

Внимание! Особенности исполнения дистанционных заданий, отправляемых в личный кабинет для проверки: контрольная работа, решения практических и экзаменационных задач у каждого студента должны быть идентичны, т.е. **ВСЕ** выставяемые работы выполнены или в компьютерном или в рукописном (одним подчеркиком) варианте. Копии интернет-решений не рассматриваются и не учитываются. В противном случае считаю, что задание выполнено не самостоятельно.

Проведем разбор решения примеров по статике. Подобные задачи включены в экзаменационные задания. Тематика рассматриваемых примеров близка по содержанию задачам в контрольной работе.

Требуется ознакомиться с ходом решения и стилем оформления с пояснением применяемых действий. Ниже приводятся 10 задач, одну из которых вам надо решить самостоятельно и выставить в личный кабинет. Номер задачи выбирать по последней цифре шифра (№ зачетки).

Основные задачи статики связаны с определением реакций опор нагруженных конструкций.

Пример 1

К стержню САВ приложены сила $P=10$ Н и пара сил с моментом $M=20$ Нм. Определить реакции в опорах А и В, если $a=3$ м, $b=2$ м.

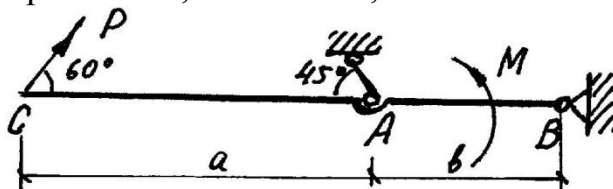


Рис. 1

Решение

Освобождаемся от связей, их действие заменяем реакциями (указать на рис.). Выбираем систему координат.

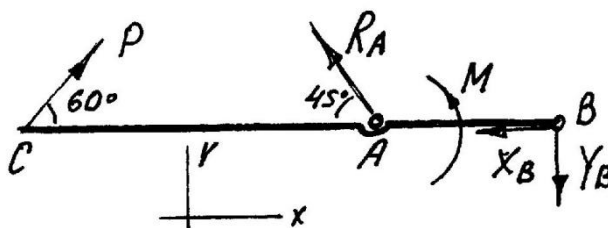


Рис. 2

Рисунки 1 и 2 можно совместить.

Составляем три уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0; P \cos 60^\circ - R_A \cos 45^\circ - X_B = 0;$$

$$\sum F_y = 0; P \sin 60^\circ + R_A \sin 45^\circ - Y_B = 0;$$

$$\sum M_A = 0; M - P \cdot a \sin 60^\circ - Y_B \cdot b = 0.$$

Решая систему уравнений, находим:

$$R_A = -16,5 \text{ Н}$$

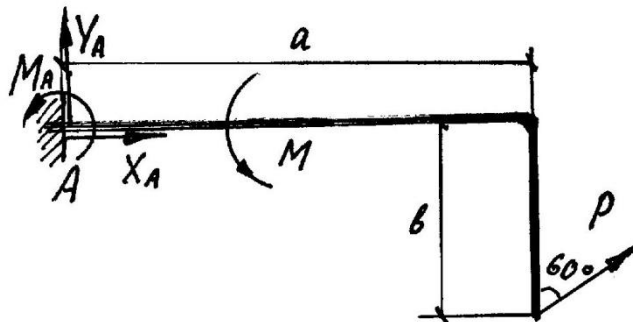
$$X_B = 16,7 \text{ Н}$$

$$Y_B = -3 \text{ Н}$$

Знак "-" у найденных неизвестных показывает, что у этих реакций на рис. надо изменить направление.

Пример 2

К изогнутому стержню под прямым углом приложены сила $P=10 \text{ Н}$ и пара сил с моментом $M=20 \text{ Нм}$. Определить реакции в опоре А, если $a=3 \text{ м}$, $b=2 \text{ м}$.



Решение

Поступаем аналогично примеру 1, но рисунок совмещен и система координат такая же.

Получаем уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0; P \sin 60^\circ + X_A = 0;$$

$$\sum F_y = 0; P \cos 60^\circ + Y_A = 0;$$

$$\sum M_A = 0. P \cdot a \cos 60^\circ + M_A + M + P \cdot b \sin 60^\circ = 0.$$

Решая систему уравнений, находим:

$$M_A = -52,3 \text{ Нм}$$

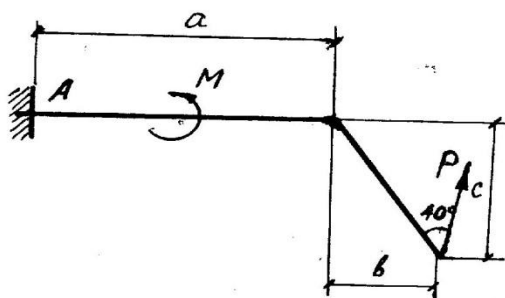
$$X_A = -8,67 \text{ Н}$$

$$Y_A = -5 \text{ Н}$$

Знак "-" у найденных неизвестных показывает, что у этих реакций на рис. надо изменить направление.

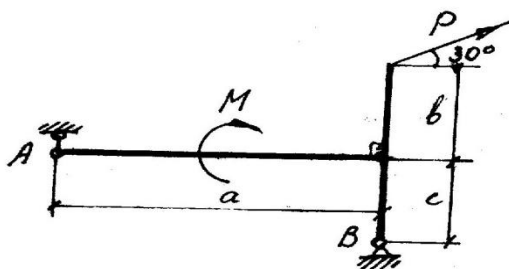
Ниже представлены задачи по статике для самостоятельной работы.
Согласно последней цифре шифра выбрать задачу, решение отправить в
личный кабинет.

0



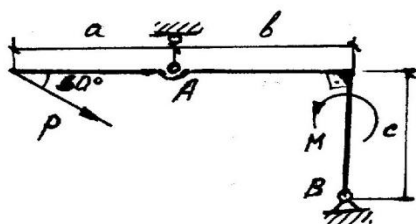
Определить реакции в опоре А конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M , если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$.

- 1 -



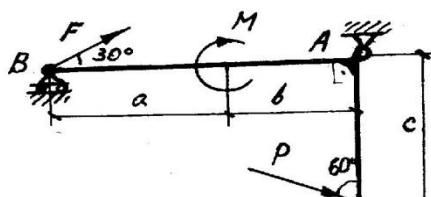
Определить реакции в опорах А и В конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M , если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$.

- 2 -



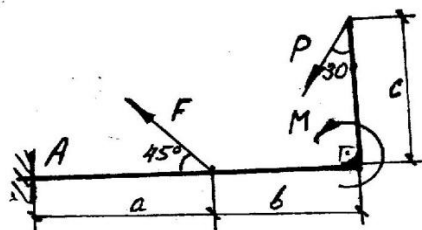
Определить реакции в опорах А и В конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M , если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$.

- 3 -



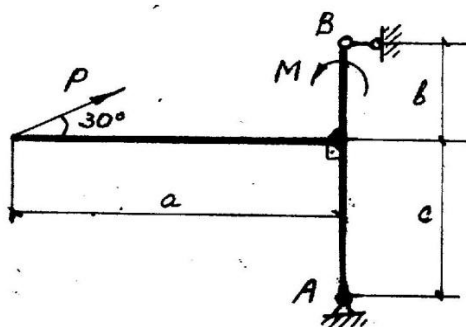
Определить реакции в опорах А и В конструкции, нагруженной силами P , F и парой сил с моментом M , если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$, $F=5\text{ Н}$.

4



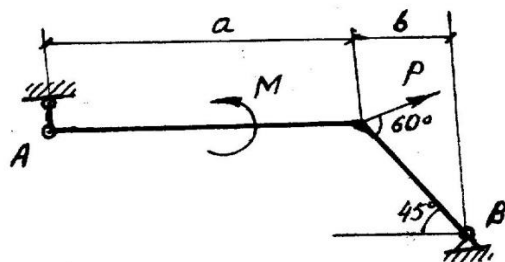
Определить реакции в опоре A конструкции, нагруженной силой P и F, парой сил с моментом M, если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$, $F=5\text{ Н}$

- 5 -



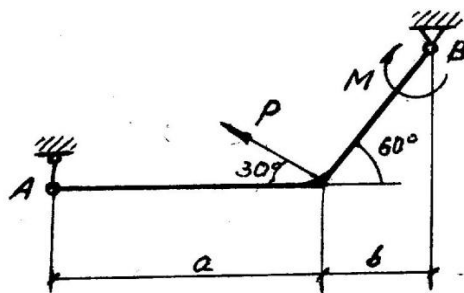
Определить реакции в опорах A и B конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M, если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$, $c=2\text{ м}$.

6



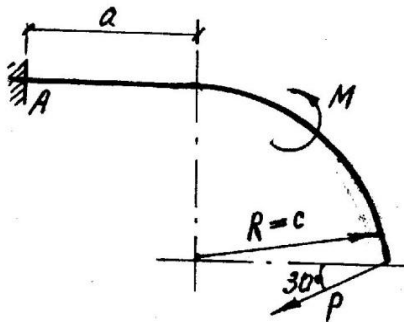
Определить реакции в опорах A и B конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M, если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$.

- 7 -



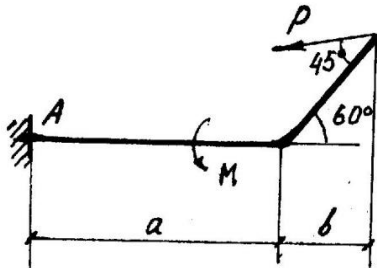
Определить реакции в опорах A и B конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M, если $P=10\text{ Н}$, $M=5\text{ Нм}$, $a=4\text{ м}$, $b=3\text{ м}$.

- 8 -



Определить реакции в опоре A конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M , если $P=10 \text{ Н}$, $M=5 \text{ Нм}$, $a=4 \text{ м}$, $c=2 \text{ м}$.

- 9 -



Определить реакции в опоре A конструкции, нагруженной силой P и парой сил с моментом M , если $P=10 \text{ Н}$, $M=5 \text{ Нм}$, $a=4 \text{ м}$, $b=3 \text{ м}$.

КИНЕМАТИКА

Перед решением задач по кинематике ознакомиться с лекционным материалом по этой теме.

Пример 1

Движение точки задано векторным уравнением $\vec{r} = 6t\vec{i} + \sin \pi t \vec{j} + 10\vec{k}$.
Определить скорость точки в момент времени $t=2 \text{ с}$.

Решение

В векторной форме скорость определяется как

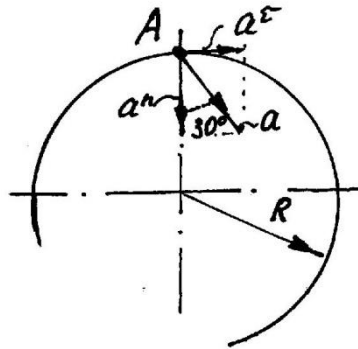
$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6\vec{i} + \pi \cos \pi t \vec{j},$$

где в проекциях $V_x=6$, $V_y=\pi \cos \pi t=3,14$, $V_z=0$.

Тогда $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = 6,27 \text{ м/с}$.

Пример 2

Точка перемещается по окружности $R=2$ (м) с ускорением $a=3$ (м/с²) см. рис. Определить угловую и линейную скорости точки (ω ; V).



Решение

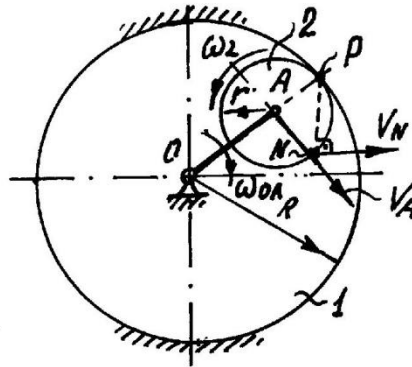
Учитывая, что $a = \sqrt{(a^n)^2 + (a^\tau)^2}$, где $a^n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$ или

$a^n = a \cos 30^\circ = 2,6$ м/с², получаем:

$$V = \sqrt{a^n R} = 2,28 \text{ м/с и } \omega = \sqrt{\frac{a^n}{R}} = 1,14 \text{ 1/с.}$$

Пример 3

Кривошип ОА вращается с угловой скоростью $\omega_{OA}=10$ (1/с) и перемещает зубчатое колесо 2 внутри неподвижного колеса 1. Определить угловую скорость (ω_2) колеса 2 и скорость его точки N, если $R=0,3$ м, $r=0,1$ м.

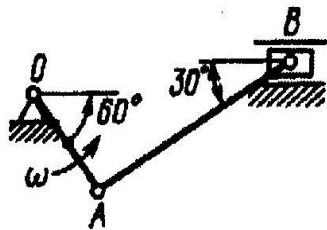


Решение

Определяем $OA=R-r=0,2$ м. Тогда $V_A=\omega_{OA}(R-r)=2$ м/с. Точка А принадлежит и звену ОА (вращается вокруг т. О) и колесу 2, которое совершает плоское движение, вращаясь вокруг МЦС (точка Р). Значит $\omega_2=V_A/r=20$ 1/с. Зная ω_2 и положение центра вращения (точка Р), определяем $V_N=\omega_2 PN=2,83$ м/с.

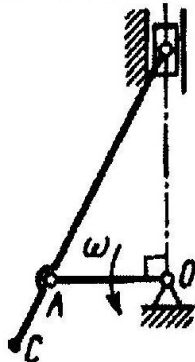
Ниже представлены задачи по кинематике для самостоятельной работы. Согласно последней цифре шифра выбрать задачу, решение отправить в личный кабинет.

N 0



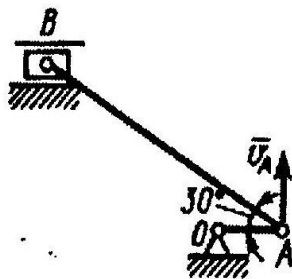
Определить угловую скорость шатуна AB кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если точка A имеет скорость $v_A = 3$ м/с. Длина шатуна $AB = 1$ м. (1,73)

N 1



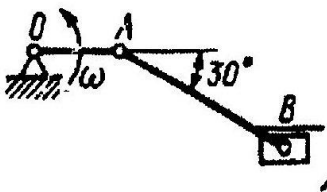
Определить угловую скорость кривошипа OA в указанном положении, если скорость точки C шатуна $v_C = 4$ м/с, длина кривошипа $OA = 0,2$ м. (20)

N 2



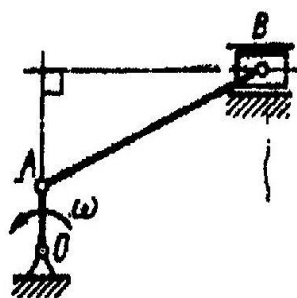
Определить угловую скорость шатуна AB кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если точка A имеет скорость $v_A = 3$ м/с, а длина шатуна $AB = 1$ м. (3,46)

N 3

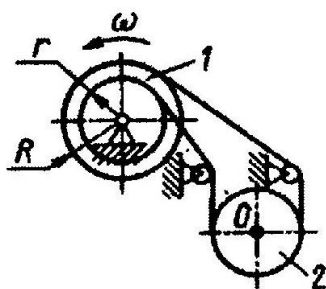


Определить угловую скорость шатуна AB кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если точка A имеет скорость $v_A = 3$ м/с, а длина шатуна $AB = 3$ м. (1,15)

N 4

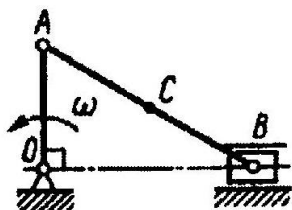


Определить угловую скорость кривошипа OA в указанном положении, если скорость ползуна $v_B = 2$ м/с, а длина кривошипа $OA = 0,1$ м. (20)



N 5

Барабан 1 лебедки вращается с угловой скоростью, соответствующей $n = 30$ об/мин. Определить скорость центра O поднимаемой трубы 2, если радиусы $R = 0,3$ м; $r = 0,2$ м. (0,785)



N 6

Для данного положения механизма определить скорость точки C — середины шатуна AB , если угловая скорость $\omega = 1$ рад/с; длины звеньев $OA = 0,3$ м; $AB = 0,5$ м. (0,3)



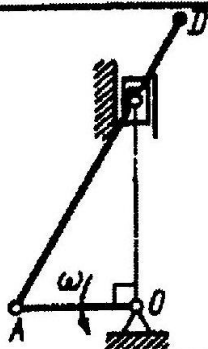
N 7

Частота вращения коленчатого вала двигателя 4200 об/мин. Определить скорость движения поршня B , если в данный момент времени мгновенный центр скоростей P шатуна AB находится на расстояниях $AP = 0,18$ м, $BP = 0,10$ м; длина кривошипа $OA = 0,04$ м. (9,77)



N 8

Кривошип OA длиной 0,5 м и шатун AB длиной 1,57 м в данный момент времени находятся на одной прямой. Определить угловую скорость шатуна, если кривошип вращается с угловой скоростью $\omega = 120\pi$. (120)



N 9

Определить угловую скорость кривошипа OA кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если скорость точки D шатуна $v_D = 1$ м/с, длина кривошипа $OA = 0,1$ м. (10)

ДИНАМИКА

Рассмотрим последовательность решения экзаменационных задач. Предварительно требуется ознакомиться (по лекциям) и уяснить основные законы, теоремы, принципы и приемы динамики. Главное: все эти законы и т.д. надо уметь применить к поставленным задачам. В основе динамики лежит закон Ньютона ($m\bar{a} = \bar{F}$). Вот с этого закона и начнем.

Пример 1

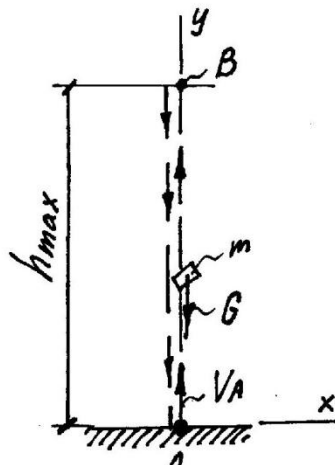
Материальную точку массой m подбросили вертикально вверх с начальной скоростью V_A . Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано: $V_A = 10 \text{ м/с}$

Найти: максимальную высоту подъема - $h_{\max}$

Решение

1. Составим расчетную схему. Выберем систему координат, см. рис., покажем все действующие силы.



Согласно основному закону динамики составим дифференциальное уравнение движения

$$m\bar{a} = \bar{F}.$$

В данном случае $m\ddot{y} = -G = -mg$, где $\ddot{y}$ – ускорение (замедление) тела массой m по вертикали, или $\ddot{y} = -g$.

2. Дважды интегрируем, получаем

$$\begin{aligned}\dot{y} &= -gt + C_1 \\ y &= -\frac{gt^2}{2} + C_1t + C_2\end{aligned}$$

3. Определяем постоянны интегрирования из начальных условий, а именно: при $t=0$ $y=0$ и $\dot{y} = V_A$. Подставляя эти значения в выше полученные формулы, получаем $C_1 = V_A$ и $C_2 = 0$.

4. Окончательное решение принимает вид

$$\dot{y} = -gt + V_A \quad (1)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + V_A t \quad (2)$$

Примечание: полученные конечные уравнения нумеровать.

5. Самое главное в этой задаче: как определить $h_{\max}$ из этих уравнений?

В верхней точки B скорость тела равна 0, т.е. $\dot{y}_B = 0$. Подставляя это значение в уравнение (1), определяем время подъема, т.е. $t = t_{AB}$

$$0 = -9,8t_{AB} + 10, \text{ откуда } t_{AB} = 1 \text{ с.}$$

Найденное t подставляем в уравнение (2) и определяем $y = h_{\max}$

$$h_{\max} = -\frac{9,8 \cdot 1^2}{2} + 10 \cdot 1 \cong 5.$$

Ответ: $h_{\max} = 5 \text{ м.}$

Примечание: в последнем пункте пояснять последовательность математических действий.

Второй вариант решения этой задачи

Применим теорему об изменении кинетической энергии точки. Согласно которой $T_1 - T_0 = A$, или

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = -mgh_{\max}$$

Сокращая на m и учитывая, что $V_B = 0$, получаем

$$-\frac{10^2}{2} = -9,8h_{\max}$$

Отсюда: $h_{\max} = 5 \text{ м}$

Пример 2

Рисунок тот же.

Дано: $h_{\max} = 10 \text{ м};$

Найти: начальную скорость - V_A .

Решение

Пункты 1-4 по выполнению решения, как и в примере 1. Получили уравнения (1) и (2).

5. Самое главное в этой задаче: как определить V_A из этих уравнений?

В верхней точки B имеем $\dot{y} = 0$, $y = h_{\max}$. Подставляя эти значения в уравнения 1 и 2, получаем

$$\begin{aligned}0 &= -9,8t + V_A \\ 10 &= -\frac{9,8t^2}{2} + V_A t\end{aligned}$$

Решая систему уравнения, находим $V_A = 13,8 \text{ м/с}$

Пример 3

Рисунок тот же.

Дано: время полета тела $t = t_{ABA} = 4 \text{ с}$;

Найти: начальную скорость - V_A .

Решение

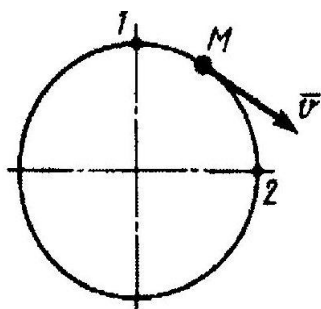
Пункты 1-4 по выполнению решения, как и в примере 1. Получили уравнения (1) и (2).

5. Самое главное в этой задаче: как определить V_A из этих уравнений?

В момент падения $y=0$, $t=t_{ABA}=4 \text{ с}$. Подставляя эти значения в уравнение (2),

получаем $0 = -\frac{9,8 \cdot 4^2}{2} + V_A 4$, отсюда $V_A = 20 \text{ м/с}$.

Пример 4



Материальная точка M массой $m = 1 \text{ кг}$ равномерно движется по окружности со скоростью $v = 4 \text{ м/с}$. Определить модуль импульса равнодействующей всех сил, действующих на эту точку за время ее движения из положения 1 в положение 2.

Решение

Применим теорему об изменении количества движения, согласно которой

$$m\bar{V}_1 - m\bar{V}_0 = \bar{S}$$

или в проекциях

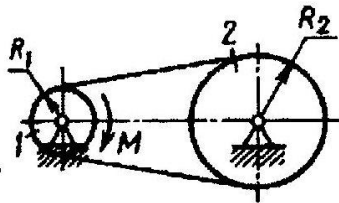
$$\begin{aligned}mV_{1x} - mV_{0x} &= S_x \\ mV_{1y} - mV_{0y} &= S_y,\end{aligned}$$

где V_0 и V_1 - начальная и конечная скорости. Подставляя числовые значения, находим

$$\begin{aligned} 1 \cdot 0 - 1 \cdot 4 &= -4 \\ -1 \cdot 4 - 1 \cdot 0 &= -4 \end{aligned}$$

С учетом числовых значений, получаем $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = 5,66$

Пример 5



Ременная передача начинает движение из состояния покоя под действием постоянного момента пары сил $M = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Моменты инерции шкивов относительно их осей вращения $I_2 = 2I_1 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Определить угловую скорость шкива 1 после трех оборотов, если радиусы шкивов $R_2 = 2R_1$.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии системы, согласно которой $T_1 - T_0 = A$. Так как система приходит в движение из состояния покоя, то $T_0 = 0$. Следовательно $T_1 = T = A$, где T - кинетическая энергия системы, состоящей из двух шкивов. Определяем T .

$$T = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = \frac{0,5 \cdot \omega_1^2}{2} + \frac{1 \cdot \frac{\omega_1^2}{4}}{2} = 0,375 \omega_1^2.$$

Определяем работу A момента за три оборота шкива 1

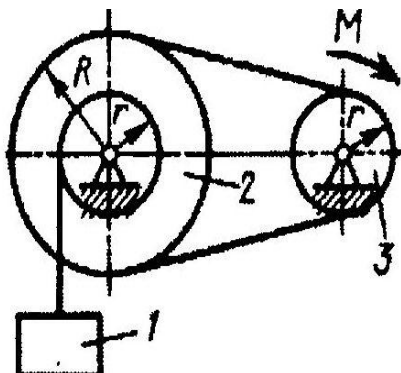
$$A = M \cdot \varphi_1 = 2,5 \cdot 3 \cdot 2\pi = 47,1$$

Учитывая $T=A$, получаем

$$0,375 \omega_1^2 = 47,1$$

Отсюда $\omega_1 = 11,2 \text{ рад/с}$

Пример 6



Определить модуль момента M пары сил, который необходимо приложить к шкиву 3 для равномерного подъема груза 1 весом 900 Н. Радиусы шкивов $R = 2r = 40 \text{ см}$.

Решение

Применим принцип возможных перемещений, согласно которому $\delta A = 0$.
Для данного случая

$$G \cdot \delta s_1 - M \delta \varphi_3 = 0.$$

Выразим одно перемещение через другое

$$\delta s_1 = \delta \varphi_2 r = \delta \varphi_3 \frac{r}{R} r.$$

Отсюда

$$G \cdot \varphi_3 \frac{r}{R} r - M \delta \varphi_3 = 0$$

Сокращая на $\delta \varphi_3$, получаем

$$G \cdot \frac{r}{R} r - M = 0.$$

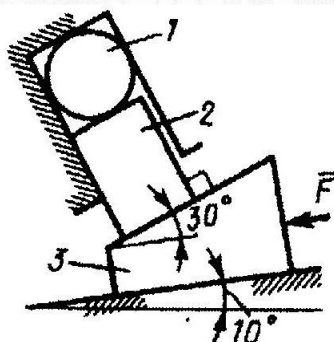
С учетом числовых значений находим M : $900 \cdot \frac{0,2}{0,4} 0,2 = M = 90 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Подобные задачи включены в экзаменационные задания.

Еще раз:

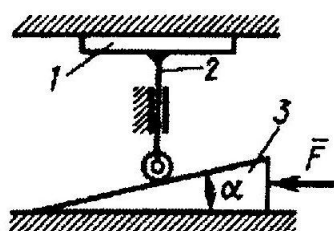
Внимание! Особенности исполнения дистанционных заданий, отправляемых в личный кабинет для проверки: контрольная работа, решения практических и экзаменационных задач у каждого студента должны быть идентичны, т.е. **ВСЕ** выставляемые работы выполнены или в компьютерном или в рукописном (одним подчеркиком) варианте. Копии интернет-решений не рассматриваются и не учитываются. В противном случае считаю, что задание выполнено не самостоятельно.

Ниже приводятся 10 задач, одну из которых вам надо решить самостоятельно и выставить в личный кабинет. Номер задачи выбирать по последней цифре шифра (№ зачетки).



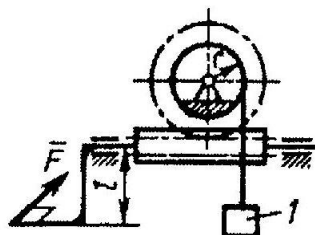
0

На тело 3 действует сила $F = 460$ Н параллельно его плоскости опоры. Определить модуль силы давления тела 2 на сжимаемое тело 1 при равновесии системы. (920)



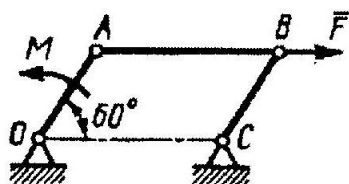
1

На клин 3 действует сила $F = 100$ Н. Определить с какой силой толкатель 2 прижимает деталь 1 к опорной плоскости в положении равновесия, если угол $\alpha = 11^\circ$. (514)



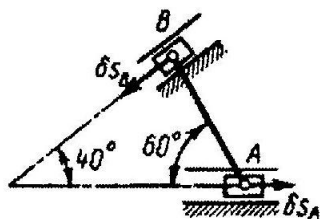
2

Передаточное отношение червячной передачи лебедки равно 50. Определить модуль силы $\bar{F}$, которую необходимо приложить к рукоятке длиной $l = 0,2$ м для равномерного подъема груза 1 весом $4 \cdot 10^3$ Н. Радиус барабана $r = 0,12$ м. (48)



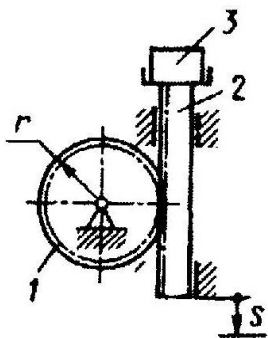
3

К шатуну AB шарнирного параллелограмма OABC приложена горизонтальная сила $F = 50$ Н. Определить модуль момента M пары сил, которую необходимо приложить к кривошипу OA длиной 10 см, для того чтобы уравновесить механизм. (4,33)



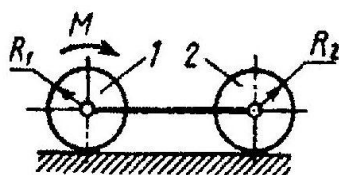
4

Определить отношение между возможными перемещениями δs_A и δs_B точек A и B шатуна AB механизма эллипсографа. (0,347)



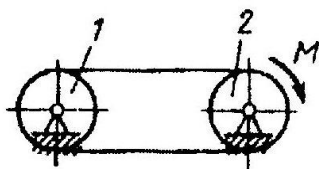
5

Момент инерции зубчатого колеса 1 относительно оси вращения равен $0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Общая масса рейки 2 и груза 3 равна 100 кг . Определить скорость рейки при ее перемещении на расстояние $s = 0,2 \text{ м}$, если вначале система находилась в покое. Радиус колеса $r = 0,1 \text{ м}$. (1,89)



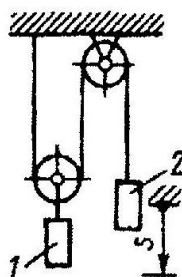
6

Однородные цилиндрические катки 1 и 2 массой 20 кг каждый приводятся в движение из состояния покоя постоянным моментом пары сил $M = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определить скорость осей катков при их перемещении на расстояние 3 м , если радиусы $R_1 = R_2 = 0,2 \text{ м}$. (1)



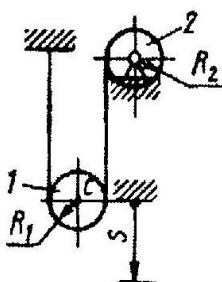
7

Движение шкива 2 ременной передачи начинается из состояния покоя под действием постоянного момента $M = 0,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$. После трех оборотов одинаковые по массе и размерам шкивы 1 и 2 имеют угловую скорость 2 рад/с . Определить момент инерции одного шкива относительно его оси вращения. (2,36)



8

Определить скорость груза 2 в момент времени, когда он опустился вниз на расстояние $s = 4 \text{ м}$, если массы грузов $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 4 \text{ кг}$. Система тел вначале находилась в покое. (7,23)



9

Одинаковые блоки 1 и 2 массой $m_1 = m_2$ и радиусами $R_1 = R_2$, представляющие собой однородные диски, начинают движение из состояния покоя под действием силы тяжести. Определить скорость центра С блока 1 после того, как он опустился вниз на расстояние $s = 1 \text{ м}$. (2,37)

