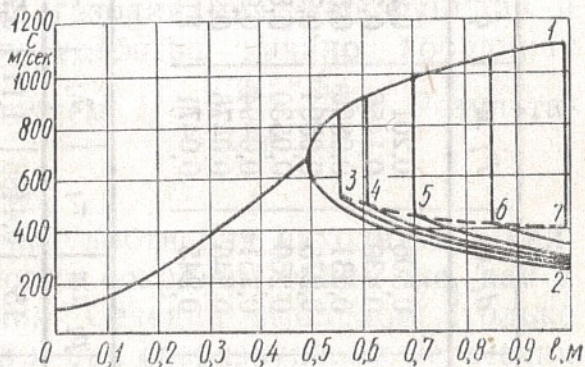


Рис. 2.7

Таблица 2.8

N	l_i м	F_i м ²	λ_i	M_i	τ_i	π_i	ϵ_i	q (λ_i)	T_i °K	p_i ат	ρ_i кг/м ³	c_i м/сек
Скачок в третьем сечении $\sigma = 0,965$; $p_{c*}' = 32,3$; $\rho_{c*}' = 8,30$ кг/м ³												
3	0,066	0,0518	0,781	0,751	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	1191	22,2	6,43	520
4	0,1235	0,0557	0,68	0,646	0,9229	0,7553	0,8183	0,876	1210	24,4	6,88	453
5	0,209	0,0620	0,58	0,545	0,9439	0,8172	0,8657	0,787	1251	26,4	7,38	386
6	0,355	0,0737	0,46	0,4275	0,9647	0,8819	0,9142	0,663	1279	28,5	7,58	306
7	0,505	0,0770	0,38	0,3511	0,9759	0,9183	0,9409	0,561	1284	29,6	7,90	253
Скачок в четвертом сечении $\sigma = 0,927$; $p_{c*}' = 31,0$ ат; $\rho_{c*}' = 7,97$ кг/м ³												
4	0,1235	0,0557	0,73	0,6981	0,9112	0,7221	0,7925	0,9126	1207	22,4	6,32	486
5	0,209	0,0620	0,61	0,575	0,9380	0,7992	0,8521	0,820	1243	24,8	6,79	406
6	0,355	0,0737	0,48	0,447	0,9616	0,8719	0,9067	0,690	1260	27,0	7,23	320
7	0,505	0,0870	0,40	0,370	0,9733	0,9037	0,9346	0,585	1295	28,2	7,45	266
Скачок в пятом сечении $\sigma = 0,865$; $p_{c*}' = 28,95$ ат; $\rho_{c*}' = 7,44$ кг/м ³												
5	0,209	0,0620	0,68	0,6461	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	1223	21,9	6,09	453
6	0,355	0,0737	0,53	0,4956	0,9532	0,8455	0,8871	0,740	1253	24,5	6,60	353
7	0,505	0,0870	0,43	0,3987	0,9692	0,8962	0,9247	0,626	1285	26,0	6,88	286
Скачок в шестом сечении $\sigma = 0,763$; $p_{c*}' = 25,5$ ат; $\rho_{c*}' = 6,55$ кг/м ³												
6	0,355	0,0737	0,63	0,5961	0,9339	0,7870	0,8428	0,8375	1237	20,1	5,52	419
7	0,505	0,0870	0,50	0,4663	0,9583	0,8616	0,8991	0,709	1270	22,0	5,89	333
Скачок в седьмом сечении $\sigma = 0,667$; $p_{c*}' = 22,3$ ат; $\rho_{c*}' = 5,73$ кг/м ³												
7	0,505	0,0870	0,595	0,5649	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	1245	17,95	4,91	396

7. Предположим, что скачок уплотнения находится в каком-либо сечении за критическим. В сечении, где имеется скачок, определяем λ'_c по формуле (21), а по формуле (22) — параметры торможения за скачком. Остальные расчеты не отличаются от ранее изложенных для дозвукового течения. Результаты расчетов заносятся в табл. 2.8. Для простоты сечения удобно выбирать такими же, как и при расчете сверхзвукового истечения из сопла. Близкие к критическому сечения выбирать не рекомендуется из-за малого отличия с параметрами для нерасчетного режима. Поэтому расчеты течения со скачком проводились, начиная с третьего сечения.

8. На рис. 2.1 представлен профиль расчетного сопла, а на рис. 2.2 — изменение площади поперечного сечения по длине. На рис. 2.3–2.7 показано изменение основных величин по длине сопла для расчетного 1 и нерасчетного 2 режимов и течения со скачком в сечениях 3–7.

Таблица 2.9

N	p_1 ат	T_1 °K	c_1 м/сек	$\dot{m}$ кг/сек	p_2 ат	φ°
1	10	1000	100	40	1	10
2	15	1000	100	50	1,2	8
3	20	1000	100	100	1,5	8
4	8	800	100	50	1	8
5	10	800	120	10	2	8
6	15	800	120	10	2	8
7	12	400	100	10	4	6
8	20	1200	120	100	3	6
9	20	1200	200	50	1,5	6
10	15	800	200	30	2	6
11	15	1200	200	30	2	6
12	15	1200	200	40	0,5	9
13	10	900	150	30	0,5	9
14	12	475	150	30	0,5	9
15	13	563	150	20	1,2	9
16	14	630	150	25	2,0	9
17	7	740	150	25	1,0	10
18	7	350	100	50	0,6	4
19	8	430	100	50	0,8	4
20	9	540	100	110	0,8	4
21	27	1000	150	150	2,3	10
22	33	1320	200	200	3,6	10
23	5	430	100	1,35	0,3	4
24	6	580	100	20	0,4	6
25	7	600	100	10	1,0	6

Рекомендуемые задания даны в табл. 2.9. Рабочее тело задается преподавателем. В качестве рекомендуемых можно предложить воздух, O_2 , N_2 , H_2 , CO и т. д. Следует обратить внимание на изменение постоянной B_m в уравнениях (16) и (17), так как при этом меняется газовая постоянная

$$R = \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{8310}{\mu} \quad (B_m = 0,685 \frac{1}{\sqrt{R}}; \kappa = 1,4)$$

ЛИТЕРАТУРА

Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. «Наука», 1970 (гл. IV).
Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. «Наука», 1969 (гл. III, IV).

РГР №3

Истечение пара из сопла Лавала

Сопло Лавала широко применяется для получения сверхзвуковых потоков пара в паровых турбинах. В зависимости от соотношения между начальным давлением пара p_1 и давлением p' внешней среды, в которую происходит истечение, т. е. от величины перепада давлений $p_1 - p'$, в сопле возможны различные режимы течения. Режим непрерывного течения, характеризующийся сверхзвуковой скоростью истечения и равенством внешнего давления p' и давления p_2 в выходном сечении сопла, называется расчетным.

Расчет сопла Лавала заключается в определении по заданным исходным параметрам (секундному расходу $\dot{G}$ пара, начальному давлению p_1 , температуре T_1 , противодавлению p') минимального и выходного сечений сопла применительно к условиям расчетного режима течения, т. е. при $p' = p_2$.

Предположим, что течение изэнтропическое. Проводим на $i-s$ -диаграмме (рис. 3.1) вертикальную прямую AB от начальной точки $A(p_1, T_1)$ до конечной точки $B(p_2, T_2)$. Линия AB является графическим изображением рассматриваемого истечения. Определим на прямой AB точку D , в которой скорость течения c равна скорости звука a . Далее, имея в виду, что в сопле Лавала скорость течения, равная скорости звука, достигается в наиболее узком (минимальном) сечении сопла, в точке D находим значения энтальпии $i_{кр}$, давления $p_{кр}$, температуры $T_{кр}$ и удельного объема $v_{кр}$, для этого сечения сопла.

По найденным значениям скорости в минимальном сечении сопла

$$c_{кр} = \sqrt{2(i_1 - i_{кр}) + c_1^2} \quad (1)$$

и параметров $p_{кр}$, $T_{кр}$, $v_{кр}$, вычисляем площадь минимального сечения сопла F_{min} из уравнения неразрывности

$$F_{min} = \dot{G} \frac{v_{кр}}{c_{кр}} \quad (2)$$

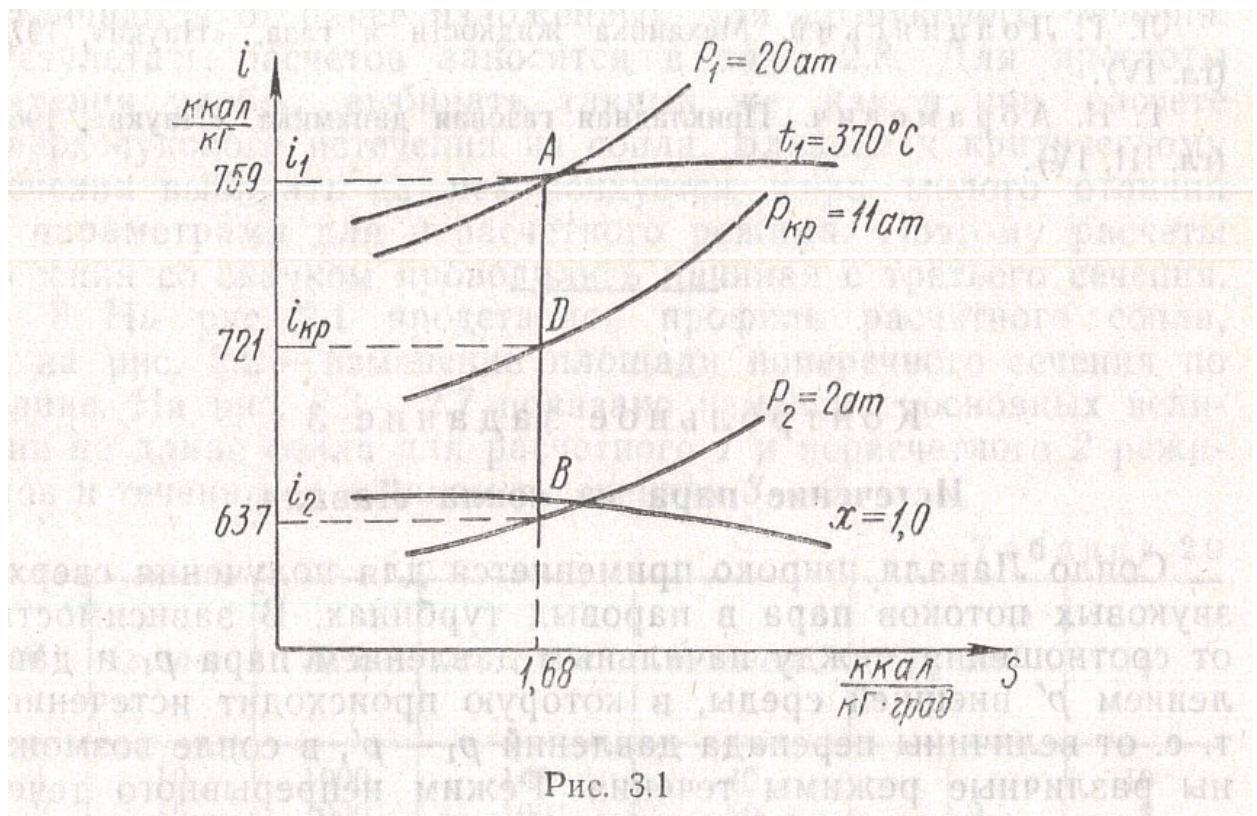


Рис. 3.1

По значению энтальпии в конечной точке B определяем скорость истечения пара из сопла

$$c_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2) + c_1^2} \quad (3)$$

и его удельный объем v_2 , а затем вычисляем по уравнению

$$F_2 = \dot{G} \frac{v_2}{c_2} \quad (4)$$

площадь выходного сечения сопла F_2 .

Зная F_{min} и F_2 и выбрав угол раствора расширяющейся части сопла не более $10 - 12^\circ$, находим длину сопла. Сужающаяся часть сопла берется произвольной формы, однако такой, чтобы она приводила к минимальным потерям на трение.

Обычно начальная скорость мало сказывается на результате вычисления и погрешность от пренебрежения c_1 в формулах (1) и (3) составляет не более 1% вплоть до скорости $c_1 = 55$ м/сек. Если вовсе пренебречь начальной скоростью, то получим более простую формулу

$$c_2 = 91,53 \sqrt{i_1 - i_2} \quad (5)$$

где i_1 , — энтальпия пара при начальных параметрах, ккал/кг

i_2 — энтальпия пара при конечных параметрах, ккал/кг.

Истечение пара в сверхзвуковой области характеризуется срабатыванием давления до значения, называемого критическим,

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_2} \quad (6)$$

При $\beta_{кр} \leq \beta \leq 1$ истечение будет происходить в дозвуковой области и при $0 \leq \beta \leq \beta_{кр}$ – в сверхзвуковой области. Здесь $\beta_{кр}$ – критическое отношение давления, зависящее от природы вещества и определяемое по формуле

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (7)$$

Числовое значение k выбирается в зависимости от состояния пара. В данном расчете будем принимать значение k таким же, как и для перегретого водяного пара, т. е. 1,30. При этом $\beta_{кр}=0,55$.

Методику расчета расширяющейся части сопла Лаваля с паром в качестве рабочего тела, начиная с критического сечения, можно представить следующим образом. Предположим, что известны параметры:

- 1) начальное давление пара $p_1 = \dots \text{ ат}$;
- 2) начальная температура $t_1 = \dots \text{ }^\circ\text{C}$;
- 3) давление в выходном сечении сопла $p_2 = \dots \text{ ат}$;
- 4) расход пара $\dot{G} = \dots \text{ кг/сек}$;
- 5) угол между образующими конуса в расширяющейся части сопла $\varphi = \dots \text{ }^\circ$

Пропущенные данные необходимо взять из табл. 3.3 в соответствии с номером задачи.

Требуется:

1. По значениям параметров начальной и конечной точек на $i-s$ – диаграмме нанести адиабатический процесс истечения пара. Указать, в каком состоянии находится пар в каждой из характерных точек процесса.

2. Выбрать числовое значение показателя адиабаты k , вычислить значение $\beta_{кр}$ и определить давление в критическом сечении.

3. Построенный на $i-s$ – диаграмме процесс произвольно разбить на интервалы по давлению между $p_{кр}$ и p_2 так, чтобы получить не менее пяти промежуточных точек.

4. По диаграмме $i-s$ найти промежуточные значения $h_i = i - i_i$ и u_i для выбранных p_i и записать их в табл. 3.1.

5. Подсчитать значения c_i , f_i , d_i и l_i , записать в табл. 3.1.

Таблица 3.1

$p_i \text{ ат}$	$p_{кр}$	$p_{кр} - \Delta p$	$p_{кр} - 2\Delta p$	p_2
$h_i = i - i_i \text{ ккал/кг}$				
$v_i \text{ м}^3/\text{кг}$				
$c_i \text{ м/сек}$				
$f_i \text{ мм}^2$				
$d_i \text{ мм}$				
$l_i \text{ мм}$				

Здесь $c_i = 91,53 \sqrt{h_i}$ — скорость потока пара для перепада давлений от $p_{кр}$ до p_i , м/сек;

$f_i = \frac{\dot{G} v_i}{c_i} \cdot 10^6$ — площадь поперечного сечения расширяющейся части сопла, где параметры пара для сечения равны p_i и v_i , мм²;

$d_i = \sqrt{\frac{4f_i}{\pi}}$ — диаметр сопла в сечении f_i , мм;

$l_i = \frac{d_i - d_{min}}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$ — длина сопла от горловины до данного сечения d_i , мм

6. По найденным значениям, в масштабе построить кривые изменения скорости c , удельного объема v и давления p по длине сопла.

Пример расчета

Построить кривые изменения скорости, удельного объема и давления по длине сопла, начиная с критического сечения, если известны: начальное давление $p_1 = 20 \text{ ат}$, начальная температура $t_1 = 370^\circ\text{C}$, давление в выходном сечении сопла $p_2 = 2 \text{ ат}$, расход пара $\dot{G} = 0,6 \text{ кг/сек}$, угол между образующими конуса в расширяющейся части сопла φ° .

1. По значениям параметров начальной и конечной точек на диаграмме $i-s$ нанесем процесс адиабатного истечения (рис. 3.1). Точка B соответствует конечному состоянию пара на выходе из сопла. Пар в выходном сечении сопла влажный.

2. Так как основная часть процесса в сверхзвуковой части

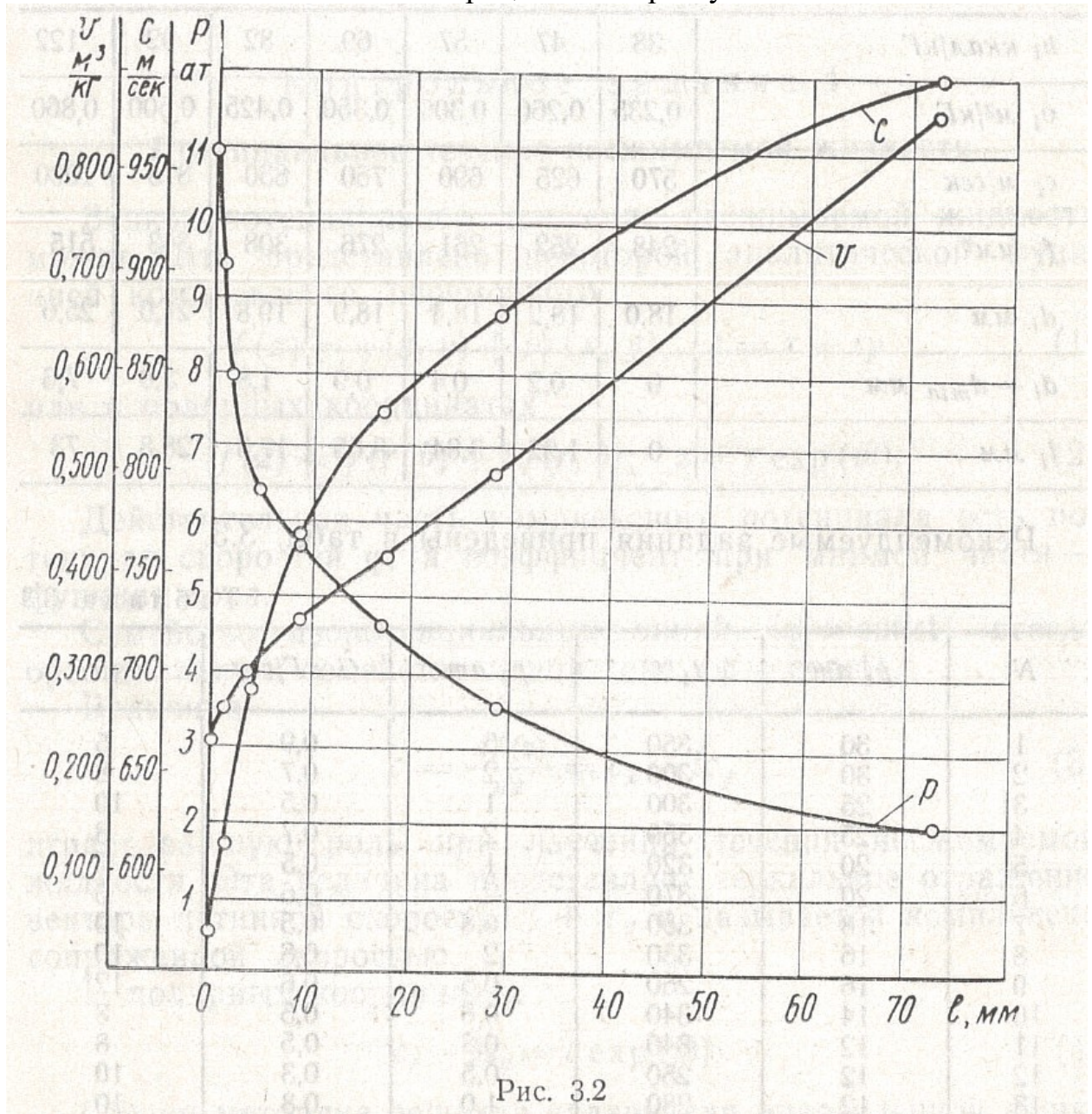


Рис. 3.2

сопла находится в области перегретого пара. то можно принять $k = 1,3$, как и для перегретого пара. Для расчета $\beta_{кр}$ воспользуемся формулой (7) и получим $\beta_{кр} = 0,55$. Таким образом, $p_{кр} = 0,55p_1 = 11 \text{ ат}$.

3. Полученный на диаграмме процесс DB произвольно разбиваем на интервалы по давлению (в данном случае на интервалы через $1,5 \text{ ат}$).

4. По диаграмме $i-s$ находим промежуточные значения $h_i = i_1 - i_i$ и v_i и записываем их в сводную табл. 3.2.

5. Подсчитываем значения c_i , f_i , d_i и l_i и записываем их в табл. 3.2.

6. По найденным значениям в масштабе строим кривые изменения c , v и p по длине сопла (рис. 3.2).

Таблица 3.2

p_i ат	11,0	9,5	8,0	6,5	5,0	3,5	2,0
h_i ккал/кг	38	47	57	69	82	92	122
v_i м ³ /кг	0,235	0,260	0,300	0,350	0,425	0,500	0,860
c_i м/сек	570	625	690	760	830	875	1000
f_i мм ²	248	252	261	276	308	343	515
d_i мм	18,0	18,2	18,4	18,9	19,8	21,0	25,6
$d_i - d_{min}$ мм	0	0,2	0,4	0,9	1,8	3,0	7,6
l_i мм	0	1,92	3,84	8,65	17,3	28,8	73

Рекомендуемые задания приведены в таблице 3.3

Таблица 3.3

N	p_1 ат	t_1 °C	p_2 ат	$\dot{G}$ кг/сек	φ °
1	30	350	5	0,9	5
2	30	300	2	0,7	8
3	25	300	1	0,5	10
4	25	350	2	0,7	8
5	20	320	1	0,5	5
6	20	370	2	0,6	6
7	18	350	0,8	0,5	10
8	16	330	2	0,8	10
9	16	250	0,5	0,6	12
10	14	340	0,8	0,5	8
11	12	340	0,8	0,5	8
12	12	250	0,5	0,3	10
13	12	280	1,0	0,8	10
14	9	260	1,6	0,5	5
15	9	300	0,9	0,5	5
16	9	280	0,8	0,7	8
17	8	250	1,4	0,3	5
18	8	320	0,5	0,6	12
19	8	200	0,7	0,4	8
20	7	300	0,5	0,55	8
21	7	250	0,7	0,2	6
22	7	260	0,25	0,3	12
23	6	190	0,50	0,25	8
24	6	250	0,35	0,5	10
25	6	270	0,5	0,2	8

ЛИТЕРАТУРА

- М. П. Вукалович, И. И. Новиков. Техническая термодинамика. «Энергия» 1968.
 М. П. Вукалович. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. «Энергия», 1965.
i-s диаграмма воды и водяного пара.