

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«ЧИТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ЧитГУ)

**С.Г. Косарев**

# **Гидравлика**

Учебное пособие

для студентов специальностей:

- 280202 – Инженерная защита окружающей среды,
- 280302 – Комплексное использование и охрана водных ресурсов,
- 280401 – Мелиорация, рекультивация и охрана земель,
- 270102 – Промышленное и гражданское строительство,
- 270205 – Автомобильные дороги и аэродромы,
- 190205 – Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование,
- 190601 – Автомобили и автомобильное хозяйство,
- 151001 – Технология машиностроения,
- 130405 – Обогащение полезных ископаемых,
- 130403 – Открытые горные работы

**Чита 2006**

УДК 532 (075)  
ББК 30.123 я7  
К 71  
ISBN 9-9293-0256-1

**Косарев, С.Г.** Гидравлика [Текст]: учеб. пособие /С.Г. Косарев.  
– Чита: ЧитГУ, 2006. – 119 с.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей: 280202 – Инженерная защита окружающей среды, 280302 – Комплексное использование и охрана водных ресурсов, 280401– Мелиорация, рекультивация и охрана земель, 270102 – Промышленное и гражданское строительство, 270205– Автомобильные дороги и аэродромы, 190205 – Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование, 190601 – Автомобили и автомобильное хозяйство, 151001 – Технология машиностроения, 130405 – Обогащение полезных ископаемых, 130403 – Открытые горные работы.

В пособии рассматриваются основные теоретические вопросы, изучаемые в курсе гидравлики (технической механике жидкости), приведены примеры решения практических задач, а также ряд специально подобранных типовых задач для их самостоятельного решения (повариантно).

Рекомендовано Дальневосточным региональным учебно-методическим центром (ДВ РУМЦ) в качестве учебного пособия вузов региона (Протокол № 42 от 25.10.2006 г.)

Рецензенты:

- 1) В.А. Обязов, к. геогр. н., доцент, начальник ЗаБУГМС;
- 2) А.В. Шаликовский, к. техн. н., доцент, зам. директора Восток-НИИВХ по НИР.

Ответственный за выпуск В.Н. Заслоновский, д. техн. н., проф.

© Косарев С.Г., 2006

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА	8
ЖИДКОСТЕЙ.....	
1.1. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ЖИДКОСТИ.....	8
1.2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА	
ЖИДКОСТЕЙ.....	10
2. ГИДРОСТАТИКА.....	17
2.1. ГИДРОСТИТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ В ТОЧКЕ.....	17
2.2. ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОКОЙ ЖИДКОСТИ.....	25
2.3. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ И	
КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.....	31
2.3.1. Эпюра давления. Давление жидкости на	
плоские поверхности.....	31
2.3.2. Сила гидростатического давления на	
криволинейную поверхность. Закон Архимеда.	39
2.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО	
ДАВЛЕНИЯ В МЕХАНИЗМАХ.....	46
3. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ.....	53
3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ.....	53
3.2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ...	57
3.2.1. Уравнение неразрывности.....	57
3.2.2. Уравнение Бернулли для потока жидкости	
(уравнение баланса удельной энергии).....	59
4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ.....	70
4.1. ДВА РЕЖИМА ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ.....	70
4.2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОТЕРЯХ НАПОРА.....	72
4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА ПО ДЛИНЕ	
ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ	
ЖИДКОСТИ.....	73
4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА ПО ДЛИНЕ	
ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ	
ЖИДКОСТИ.....	74
4.5. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА.....	77

5. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ.....	80
5.1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДОВ.....	80
5.2. РАСЧЕТ КОРОТКИХ ТРУБОПРОВОДОВ.....	81
5.3. РАСЧЕТ ДЛИННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ.....	85
5.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР В ТРУБАХ.....	96
6. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ.....	102
6.1. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ.....	102
6.2. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ.....	104
6.3. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ.....	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	112
ГЛОССАРИЙ.....	113
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	117

## ПРЕДИСЛОВИЕ

*Гидравлика (техническая механика жидкости) – это наука о движении и покое жидких тел, в которой все вопросы рассматриваются в свете их приложения к решению технических задач.*

*Гидравлика является общей частью механики – науки о покое и движении тел, систем тел и т.п., - и представляет собой одну из важнейших дисциплин для специальностей технического профиля.*

*Целью изучения гидравлики являются знания ее теоретических основ, умение применять законы механики жидкости к решению нестандартных инженерных задач. Выработка необходимых*

навыков достигается только в процессе целеустремленной самостоятельной работы. Самостоятельное решение приведенных задач способствует более глубокому пониманию основных положений механики жидкости. Методика решения подобного рода задач излагается на практических занятиях, на лекциях и на консультациях.

Учебное пособие составлено следующим образом: для каждого раздела курса сначала приведены основные расчетные формулы и положения, затем приводятся пример решения типовой задачи и в конце практически каждого раздела по десять задач для самостоятельного решения. Количество задач, выполняемых каждым студентом, определяется преподавателем в зависимости от требований учебного плана и индивидуальных способностей студента.

Учебное пособие содержит весь справочный материал, необходимый для решения поставленных в нем задач.

## ВВЕДЕНИЕ

При решении различного рода технических задач часто приходится встречаться с вопросами движения и покоя различных жидкостей.

Исследование этих вопросов постепенно привело к созданию обширной науки, которую можно назвать «Механикой жидкого тела», «Механикой жидкости» или «Гидромеханикой».

Существенно подчеркнуть, что механика жидкости в силу целого ряда причин развивалась по двум направлениям:

- 1) по направлению, свойственному техническим наукам;
- 2) по направлению чисто теоретическому с использованием обширного и относительно сложного математического аппарата.

Различие между этими двумя направлениями состоит в следующем:

1) в *технической механике жидкости (гидравлике)* при решении различных практических задач широко используются те или иные допущения и предположения, упрощающие рассматриваемый вопрос. Поэтому гидравлические решения сплошь и рядом носят *приближенный характер* с использованием относительно большого числа эмпирических и полуэмпирических формул. При этом стремятся к оценке только *главных характеристик* изучаемого явления и часто оперируют теми или иными *осредненными величинами*.

2) в *теоретической механике жидкости* широко используется относительно *сложный математический аппарат*. Решения, получаемые в теоретической гидромеханике, оказываются более общими и более строгими в математическом отношении, однако сплошь и рядом оказываются столь сложными, что громадное большинство практических задач, следуя этим методам, решить невозможно.

Таким образом, можно сказать, что в технической гидромеханике (гидравлике) решаются сложные задачи при помощи простых методов. В теоретической же гидромеханике относительно точно решаются только некоторые простейшие задачи при помощи сложных методов.

Необходимо учитывать, что само слово «гидравлика» произошло от слияния двух греческих слов, из которых первое значит «вода», а второе – «труба», «канал», «струя». Как видно, ранее считали, что гидравлика занимается изучением движения и покоя только воды. Однако в настоящее время термин «гидравлика» понимается в более широком смысле: мы предполагаем, что объектом изучения в гидравлике является *любая жидкость*.

## 1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

### 1.1. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ЖИДКОСТИ

Как известно, различают *твердые, жидкие и газообразные* тела (отдельно определяют также плазму).

Жидкие и газообразные тела отличаются от твердых свойством текучести. *Текучесть* – свойство, благодаря которому тело под действием сколь угодно малых внешних сил неограниченно деформируется, пока внутренние касательные напряжения в нем не станут равными нулю.

Вместе с тем, следует отличать жидкости от газов.

Первое основное отличие заключается в том, что газ – это тело, которое легко сжимается и в котором скорость распространения звука значительно меньше, чем в жидкости.

Второе отличие жидкости от газа заключается в ее способности иметь граничную поверхность между нею и окружающим ее газом, которая обычно называется *свободной*. В поле силы тяжести покоящаяся жидкость имеет свободную поверхность в виде горизонтальной плоскости. В условиях невесомости свободная поверхность покоящейся жидкости в результате действия силы поверхностного натяжения является сферической.

Третье отличие жидкости от газа заключается в том, что в газе можно неограниченно уменьшать давление или повышать температуру, и при этом свойства газа изменяются непрерывно. Для жидкости характерны фазовые переходы, что резко изменяет ее свойства.

Таким образом, под *жидкостью* будем понимать физическое тело, обладающее двумя основными характерными свойствами:

- 1) она очень мало изменяет свой объем при изменении давления и температуры; в этом жидкости сходны с твердыми телами;
- 2) она обладает свойством текучести, т.е. не имеет собственной формы, а принимает форму того сосуда, в который ее помещают; в этом жидкость сходна с газообразными телами.

Для жидкости характерны фазовые переходы, т.е. при изменении температуры и давления жидкость способна переходить в твердое и газообразное состояние.

Переход жидкостей в газообразное состояние определяется абсолютным давлением паров жидкости («давление насыщенных паров»,  $p_{н.п.}$ ), насыщающих пространство при данной температуре. Численные значения давления насыщенных паров воды  $p_{н.п.}$  в зависимости от температуры приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения давления насыщенных паров воды  $p_{н.п.}$  в зависимости от температуры

$T, ^\circ\text{C}$	$p_{н.п.}, \text{кПа}$	$T, ^\circ\text{C}$	$p_{н.п.}, \text{кПа}$
0	0,006	50	12,34
4	0,32	70	31,09
10	1,21	90	70,02
20	2,34	100	101,3
30	4,24	125	232,5
40	7,38	150	475,8

Очевидно, что если в некоторый момент времени при определенной температуре давление внутри рассматриваемого объема воды менее давления насыщенных паров  $p_{н.п.}$  ( $p < p_{н.п.}$ ), то в нем возникают паровоздушные пузырьки.

В случае появления в воде пузырьков пара различают два разных явления: кипение и кавитация.

*Кипением* жидкости называется случай, когда пузырьки пара, появившиеся в жидкости при  $p < p_{н.п.}$ , всплывают и выходят из жидкости через ее свободную поверхность (свободной называют поверхность раздела жидкой и газообразной среды).

*Кавитацией* жидкости называется случай, когда появившиеся при  $p < p_{н.п.}$  в движущейся жидкости пузырьки пара не выходят из нее, а захлопываются (закрываются) внутри жидкости, перейдя в область, где  $p > p_{н.п.}$

Кавитация сопровождается сильными ударами, которые способствуют постепенному разрушению поверхности твердых стенок, ограничивающих поток (*кавитационная эрозия*).

Если к потоку жидкости, движущейся с большими скоростями, имеется доступ наружного воздуха, то поток может насыщаться проникающими в него снаружи пузырьками воздуха. Такое явление называется *аэрацией потока*.

## 1.2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

*Плотностью* жидкости называется ее масса  $M$ , заключенная в единице объема  $W$  (кг/м<sup>3</sup>):

$$\rho = \frac{M}{W}. \quad (1)$$

*Удельным весом* называется вес жидкости  $G$ , приходящийся на единицу объема  $W$  (Н/м<sup>3</sup>):

$$\gamma = \frac{G}{W}. \quad (2)$$

Связь между плотностью и удельным весом определяется формулой:

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (3)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести, м/с<sup>2</sup>.

Значения плотности  $\rho$  и удельного веса  $\gamma$  некоторых жидкостей приведены в табл. 2.

Таблица 2. Плотность  $\rho$  и удельный вес  $\gamma$  некоторых жидкостей при атмосферном давлении

Жидкость	$T, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\gamma, \text{Н/м}^3$
Вода пресная	0	999,87	9809
	4	1000,00	9810
	20	998,23	9793
Ртуть	20	13547	132896
Нефть	15	750...900	7358...8829
Бензин	15	680...740	6671...7259
Керосин	15	790...820	7750...8044

*Сжимаемость* жидкостей под действием давления характеризуется коэффициентом объемного сжатия  $\beta_w$  ( $\text{Па}^{-1}$ ), который представляет собой относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления:

$$\beta_w = - \frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta p}, \quad (4)$$

где  $W$  - первоначальный объем жидкости;

$\Delta W$  – изменение объема при изменении давления на величину  $\Delta p$ .

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, представляет собой *модуль упругости* ( $\text{Па}$ ) жидкости:

$$E_0 = \frac{1}{\beta_w}. \quad (5)$$

Модуль упругости жидкостей, как и коэффициент объемного сжатия, мало меняется при изменении температуры и давления и для воды составляет в среднем  $E_0 = 2 \cdot 10^9$  Па.

*Температурное расширение* жидкости характеризуется коэффициентом температурного расширения  $\beta_T$  ( $\text{град}^{-1}$ ), выражающим относительное изменение объема жидкости на единицу изменения температуры:

$$\beta_T = \frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta T}, \quad (6)$$

где  $\Delta W$  – изменение первоначального объема  $W$  при изменении температуры на величину  $\Delta T$ .

Значения коэффициента температурного расширения воды в зависимости от температуры и давления представлены в табл. 3.

Таблица 3. Коэффициент температурного расширения воды

Давление, Па · 10 <sup>5</sup>	$\beta_T$ , при температуре, °С				
	1...10	10...20	40...50	60...70	90...100
1	0,000014	0,000150	0,000422	0,000556	0,000719
10	0,000043	0,000165	0,000422	0,000548	0,000714

*Поверхностное натяжение* жидкости обуславливается силами взаимного притяжения молекул поверхностного слоя, стремящихся сократить свободную поверхность жидкости. Особенно сильно поверхностное натяжение проявляется в трубках весьма малого диаметра (капиллярах), для которых давление, создаваемое силами поверхностного натяжения, равно:

$$p_{нов} = 2 \cdot \frac{\sigma}{r}, \quad (7)$$

где  $r$  - радиус трубки, м;

$\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; для границы раздела вода-воздух при  $T=20$  °С  $\sigma \approx 0,075$  Н/м (по данным разных источников  $\sigma=0,073...0,081$ ).

Высота капиллярного поднятия определяется как

$$h_{нов} = 2 \cdot \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot r}. \quad (8)$$

*Вязкость* – свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые *силами внутреннего трения*, или *силами вязкости*. Вязкость характеризуется коэффициентами кинема-

тической  $\nu$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) и динамической  $\mu$  ( $\text{Па} \cdot \text{с}$ ) вязкости, которые связаны между собой соотношением

$$\nu = \mu / \rho. \quad (9)$$

В табл. 4 показано изменение кинематической вязкости воды в зависимости от температуры.

Таблица 4. Коэффициент кинематической вязкости воды при различных температурах

$T, \text{ }^\circ\text{C}$	$\nu \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$	$T, \text{ }^\circ\text{C}$	$\nu \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$
0	1,79	30	0,80
4	1,57	40	0,65
10	1,31	50	0,55
20	1,01	60	0,48

*Пример.* Вода в герметичном водоводе диаметром  $d=0,4$  м и длиной  $l=1$  км находится под давлением  $p=2 \cdot 10^6$  Па при температуре воды  $T_1=10$   $^\circ\text{C}$ . Определить давление воды в водоводе при повышении температуры воды до  $T_2=15$   $^\circ\text{C}$ . Водовод считать абсолютно жестким.

*Решение.* Объем водовода равен

$$W = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \cdot 1000 = 125,6 \text{ м}^3.$$

Изменение объема в водоводе при увеличении температуры на  $\Delta T = T_2 - T_1 = 15 - 10 = 5$   $^\circ\text{C}$  определяем по формуле (6), принимая по табл. 3  $\beta_T = 165 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ :

$$\Delta W = \beta_T \cdot \Delta T \cdot W = 165 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 125,6 = 0,1036 \text{ м}^3.$$

Считая водовод абсолютно жестким, при  $E_0 = 2 \cdot 10^9$  Па, найдем повышение давления в нем по формуле (4) с учетом (5):

$$\Delta p = \frac{\Delta W \cdot E_0}{W} = \frac{0,1036 \cdot 2 \cdot 10^9}{125,6} = 1,650 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Давление в водоводе после увеличения температуры равно:

$$p_2 = p + \Delta p = 2 \cdot 10^6 + 1,65 \cdot 10^6 = 3,65 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

*Задачи*

1.1. Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в водовод диаметром  $d=500$  мм и длиной  $l=0,8$  км для повышения давления в нем на  $\Delta p=5 \cdot 10^6$  Па. Деформацией трубопровода пренебречь.

1.2. При гидравлическом испытании внутренних систем водоснабжения допускается падение испытательного давления в течение времени  $\Delta T$  на величину  $\Delta p=0,03$  МПа. Определить допустимую величину утечки  $\Delta W$  при испытании системы вместимостью  $W=80$  м<sup>3</sup>.

1.3. В отопительной системе (котел, радиаторы, трубопроводы и расширительный сосуд) небольшого дома содержится объем  $W=0,3$  м<sup>3</sup> воды. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд при нагревании ее от  $T_1=20$  °С до  $T_2=70$  °С?

1.4. Определить среднюю толщину  $\delta$  солевых отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром  $d=400$  мм и длиной  $l=2$  км. Известно, что при выпуске воды в количестве  $\Delta W=0,05$  м<sup>3</sup> давление в водоводе падает на величину  $\Delta p=0,9$  МПа. Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно.

1.5. Определить относительное изменение плотности воды при сжатии ее от  $p_1=1$  МПа до  $p_2=2$  МПа. При решении задачи использовать закон сохранения массы и формулы (4) и (5).

1.6. Определить наименьший объем расширительного резервуара, чтобы он полностью не опорожнялся, если минимальная температура в топке  $T_1=60$  °С, а максимальная  $T_2=90$  °С. Объем воды в системе  $W=0,5$  м<sup>3</sup>.

1.7. В отопительный котел за 1 ч поступает объем воды  $W=20 \text{ м}^3$  при температуре  $T_1=70 \text{ }^\circ\text{C}$ . Какой объем воды выйдет за это же время из котла при нагревании ее до температуры  $T_2=90 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

1.8. Определить относительное изменение плотности воды при нагревании ее от  $T_1=15 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $T_2=45 \text{ }^\circ\text{C}$ . При решении задачи использовать закон сохранения массы и зависимость (6).

1.9. При нагревании воды в отопительной системе (котел, радиаторы, трубопроводы и расширительный сосуд) от  $T_1=20 \text{ }^\circ\text{C}$ , до  $T_2=90 \text{ }^\circ\text{C}$  дополнительно вошло в расширительный сосуд  $\Delta W=10 \text{ л}$  воды. Определить первоначальный объем системы.

1.10. Определить коэффициент температурного расширения жидкости, если известно, что при ее нагревании на  $\Delta T=50 \text{ }^\circ\text{C}$  ее объем изменился на  $\Delta W=0,3 \text{ м}^3$ . Начальный объем жидкости  $W=10 \text{ м}^3$ .

### *Контрольные вопросы*

1. В чем состоит отличие жидких и газообразных тел от твердых?
2. Чем отличаются жидкости и газы?
3. Что такое давление насыщенных паров жидкости?
4. Чем отличаются явления кипения и кавитации?
5. Что такое плотность и удельный вес жидкости?
6. Как связаны между собой плотность и удельный вес жидкости?
7. Чем характеризуется сжимаемость жидкости?
8. Чем характеризуется температурное расширение жидкости?
9. Чем обусловлено поверхностное натяжение жидкости? Где оно проявляется?
10. Что такое вязкость жидкости и в чем она проявляется?

### Список рекомендуемой литературы

1. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. - Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. – (см. с. 6-15).

2. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 5-7).

3. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 9-16).

## 2. ГИДРОСТАТИКА

### 2.1. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ В ТОЧКЕ

*Гидростатика* – раздел гидравлики, изучающий законы равновесия покоящейся жидкости.

Жидкость, находящаяся в покое, подвергается действию внешних сил двух категорий: массовых и поверхностных. К *массовым* относятся силы, пропорциональные массе жидкости (сила тяжести, сила инерции). В случае однородной жидкости ( $\rho = const$ ) массовые силы будут пропорциональны также объему жидкости, поэтому их можно назвать и *объемными* силами. К *поверхностным* относятся

силы, распределенные по поверхности, ограничивающей любой мысленно выделенный объем жидкости, и пропорциональные площади этой поверхности (сила давления).

Под действием внешних сил в каждой точке жидкости возникают внутренние силы, характеризующие ее напряженное состояние (давление в точке).

*Гидростатическое давление в точке* есть предел отношения силы давления, действующей на элементарную площадку, к ее площади, если последняя стремится к нулю:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left( \frac{P}{\omega} \right) = p. \quad (10)$$

В СИ за единицу давления принят паскаль (Па=Н/м<sup>2</sup>).

Гидростатическое давление обладает двумя свойствами.

1. Гидростатическое давление всегда направлено по внутренней нормали к площадке, на которую оно действует.

2. Гидростатическое давление в любой точке жидкости действует одинаково по всем направлениям, т.е. не зависит от угла наклона площадки, на которую оно действует.

Для вывода *уравнений равновесия жидкости* выделим в покоящейся жидкости бесконечно малый прямоугольный параллелепипед с ребрами  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  (рис. 1). На параллелепипед действуют силы гидростатического давления и массовые силы.

Обозначим давление в центре параллелепипеда (точка А) как  $p$ .

Тогда на грани площадью  $dydz$  будут действовать давления  $p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$

слева и  $p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$  справа, где  $\frac{\partial p}{\partial x}$  – частная производная  $p$  по  $x$ ,

характеризующая изменение давления в направлении оси  $x$ , т.е. приращение давления  $p$  на длине  $dx$ .

Поскольку сила гидростатического давления равна произведению давления на площадь, то на грани площадью  $dydz$  будут действовать силы гидростатического давления соответственно

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dydz \text{ слева и } \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dydz \text{ справа.}$$

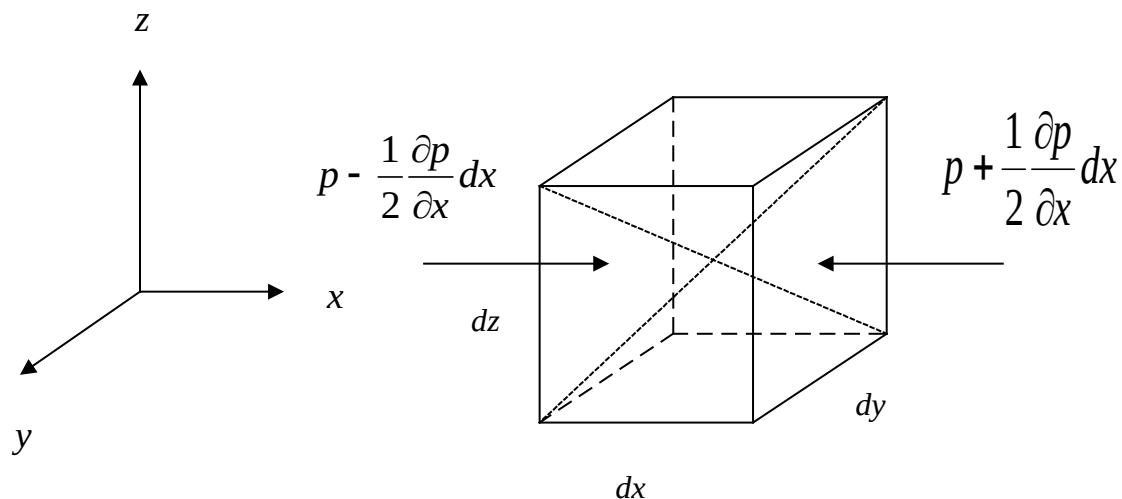


Рис. 1. Схема к выводу уравнений равновесия жидкости

Равнодействующую массовых сил обозначим  $G$ , а ее проекции на координатные оси, отнесенные к единице массы, обозначим  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  (с физической точки зрения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  – проекции ускорений массовых сил). Тогда, проекция массовой силы на ось  $x$  равна  $X\rho dx dy dz$ .

Поскольку жидкость находится в состоянии покоя, то сумма проекций силы гидростатического давления и массовых сил на ось  $x$

$$\text{равна нулю: } \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dydz - \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dydz + X\rho dx dy dz = 0.$$

Аналогичным путем можно составить уравнения и в направлении осей  $y$  и  $z$ .

После преобразований получим систему дифференциальных уравнений Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (11)$$

Умножим каждое из уравнений Эйлера соответственно на  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$ , и сложив их вместе, получим *основное дифференциальное уравнение равновесия жидкости*:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz), \quad (12)$$

где  $dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$  – полный дифференциал гидростатического давления.

Поверхность, в каждой точке которой значение давления постоянно, называется *поверхностью равного давления*, или *поверхностью уровня*. Для поверхности уровня  $dp=0$ , поэтому

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим равновесие жидкости в поле силы тяжести (рис. 2).

В данном случае массовой силой является только сила тяжести, поэтому  $X=0$ ,  $Y=0$  и  $Z=-g$  (направление ускорения свободного падения не совпадает с положительным направлением оси  $z$ ), а уравнение (12) примет вид

$$dp = -\rho g dz. \quad (14)$$

Интегрируя (14), получим *основное уравнение гидростатики*

$$p = -\rho g z + C, \quad (15)$$

где  $z$  – координата точки, в которой определяется давление;

$C$  – постоянная интегрирования, которую определим, рассмотрев любую точку на свободной поверхности, где  $z=z_0$ , а  $p=p_0$ .

Тогда, согласно (15), для любой точки свободной

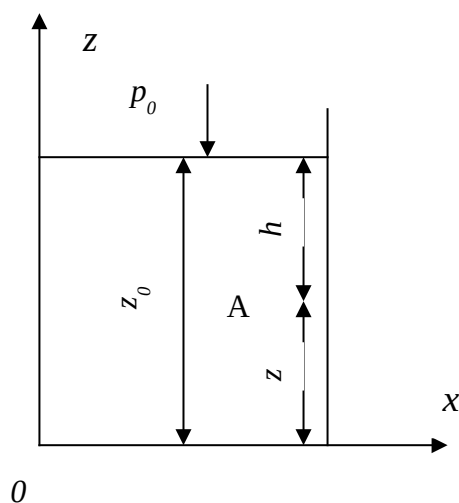


Рис. 2. Схема к выводу основного уравнения гидростатики

поверхности  $p_0 = -\rho g z_0 + C$ , или  $C = p_0 + \rho g z_0$ . Подставив постоянную интегрирования в зависимость (15), получим  $p = p_0 + \rho g(z_0 - z)$ .

Очевидно, что  $z_0 - z = h$  – заглубление точки под свободной поверхностью жидкости, тогда (15) окончательно можем переписать в виде

$$p = p_0 + \rho g h, \quad (16)$$

где  $p$  – абсолютное давление в точке;

$p_0$  – внешнее (или поверхностное) давление;

$\rho g h = \gamma h$  – весовое давление, т.е. давление, обусловленное весом самой жидкости.

Таким образом, абсолютное давление в точке равно сумме внешнего (поверхностного) и весового давлений. Из (16) также ясно, что на сколько увеличивается внешнее давление, на столько же должно увеличиться и абсолютное давление. В этом состоит известный закон Паскаля.

Избыточным (или манометрическим) давлением называют превышение абсолютного давления над атмосферным

$$p_m = p_{изб} = p - p_{атм}, \quad (17)$$

где  $p_{атм}$  – атмосферное давление.

Вакуумом (вакуумметрическим давлением) называют недостаток абсолютного давления до атмосферного

$$p_{вак} = p_{атм} - p. \quad (18)$$

Любое давление (абсолютное, манометрическое, вакуумметрическое, атмосферное) из формулы (16) можно выразить единицами длины (высотой столба жидкости):

$$h = \frac{p}{\gamma}, \quad (19)$$

т.е.  $h$  – высота такого столба жидкости, который своим весом способен создать давление, равное давлению в рассматриваемой точке. Такой способ определения давления широко распространен в

метеорологии (измерение атмосферного давления в мм ртутного столба).

Давление также можно измерять и атмосферами. Так, одна техническая атмосфера  $1 \text{ ат} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па} = 10 \text{ м}$  водного столба.

В поле силы тяжести *поверхности равного давления* в покоящейся жидкости представляют собой горизонтальные плоскости. Характерные виды таких плоскостей:

- а) свободная поверхность, отделяющая жидкость от газа;
- б) граница раздела двух жидкостей, имеющих различную плотность.

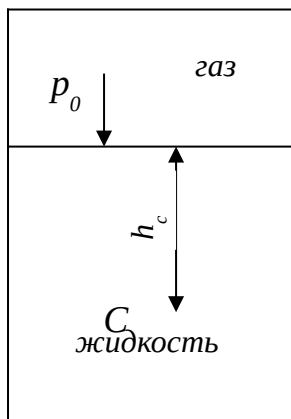
*Пример.* Определить абсолютное и избыточное давление в т.С (рис. 3), если давление на свободной поверхности (внешнее давление) равно  $p_0=0,15 \text{ МПа}$ , а расстояние от свободной поверхности до т.С равно  $2 \text{ м}$ , жидкость - вода ( $\gamma_B=9810 \text{ Н/м}^3$ ), атмосферное давление  $p_{\text{атм}}=0,095 \text{ МПа}$ .

*Решение.* Абсолютное давление в т.С рассчитаем по формуле (16):

$$p_C = p_0 + \gamma_B \cdot h_C = 0,15 \cdot 10^6 + 9810 \cdot 2 = 0,1696 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Избыточное давление в т.С определим по формуле (17):

$$(p_{\text{изб}})_C = p_C - p_{\text{атм}} = 0,1696 \cdot 10^6 - 0,095 \cdot 10^6 = 0,0746 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$



### Задачи

2.1. Определить величину абсолютного давления на поверхности воды в сосуде, если в трубке ртутного манометра жидкость поднялась на высоту  $h=0,5 \text{ м}$ , а поверхность воды в сосуде находится на расстоянии  $H=5 \text{ м}$

Рис. 3. Схема к примеру

от нижнего уровня ртути в колене манометра (рис. 4). Атмосферное давление принять равным  $p_{атм}=0,1$  МПа.

2.2. Для условий задачи 2.1 (рис. 4) определить избыточное давление на поверхности воды в сосуде.

2.3. Определить избыточное давление в сосуде (рис. 5) по показанию жидкостного манометра, если в левом открытом колене над ртутью ( $h_2=0,2$  м) налито масло ( $h_3=1$  м), а в правом – вода ( $h_1=1,5$  м). Плотность масла принять равной  $\rho_M=900$  кг/м<sup>3</sup>.

2.4. Определить высоту столба воды  $h$  в водяном барометре (рис. 6), если атмосферное давление равно  $p_{атм}=0,095$  МПа (давление насыщенных паров  $p_{НП}$  воды считать равным нулю).

2.5. Показание ртутного барометра равно  $h=730$  мм (рис. 6). Определить показание водяного барометра, отвечающее этому атмосферному давлению.

2.6. Для схемы, представленной на рис. 7, определить давление в

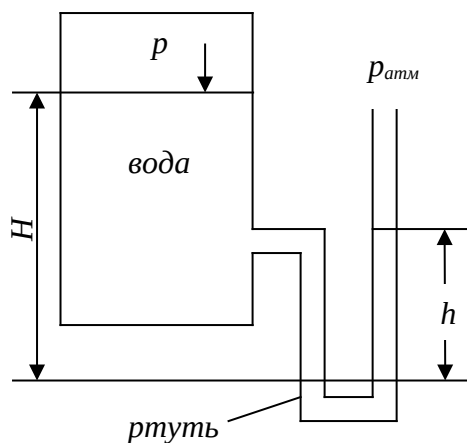


Рис. 4. К задаче 2.1

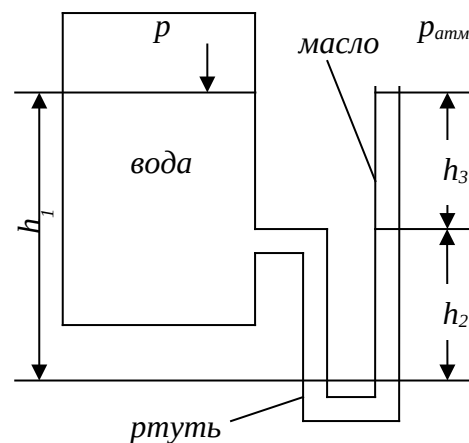


Рис. 5. К задаче 2.3

сосуде с водой  $p_0$  и абсолютное давление в т.С, если атмосферное давление равно  $p_{атм}=0,099$  МПа,  $h_1=0,2$  м и  $h_2=1$  м.

2.8. Для условий задачи 2.7 определить избыточное давление в резервуаре с водой.

2.9. Для схемы, представленной на рис. 9, заданы  $h_1=50$  см и

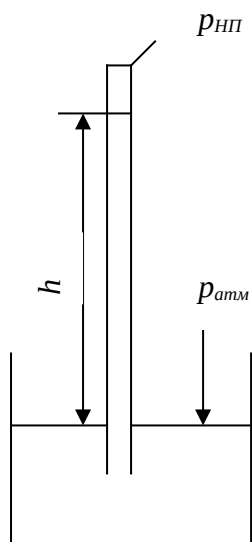


Рис. 6. К задаче 2.4

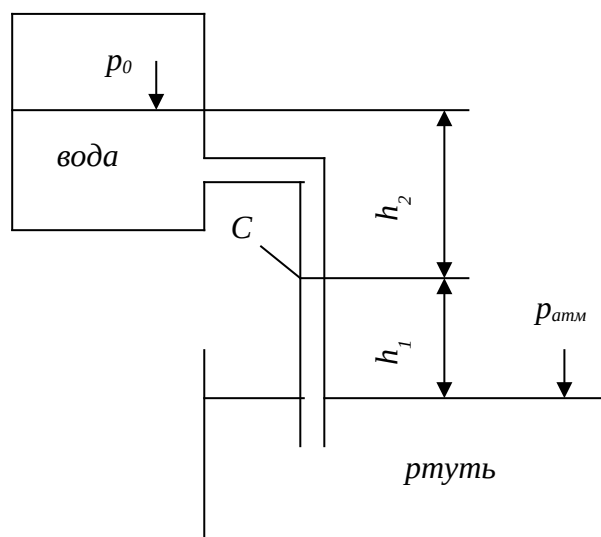


Рис. 7. К задаче 2.6

$h_C=20$  см. Определить абсолютное давление в т.С, если атмосферное давление равно  $p_{атм}=0,103$  МПа.

2.10. В сообщающихся сосудах (рис. 10) две жидкости, разделенные подвижной пробкой, находятся в равновесии. Определить давление на свободной поверхности воды  $p_0$ , при заданных атмосферном давлении  $p_{атм}=0,1$  МПа и уровнях жидкостей  $h=1$  м.

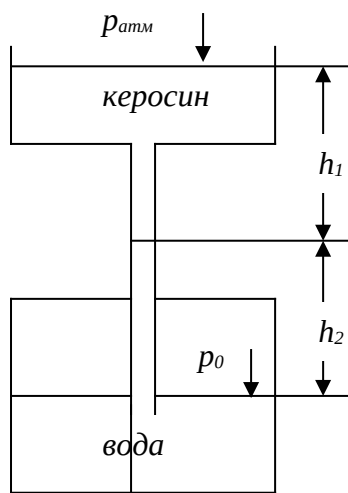


Рис. 8. К задаче 2.7

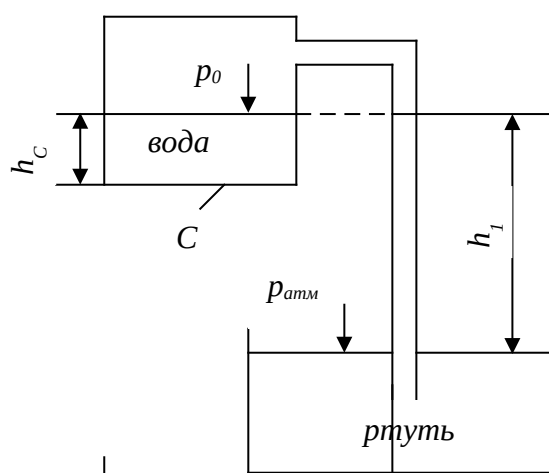
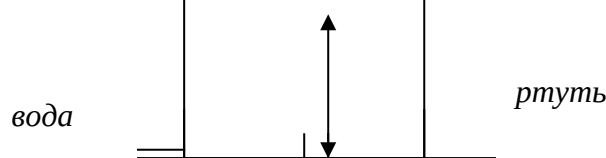


Рис. 9. К задаче 2.9



*h*

Рис. 10. К задаче 2.10

## 2.2. ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОКОЙ ЖИДКОСТИ

*Относительным равновесием жидкости* называется состояние, при котором жидкость сохраняет свое положение относительно твердой стенки движущегося сосуда.

Рассмотрим следующие виды движения.

*Первый вид – движение резервуара с жидкостью по вертикали с постоянным ускорением  $a$ .*

Характер распределения давления определим по уравнению (12), с учетом проекций массовых сил, отнесенных к единице массы жидкости:  $X=0$ ;  $Y=0$  и  $Z=-g \pm a$  (при совпадении направлений ускорений  $a$  и  $g$  перед  $a$  ставится знак « $\rightarrow$ » и, наоборот):

$$dp = \rho(-g \pm a)dz . \quad (20)$$

Интегрируя (20), получим

$$p = \rho(-g \pm a)z + C, \quad (21)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которую определим, рассмотрев любую точку на свободной поверхности, где  $z = z_0$ , а  $p = p_0$  (рис. 2). Тогда, согласно (21), для любой точки свободной поверхности  $p_0 = \rho(-g \pm a)z_0 + C$ , или  $C = p_0 - \rho(-g \pm a)z_0$ . Подставив постоянную интегрирования в зависимость (21), получим  $p = p_0 + \rho(g \pm a)(z_0 - z)$ , или окончательно:

$$p = p_0 + \rho(g \pm a)h, \quad (22)$$

где знак перед ускорением  $a$  определяется его направлением. При совпадении направлений ускорений  $g$  и  $a$  значение последнего принимается со знаком «+».

*Второй вид относительного движения – горизонтальное перемещение резервуара с жидкостью с постоянным ускорением  $a$ .*

Характер распределения давления определим по уравнению (12), с учетом проекций массовых сил, отнесенных к единице массы жидкости:  $X = \pm a$  (при совпадении направления ускорения  $a$  и направления оси  $x$  перед  $a$  ставится знак «+», и, наоборот; так, согласно рис. 11,  $a$  имеет отрицательное значение);  $Y = 0$  и  $Z = -g$ :

$$dp = -\rho a dx - \rho g dz. \quad (23)$$

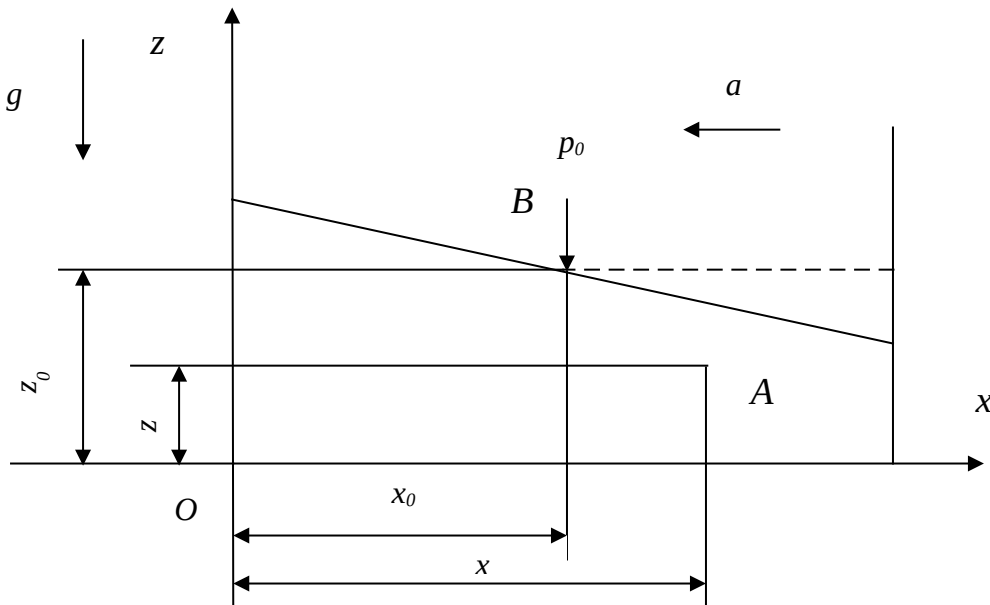


Рис. 11. Горизонтальное перемещение резервуара с жидкостью

Интегрируя (23), получим

$$p = -\rho(gz + ax) + C, \quad (24)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которую определим, рассмотрев точку  $B$  с координатами  $(x=x_0; z=z_0)$ , где вне зависимости от направления и значения ускорения  $a$  давление  $p$  всегда равно  $p_0$  (рис. 11). Тогда, согласно (24),  $p_0 = -\rho(gz_0 + ax_0) + C$ , или  $C = p_0 + \rho(gz_0 + ax_0)$ . Подставив постоянную интегрирования в зависимость (24), получим  $p = p_0 + \rho g(z_0 - z) + \rho a(x_0 - x)$ , где  $x$  и  $z$  – координаты точки, где определяется давление. Последнее выражение выведено для случая, когда направление ускорения  $a$  не совпадает с направлением оси  $x$ . В общем случае, при горизонтальном перемещении резервуара с жидкостью

уравнение для определения давления в любой точке жидкости имеет вид

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z) \pm \rho a(x_0 - x), \quad (25)$$

где перед ускорением  $a$  ставится знак «+» в случае, когда направление ускорения  $a$  не совпадает с направлением оси  $x$ , и знак «-», когда направление ускорения  $a$  совпадает с направлением оси.

*Произвольное перемещение резервуара с жидкостью с постоянным ускорением  $a$ .* Так как величина  $a$  есть вектор, то его можно представить в виде суммы двух векторов  $(a_x; a_z)$ . Таким образом, в уравнении (25) вместо  $g$  будем иметь  $(g \pm a_z)$ , а вместо  $a \rightarrow a_x$ .

*Третий вид относительного движения – вращение цилиндрического резервуара с жидкостью с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .*

**Проекции единичных массовых сил в этом случае раны:**  
 $X = \omega^2 x$ ;  $Y = \omega^2 y$  и  $Z = -g$ , а уравнение (12) запишется в виде

$$dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz). \quad (26)$$

Интегрируя (26), получим

$$p = \rho \left( \frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - gz \right) + C. \quad (27)$$

Введем систему координат с началом на кривой свободной поверхности по оси цилиндра (рис. 12), а вместо осей  $x$  и  $y$  введем координату  $r$ , так что  $r^2 = x^2 + y^2$ .

**Постоянную интегрирования определим из условия, что в точке  $O$  с координатами  $r=0$  и  $z=0$ , давление  $p=p_0$ . Следовательно, из уравнения (27)  $C=p_0$ . Подставив постоянную интегрирования  $C$  в (27), получим**

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g z, \quad (28)$$

где  $r$  и  $z$  – координаты рассматриваемой точки.

Уравнение кривой свободной поверхности (давление  $p$  в любой точке свободной поверхности равно  $p_0$ ) в этом случае имеет вид

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}. \quad (29)$$

Как видно из уравнения (29), положение кривой свободной

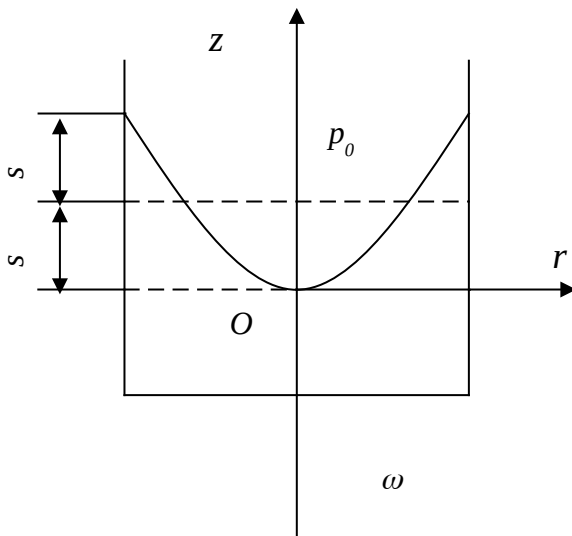


Рис. 12. Вращение цилиндрического резервуара с жидкостью

поверхности не зависит от свойств жидкости, а свободная поверхность представляет собой параболоид вращения, для которого наинизшая и наивысшая точки равноудалены от первоначального уровня (расстояния  $s$  на рис. 12).

**Пример.** Определить абсолютное давление в т.А (рис. 11), если резервуар с водой перемещается вправо с постоянным ускорением  $a = 3 \text{ м/с}^2$  при

следующих координатах в м:  $x_0=2$ ,  $z_0=2$ ,  $x=3$ ,  $z=1$ . Внешнее давление равно 0,1 МПа.

*Решение.* Абсолютное давление в точке А определяем по формуле (25):

$$p=p_0+\rho g(z_0-z)\pm\rho a(x_0-x)=100000+1000\cdot 9,81\cdot(2-1)+1000\cdot 3\cdot(2-3)=106810 \text{ Па.}$$

### Задачи

2.11. Призматический сосуд (рис. 13) длиной  $3l$  ( $l=1$  м) разделен плоской перегородкой на два отсека, заполненных водой до высот  $h_1=1$  м и  $h_2=1,9$  м. Определить ускорение  $a$ , при котором результирующая сила гидростатического давления на перегородку при гори-

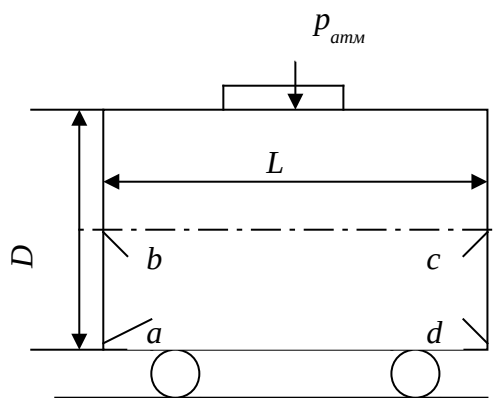
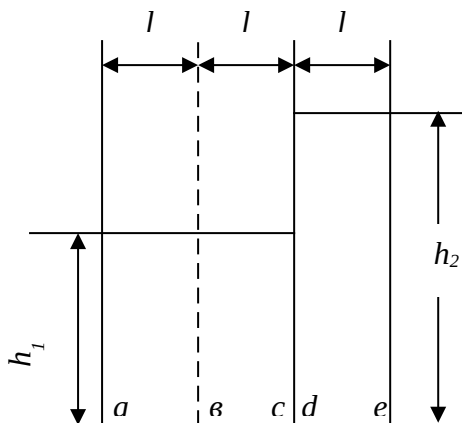
зонтальном перемещении сосуда влево станет равной нулю.

2.12. Для условий задачи 2.11 (рис. 13) определить величину абсолютного давления в точках  $a$  и  $e$ , расположенных на дне сосуда, если последний движется вертикально вверх с постоянным ускорением  $a=3$  м/с<sup>2</sup>. Насколько изменится давление, если движение сосуда будет равномерным (при  $a=0$ )?

2.13. Для условий задачи 2.11 (рис. 13) определить величину абсолютного давления в точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ , расположенных на дне сосуда при горизонтальном перемещении его влево с постоянным ускорением  $a=2$  м/с<sup>2</sup>.

2.14. Цистерна (рис. 14) диаметром  $D=2$  м и длиной  $L=6$  м, наполненная нефтью полностью, движется горизонтально влево с постоянным ускорением  $a=3$  м/с<sup>2</sup>. Определить величину манометрического давления в точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  плоских торцевых стенок цистерны.

2.15. Цистерна (рис. 14) диаметром  $D=3$  м и длиной  $L=6,5$  м, наполненная бензином наполовину, движется горизонтально вправо с постоянным ускорением  $a=2$  м/с<sup>2</sup>. Определить величину манометрического давления в точках  $a, b, c, d$  плоских торцевых стенок цистерны.



2. Рис. 13. К задаче 2.11      диаметром  $L$       Рис. 14. К задаче 2.14

полненная водой наполовину, движется влево равнозамедленно. Определить: 1) каким должно быть ускорение  $a$ , чтобы манометрическое давление в точке  $d$  было равно нулю? 2) величину манометрического давления в точках  $a$  и  $b$  при полученном ускорении.

2.17. В цилиндрический сосуд (рис. 15) диаметром  $D=1$  м и высотой  $H=1,5$  м налита вода с начальным уровнем  $h=1$  м. Определить: 1) будет ли выплескиваться вода, если сосуд будет вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega=7$  рад/с ?

2.18. Для условий задачи 2.17 определить, на каком расстоянии от дна будет находиться наини́зшая точка свободной поверхности?

2.19. Для условий задачи 2.17 определить, с какой скоростью нужно вращать сосуд, чтобы вода поднялась до краев сосуда?

2.20. Цилиндрический сосуд (рис. 15) диаметром  $D=1$  м и высотой  $H=2,5$  м заполнен керосином с начальным уровнем  $h=1,5$  м и вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega=10,0$  рад/с.

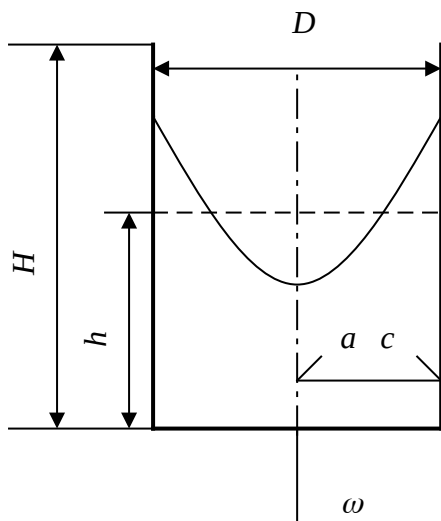


Рис. 15. К задаче 2.20

Определить: 1) полное гидростатическое давление в точках  $a$  и  $c$ , отстоящих на величину  $h/4$  от дна сосуда; 2) какой минимальной высоты должен быть сосуд, чтобы жидкость не выплескивалась?

## 2.3. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

### 2.3.1. Эпюра давления. Давление жидкости на плоские поверхности

Графическое изображение величины и направления гидростатического давления, действующего на любую точку поверхности, носит название *эпюры гидростатического давления*.

Для построения эпюры гидростатического давления нужно отложить величину гидростатического давления для рассматриваемой точки нормально к поверхности, на которую оно действует. Так, например, эпюра избыточного давления на плоский наклонный щит  $AB$  будет представлять собой треугольник  $ABC$ , а эпюра абсолютного гидростатического давления – трапецию  $ABC'A'$  (рис. 16).

Сила абсолютного гидростатического давления жидкости на горизонтальную поверхность равна абсолютному гидростатическому давлению на поверхности, умноженному на ее площадь  $\omega$ :

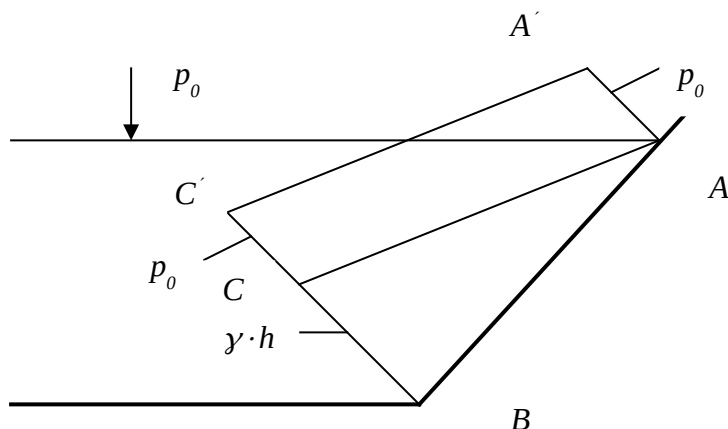


Рис. 16. Эпюра гидростатического давления

$$P = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \omega, \quad (30)$$

где  $P$  – сила давления с учетом внешнего давления  $p_0$ ;

$h$  – глубина погружения данной горизонтальной поверхности.

При определении силы давления на различные поверхности всегда необходимо учитывать давление с внешней стороны этой поверхности. Так, при равенстве давлений на свободной поверхности жидкости и с внешней стороны рассматриваемой поверхности (далее мы будем рассматривать только такие случаи) сила избыточного давления (далее – сила давления) определяется как:

$$P = \rho \cdot g \cdot h \cdot \omega. \quad (31)$$

Уравнение (31) показывает, что независимо от формы сосуда, заполненного жидкостью (рис. 17), при равенстве плотностей  $\rho$ , площадей основания  $\omega$  и глубин  $h$  сила давления на горизонтальное дно будет одинаковой. Это явление называется *гидростатическим парадоксом*. Вместе с тем, сила давления сосуда с жидкостью на

поверхность, на которую они опираются, будет различной (определяется весом сосуда и жидкости).

Сила давления на плоскую поверхность  $AB$  (рис. 18), произвольно ориентированную, вычисляется по формуле:

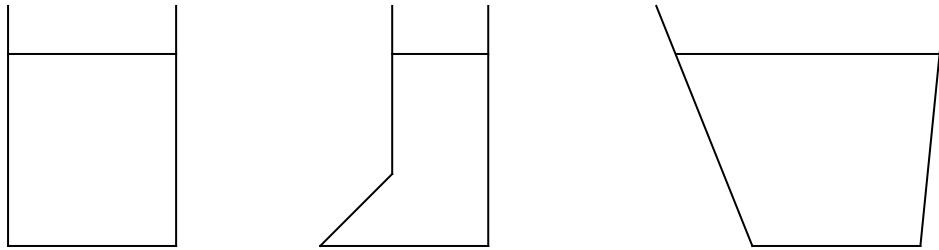


Рис. 17. Гидростатический парадокс

$$P = \rho \cdot g \cdot h_{\text{цм}} \cdot \omega, \quad (32)$$

где  $h_{\text{цм}}$  - глубина погружения центра тяжести данной поверхности.

Точка приложения силы давления (*центр давления*) для плоской поверхности  $AB$  определяется по формуле

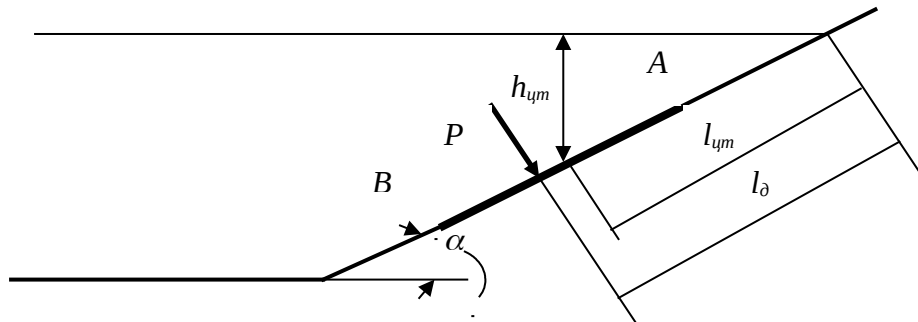


Рис. 18. Сила давления жидкости на плоскую поверхность

$$l_{\text{д}} = l_{\text{цм}} + \frac{J_0}{l_{\text{цм}} \omega}, \quad (33)$$

где  $l_{\text{д}}$  – расстояние от свободной поверхности до центра давления (считая по наклону стенки);

$l_{\text{цм}}$  – расстояние от свободной поверхности до центра тяжести рассматриваемой поверхности (считая по наклону стенки);

$J_0$  – момент инерции поверхности (фигуры) относительно оси, проходящей параллельно линии уреза жидкости через центр тяжести этой фигуры.

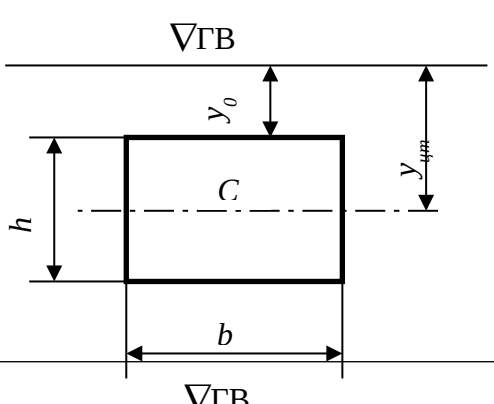
В табл. 5 приведены значения момента инерции ( $J_0$ ), координаты центра тяжести ( $y_{cm}$ ) и площади  $\omega$  некоторых простых геометрических фигур.

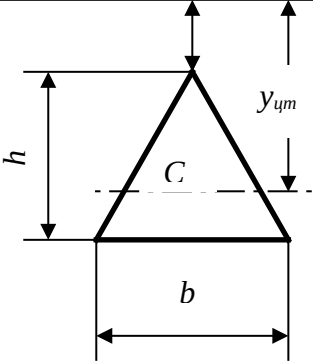
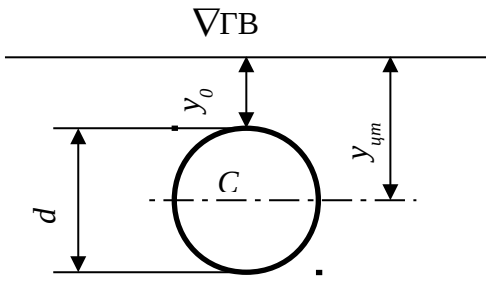
Из формулы (33) следует, что центр давления всегда ниже центра тяжести на величину  $\frac{J_0}{I_{cm}\omega}$ , называемую *эксцентриситетом*.

Если давление с внешней стороны поверхности отличается от атмосферного на величину  $\Delta p$ , то в этом случае необходимо привести его к атмосферному, изменив давление на свободной поверхности на ту же величину  $\Delta p$ .

Если давление на свободной поверхности жидкости отличается от атмосферного на величину  $\Delta p$ , тогда, применив зависимость (18), заменяем  $\Delta p$  высотой столба  $h_{дон}$  той же жидкости, что находится в резервуаре. В этом случае все расчеты необходимо выполнять с учетом  $h_{дон}$ .

Таблица 5. Значения момента инерции ( $J_0$ ), координаты центра тяжести ( $y_{cm}$ ) и площади  $\omega$  некоторых простых геометрических фигур

Вид фигуры	$J_0$	$y_{cm}$	$\omega$
	$\frac{bh^3}{12}$	$y_0 + \frac{h}{2}$	$b \cdot h$

	$\frac{bh^3}{36}$	$y_0 + \frac{2h}{3}$	$\frac{bh}{2}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$y_0 + \frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$

*Пример.* Замкнутый резервуар разделен на две части плоской перегородкой, имеющей квадратное отверстие со стороной  $a = 200$  мм, закрытое крышкой (рис. 19). Давление над водой ( $\gamma = 10000$  Н/м<sup>3</sup>) в левой части резервуара определяется показанием манометра  $p_m = 0,08$  МПа, давление воздуха в правой части – показанием мановакуумметра  $p_{изб} = 0,01$  МПа. Уровень воды  $h = 500$  мм. Определить величину и точку приложения результирующей силы давления на крышку.

*Решение.* Так как давление с внешней стороны поверхности отличается от атмосферного на величину  $p_{изб}$ , то в этом случае необходимо привести его к атмосферному (уменьшаем величину давления с внешней стороны и в резервуаре с водой на величину  $p_{изб}$ ). Тогда давление на свободной поверхности будет равно:

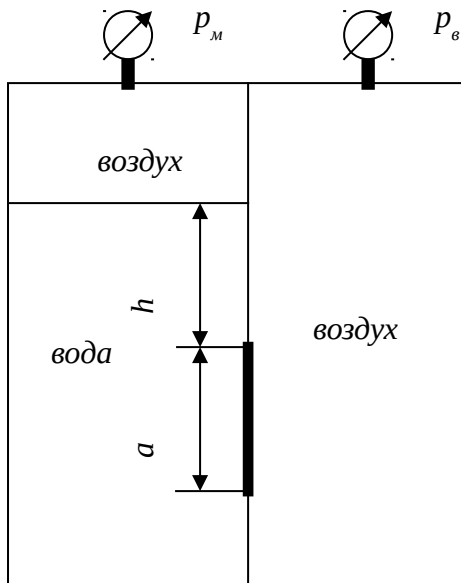


Рис. 19. Схема к примеру

35

$$\Delta p = p_m + p_{изб} = 0,08 + 0,01 = 0,09 \text{ МПа.}$$

Заменяем давление  $\Delta p$  высотой столба  $h_{дон}$  той же жидкости:

$$h_{дон} = \frac{\Delta p}{\gamma} = 90000/10000 = 9 \text{ м.}$$

Находим величину результирующей силы давления на крышку по формуле (32):

$$P = \rho \cdot g \cdot h_{цм} \cdot \omega = \gamma \cdot \left( h_{дон} + h + \frac{a}{2} \right) \cdot$$

$$a^2 =$$

$$= 10000 \cdot (9 + 0,5 + 0,1) \cdot 0,2^2 = 3840 \text{ Н.}$$

Точку приложения результирующей силы давления определим по формуле (33), заменив  $l$  на  $h$ :

$$h_{\partial} = h_{цм} + \frac{J_0}{h_{цм} \omega} = 9,6 + 0,2^4 / 12 / (9,6 \cdot 0,2^2) = 9,6003 \text{ м.}$$

### Задачи

2.21. Наклонный плоский щит  $AB$  (рис. 20) удерживает слой воды  $H=2$  м при угле наклона щита  $\alpha=30^\circ$  и ширине щита  $b=1$  м. Необходимо разделить щит по высоте на две части так, чтобы сила давления на верхнюю его часть была равна силе давления на нижнюю часть. Определить точки приложения этих сил и построить эпюру давления.

2.22. Квадратное отверстие со стороной  $h=1$  м в вертикальной стенке резервуара закрыто плоским щитом. Щит закрывается грузом массой  $m$  на плече  $x=1,5$  м (рис. 21). Определить величину массы груза, необходимую для удержания глубины воды в резервуаре  $H=2$  м,

если известна величина  $a=0,5$  м. Построить эпюру гидростатического давления на щит.

2.23. Поворотный клапан закрывает выход из бензохранилища в трубу квадратного сечения (рис. 22). Определить, какую силу  $T$  нужно приложить к тросу для открытия клапана при известных  $h=1$  м,  $H=2$  м и  $\alpha=45^\circ$ . Манометрическое давление паров бензина в резервуаре  $p_m=50$  кПа.

2.24. В вертикальной стенке закрытого резервуара с нефтью (рис. 23) имеется квадратное отверстие со стороной  $b=1$  м. Определить величину и точку приложения силы давления на крышку, перекрывающую это отверстие, если известно  $H=1$  м, а показание ртутного манометра, подключенного к резервуару, равно  $h=100$  мм.

2.25. Прямоугольный поворотный затвор размерами  $b \times a=1 \times 2$  м перекрывает выход из резервуара (рис. 24). На каком расстоянии необходимо расположить ось затвора  $O$ , чтобы при открывании его в начальный момент необходимо было преодолеть только трение в шарнирах при глубине воды в резервуаре  $H=3$  м.

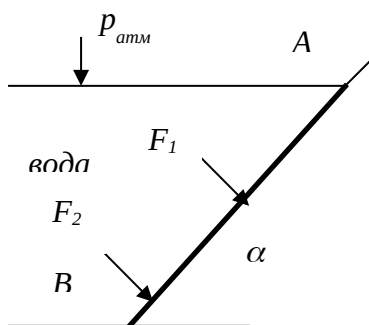


Рис. 20. К задаче 2.21

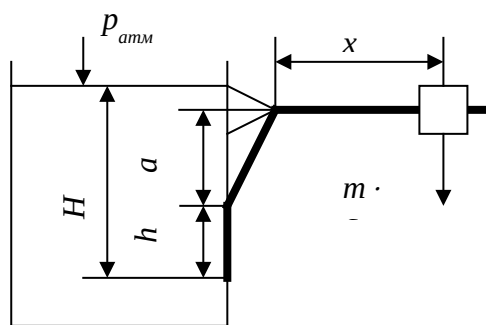
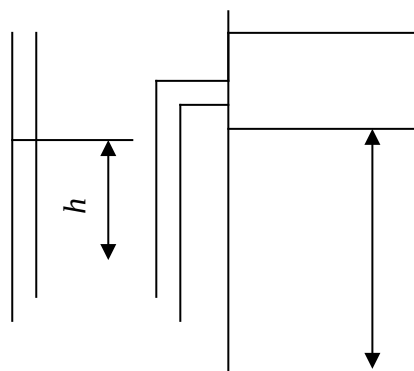
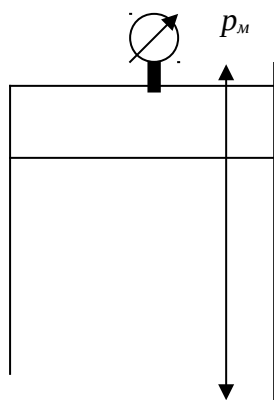


Рис. 21. К задаче 2.22



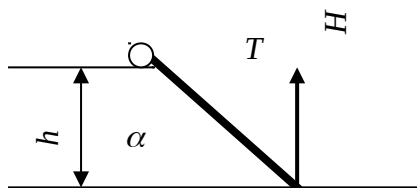


Рис. 22. К задаче 2.23

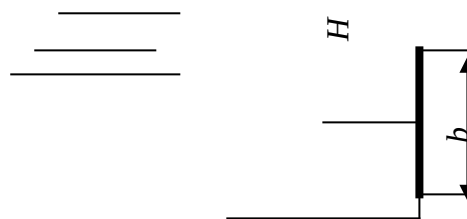


Рис. 23. К задаче 2.24

2.26. Труба прямоугольного сечения  $b \times a=0,2 \times 0,5$  м для выпуска нефти из открытого нефтехранилища закрывается откидным плоским клапаном (рис. 25), расположенном под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту. Определить начальное подъемное усилие  $T$  троса для открытия клапана при глубине нефти  $h_1=1,5$  м. Построить эпюру гидростатического давления на клапан.

2.27. Для регулирования уровня воды в напорном резервуаре установлен поворачивающийся круглый затвор  $AB$  (рис. 26), который открывает отверстие в вертикальной стенке. Определить начальное натяжение троса  $T$ , если размер затвора  $a$ , глубина  $h_1$ , а манометрическое давление на поверхности воды  $p_m=30$  кПа.

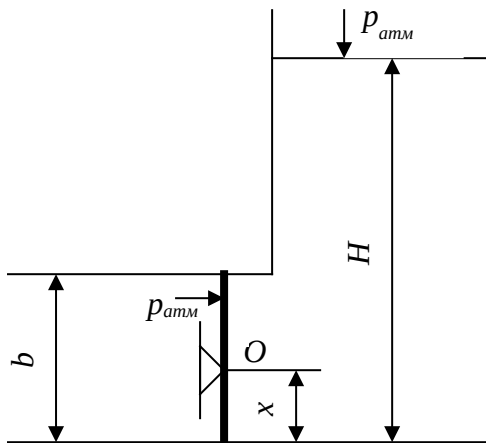


Рис. 24. К задаче 2.25

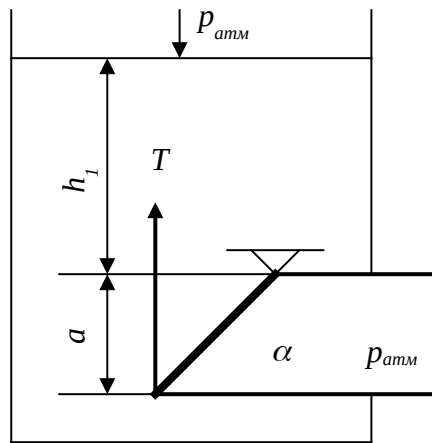


Рис. 25. К задаче 2.26

2.28. Автоматическое регулирование уровня нефти в напорном резервуаре осуществляется поворачивающимся щитом  $AB$  (рис. 27). Найти глубину  $h$  погружения оси поворота щита и силу гидростатического давления нефти на него, если размеры щита  $b \times a = 1,2 \times 0,6$  м, глубина  $h_1 = 3$  м и манометрическое давление на поверхности нефти  $p_m = 1$  МПа. Построить эпюру гидростатического давления.

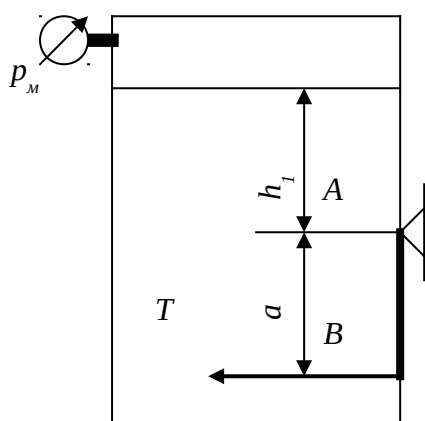


Рис. 26. К задаче 2.27

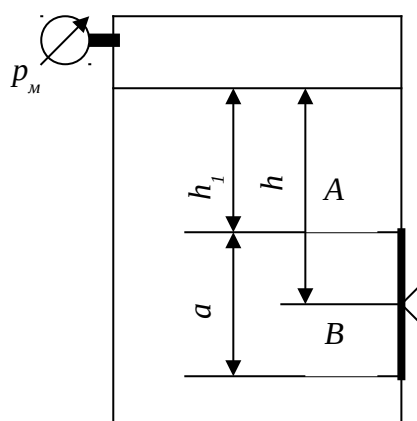


Рис. 27. К задаче 2.28

2.29. В наклонной стенке резервуара для отработанного моторного масла имеется круглое отверстие размером  $a = 0,7$  м (рис. 28). Определить силу гидростатического давления, которую воспринимают болты крепления крышки, координаты центра давления, построить эпюру гидростатического давления на крышку. Глубина масла до верхней кромки отверстия равна  $H = 1$  м, угол наклона стенки  $\alpha = 60^\circ$ .

2.30. Для опорожнения резервуара с нефтью в дне его имеется плоский круглый клапан диаметром  $d = 0,5$  м (рис. 29). Определить какую силу  $T$  нужно приложить к тросу для открытия клапана при глубине нефти в резервуаре  $H = 2$  м. Манометрическое давление паров

нефти в резервуаре  $p_m=0,2$  МПа . Как изменится усилие на тросе, если перед открытием клапана изменить давление на поверхности нефти до атмосферного.

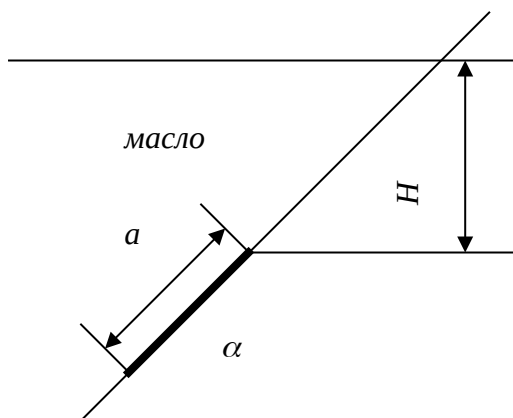


Рис. 28. К задаче 2.29

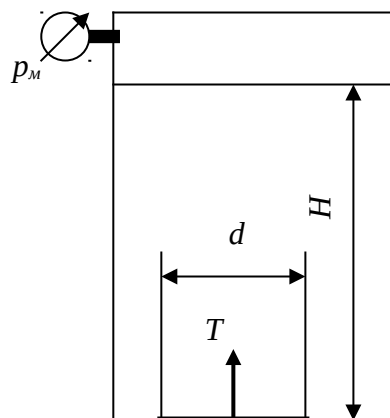


Рис. 29. К задаче 2.30

### 2.3.2. Сила гидростатического давления на криволинейную поверхность. Закон Архимеда

Сила гидростатического давления на криволинейные цилиндрические поверхности ( $AB$  на рис.30) определяется по формуле

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}, \quad (34)$$

где  $P_x$  – горизонтальная составляющая силы гидростатического давления  $P$ ;

$P_z$  – вертикальная составляющая силы гидростатического давления.

Горизонтальная составляющая  $P_x$  равна:

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h'_{cm} \cdot \omega_x, \quad (35)$$

где  $\omega_x$  – площадь проекции криволинейной поверхности на плоскость, нормальную оси  $x$  (поверхность  $A'B'$  на рис. 30);

$h'_{cm}$  – глубина погружения центра тяжести этой проекции.

$A' \qquad A \qquad P_z \qquad B$

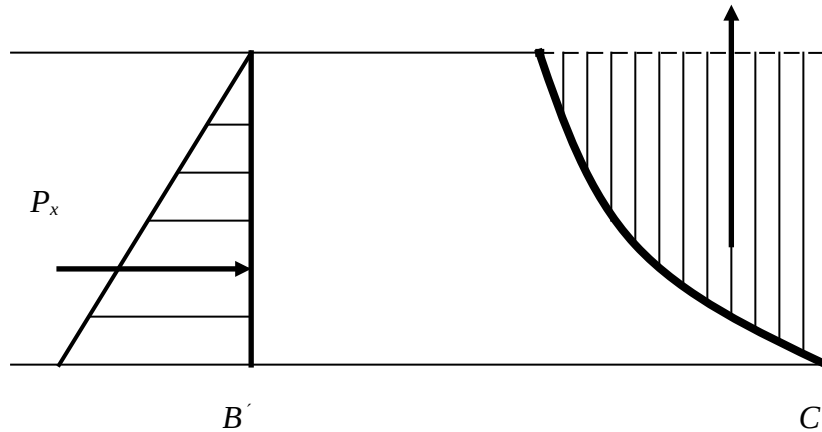


Рис. 30. Сила давления жидкости на криволинейную поверхность

Точка приложения горизонтальной составляющей определяется так же, как и для плоских поверхностей, где этой поверхностью является  $\omega_x$ , по формуле (33).

Вертикальная составляющая  $P_z$  находится по формуле:

$$P_z = \rho \cdot g \cdot W, \quad (36)$$

где  $W$  – объем тела давления, заключенного между самой криволинейной поверхностью и ее проекцией на свободную поверхность (на рис. 30 – объем тела  $ABC$ ).

$P_z$  проходит через центр тяжести тела давления.

Равнодействующая сила  $P$  определяется по правилу параллелограмма сложением векторов  $P_x$  и  $P_z$ , под углом  $\alpha$  к

горизонту, определяемому как  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_z}{P_x}$ .

*Центром давления на криволинейную поверхность* называется точка, в которой линия действия равнодействующей силы  $P$  пересекает криволинейную поверхность.

*Закон Архимеда.* Рассмотрим тело  $AB$  (рис. 31), погруженное в жидкость. Предположим, что это тело состоит из элементарных вертикальных цилиндров, имеющих бесконечно малую площадь поперечного сечения  $d\omega$ . На каждый из таких цилиндров будут

действовать элементарные силы гидростатического давления: сверху –  $dP_1 = \gamma h_1 d\omega$ , а снизу –  $dP_2 = \gamma h_2 d\omega$ .

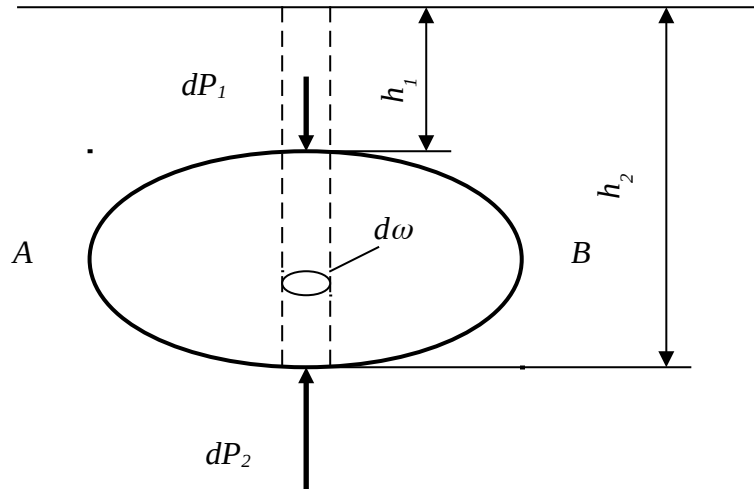


Рис. 31. Схема действия сил на тело, погруженное в жидкость

Так как  $h_2 > h_1$ , то очевидно, что элементарные цилиндры будут находиться под действием подъемной элементарной силы  $dP_n = dP_2 - dP_1 = (h_2 - h_1)\gamma d\omega$ .

Суммируя элементарные подъемные силы, получим полную подъемную силу  $P_n$ :

$$P_n = \gamma \cdot W, \quad (37)$$

где  $W$  – объем вытесненной телом жидкости (в данном случае – объем тела  $AB$ ).

Таким образом, подъемная сила  $P_n$  равна весу жидкости, вытесненной погруженным в нее телом, направлена по вертикали снизу вверх и приложена в центре погруженной части тела, называемом *центром водоизмещения* (закон Архимеда).

*Пример.* Определить суммарную силу давления на сегментный затвор радиуса  $R=5$  м, ширине затвора  $b=1$  м и угле  $\alpha=60^\circ$  (рис.32).

*Решение.* Горизонтальную составляющую  $P_x$  находим по формуле (35)

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h'_{\text{ум}} \cdot \omega_x = 1000 \cdot 9,81 \cdot H/2 \cdot H \cdot b,$$

где  $H = R \cdot \sin \alpha = 5 \cdot 0,865 = 4,325$  м, тогда  $P_x = 91751$  Н.

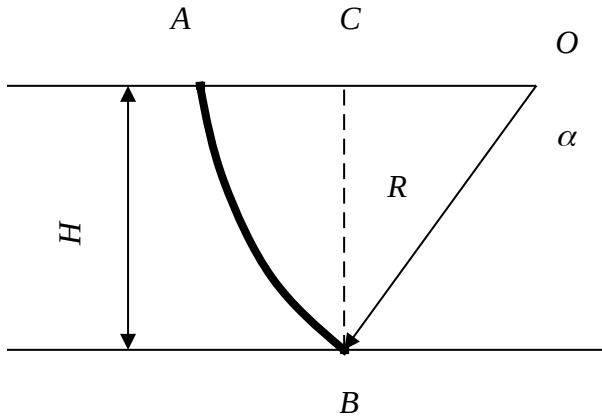


Рис. 32. Схема к примеру

Для нахождения вертикальной составляющей силы давления необходимо найти объем тела давления, который равен площади фигуры ABC, умноженной на ширину затвора  $b$ . Площадь фигуры ABC найдем как разность площадей сегмента AOB и треугольника COB и

треугольника COB:

$$S_{ABC} = S_{AOB} - S_{COB} = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{HR}{4} = 13,08 - 5,41 = 7,67 \text{ м}^2.$$

Вертикальная составляющая  $P_z$  равна (36):

$$P_z = \rho \cdot g \cdot W = 9810 \cdot 7,67 \cdot 1 = 75243 \text{ Н.}$$

Суммарную силу давления определим по формуле (34)

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{91751^2 + 75243^2} = 118658 \text{ Н.}$$

### Задачи

2.31. Цилиндрический сосуд (рис. 33) диаметром  $D=2$  м и длиной  $L=8$  м полностью заполнен бензином. Определить разрывающие усилия  $F_x$  при показании манометра  $p_m=0,15$  МПа .

2.32. Круглое отверстие в вертикальной стенке закрытого резервуара с бензином перекрыто сферической крышкой (рис. 34). Определить силу давления жидкости на крышку при манометрическом давлении на ее свободной поверхности  $p_m=0,5$  МПа,

если радиус сферы  $R=1$  м, а глубина погружения центра тяжести отверстия  $H=2$  м.

2.33. Определить силу давления на коническую крышку высотой  $a=0,5$  м горизонтального цилиндрического сосуда диаметром  $D=2$  м, заполненного водой (рис. 35). Показание манометра –  $p_m=0,3$  МПа . Показать на чертеже вертикальную и горизонтальную составляющие, а также полную силу давления.

2.34. Смотровой люк в боковой стенке резервуара перекрывается полусферической крышкой диаметром  $D=0,5$  м (рис. 36). Определить отрывающее  $F_x$  и сдвигающее  $F_z$  усилия, воспринимаемые болтами, если уровень бензина над центром отверстия  $H=2$  м, показание манометра  $p_m=1$  МПа.

2.35. Шар диаметром  $D=0,5$  м наполнен водой. Уровень жидкости в пьезометре, присоединенном к шару, установился на высоте  $H=2$  м от оси шара. Определить силу давления на боковую половину внутренней поверхности шара (рис. 37). Показать на чертеже вертикальную и горизонтальную составляющие, а также полную силу давления.

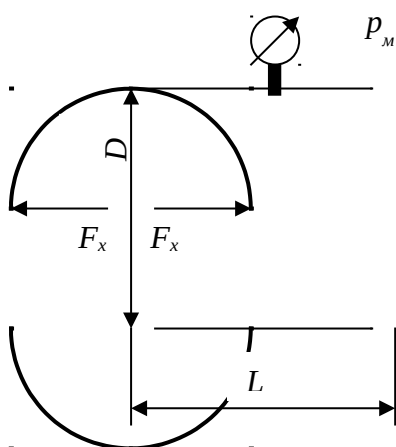


Рис. 33. К задаче 2.31

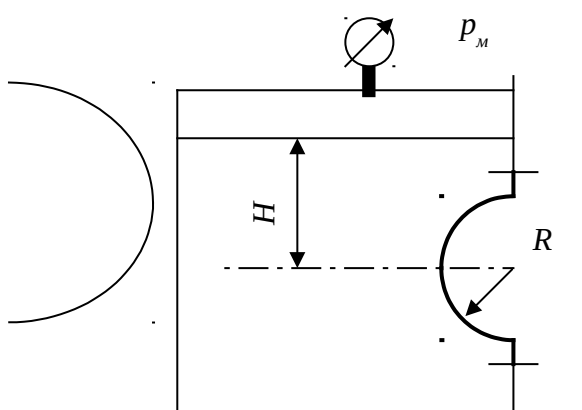
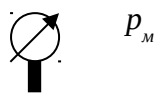


Рис. 34. К задаче 2.32



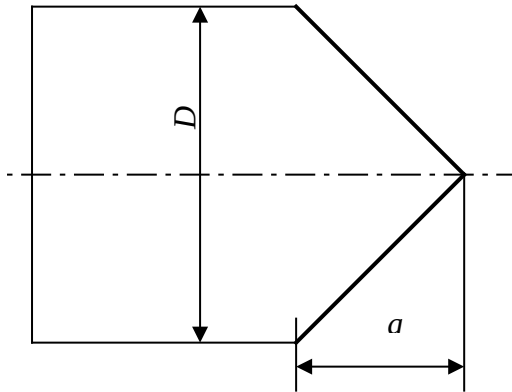


Рис. 35. К задаче 2.33

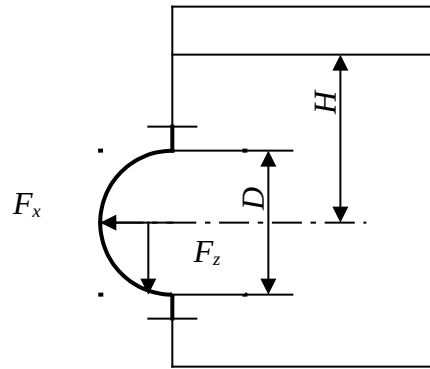


Рис. 36. К задаче 2.34

2.36. В верхней стенке призматического сосуда с водой (рис. 38) имеется полусферическая крышка радиусом  $R=0,5$  м. Определить отрывающее усилие, воспринимаемое болтами крышки, если показание манометра  $p_m=1,2$  МПа, глубина  $h=1$  м.

2.37. Для выпуска нефти из резервуара (рис. 39) имеется полусферический клапан диаметром  $D=1$  м. Определить начальное усилие в тросу  $T$  для открытия клапана, если известны уровень нефти в резервуаре  $H=1$  м и масса клапана  $m=200$  кг.

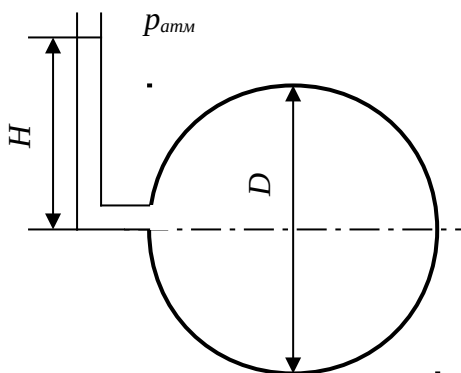


Рис. 37. К задаче 2.35

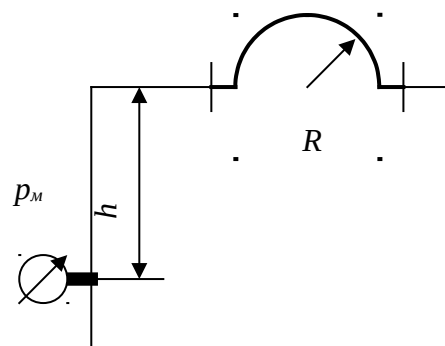


Рис. 38. К задаче 2.36

2.38. Для автоматического поддержания уровня воды в резервуаре (рис. 40) использован полусферический клапан диаметром

$D=0,2$  м. Определить массу груза  $m$  для поддержания уровня воды  $H=2$  м, если плечи рычага  $AB=0,6$  м,  $BC=1,4$  м. Массу клапана принять равной  $m=15$  кг.

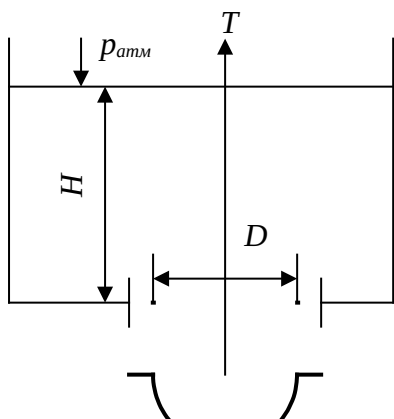


Рис. 39. К задаче 2.37

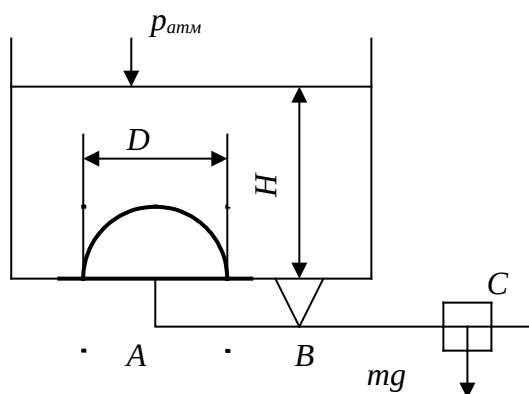


Рис. 40. К задаче 2.38

2.39. В дне призматического резервуара с бензином (рис. 41) имеется отверстие, перекрытое полусферической крышкой радиусом  $R=0,4$  м. Определить усилие, воспринимаемое болтами крышки, если уровень бензина равен  $H=1$  м, а давление паров бензина  $p_m=0,3$  МПа.

2.40. Гидропневмоаккумулятор (рис. 42) заполнен водой на величину  $H=2$  м. Определить силу, действующую на полусферическое дно радиуса  $R=0,2$  м, и разрывающие усилия  $F_x$ , действующие на цилиндрические поверхности, если показание манометра равно  $p_m=100$  кПа.

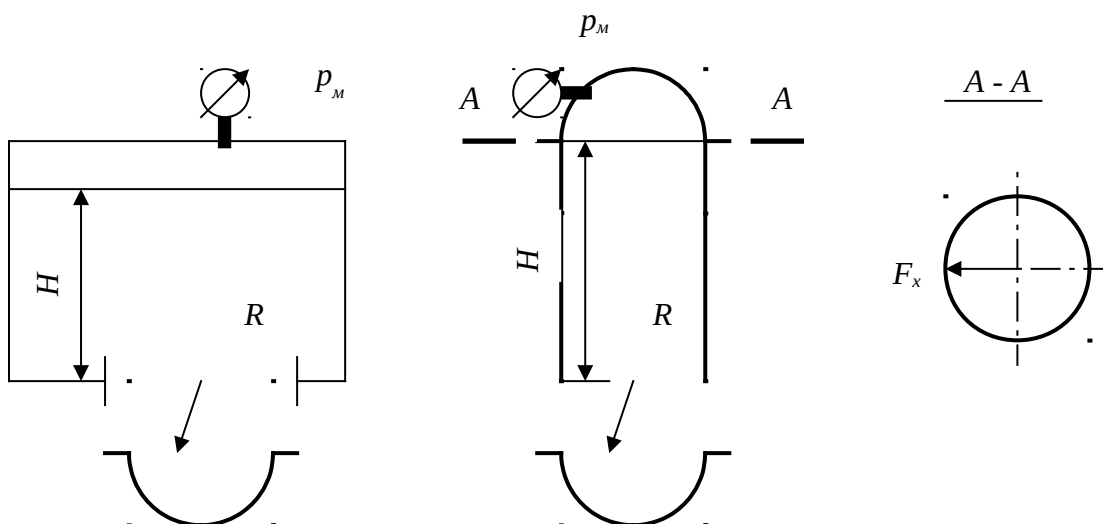


Рис. 41. К задаче 2.39

Рис. 42. К задаче 2.40

## 2.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В МЕХАНИЗМАХ

Определение гидростатического давления в механизмах и силы давления на их рабочие органы производится по описанным выше формулам. Единственное отличие при этом состоит в том, что давление в рабочих полостях гидравлических механизмов считается одинаковым во всех точках. Это допущение объясняется тем, что в соответствии с формулой (16) внешнее давление, создаваемое в рабочих полостях механизмов, гораздо больше давления, обусловленного весом рабочей жидкости.

*Пример.* На рис. 43 представлен преобразователь давления (мультипликатор) возвратно-поступательного действия. Определить давление  $p_2$ , получаемое на выходе, если в рабочую полость большего

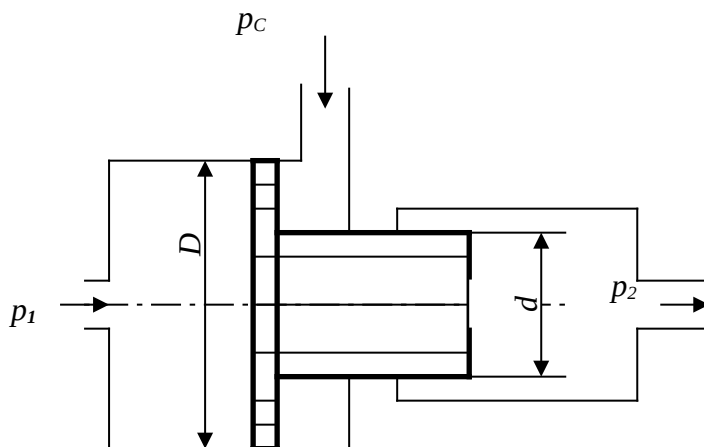


Рис. 43. Схема к примеру

противодавляющего цилиндра подается жидкость под давлением  $p_1=5$  МПа,

противодавление сливной линии  $p_c = 0,05$  МПа, диаметры поршня  $D=80$  мм и плунжера  $d=40$  мм. Силами трения в уплотнителях пренебречь. Все указанные давления – манометрические.

*Решение.* Составляем уравнение равновесия сил избыточного давления вдоль горизонтальной оси:

$$p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = p_2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + p_c \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}, \text{ откуда, сократив на } \frac{\pi}{4}, \text{ найдем } p_2:$$

$$p_2 = \frac{5 \cdot 8^2 - 0,05 \cdot (8^2 - 4^2)}{4^2} = 19,85 \text{ МПа.}$$

### Задачи

2.41. Для опрессовки водой (проверки на герметичность) трубопровода диаметром  $D=200$  мм и длиной  $L=100$  м применяется ручной поршневой насос (рис. 44) с диаметром поршня  $d=10$  см и отношением плеч рычажного механизма  $\frac{a}{b}=6$ . Определить объем воды, который нужно накачать в трубопровод для повышения избыточного давления в нем на 1,5 МПа. Считать трубопровод абсолютно жестким. Чему равно усилие  $F$  на рукоятке насоса в последний момент опрессовки?

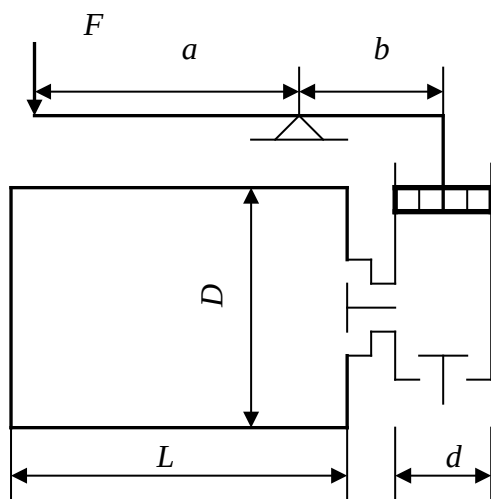


Рис. 44. К задаче 2.41

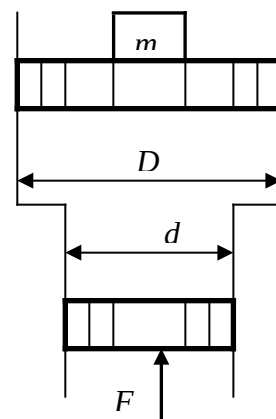


Рис. 45. К задаче 2.42

2.42. Определить давление в гидросистеме (рис. 45), заполненной минеральным маслом, и массу груза  $m$ , лежащего на большем поршне, если для его подъема приложена сила  $F=50$  кН к меньшему поршню. Диаметры поршней равны  $D=0,5$  м и  $d=0,2$  м.

2.43. Определить нагрузки на болты левой и правой крышек гидроцилиндра (рис. 46) диаметром  $D=1$  м, если к плунжеру диаметром  $d=0,2$  м приложена сила  $F=20$  кН.

2.44. Предохранительный клапан дифференциального типа (рис. 47), предназначенный для защиты насоса от перегрузки, начинает открываться (для пропуски жидкости в бак) при избыточном давлении  $p_1=2$  МПа. Диаметры цилиндров  $D=32$  мм и  $d=16$  мм. Давление  $p_2$  справа от большого и слева от малого поршней равно атмосферному. Определить величину предварительного сжатия пружины  $\Delta x$  (мм), если ее жесткость равна  $C=50$  Н/мм. Силами трения пренебречь.

2.45. Для определения модуля объемной упругости жидкости используется установка, изображенная на рис. 48. Резервуар диаметром  $D=1$  м, высотой  $h=30$  см и присоединенный к нему гидроцилиндр диаметром  $d=5$  см первоначально заполнены водой ( $E_0=2110$  МПа) на высоту  $H=1$  м. Определить на сколько ( $\Delta h$ ) переместится вниз поршень гидроцилиндра, если на платформу штока установлен груз массой  $m=100$  кг. Весом поршня пренебречь, резервуар считать абсолютно жестким.

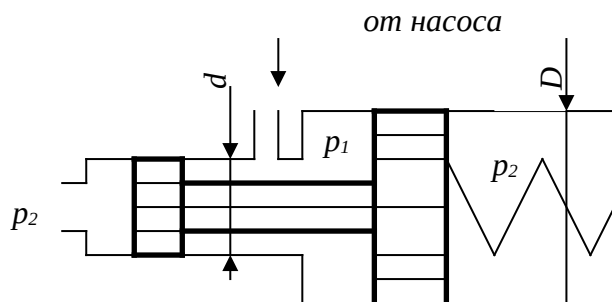
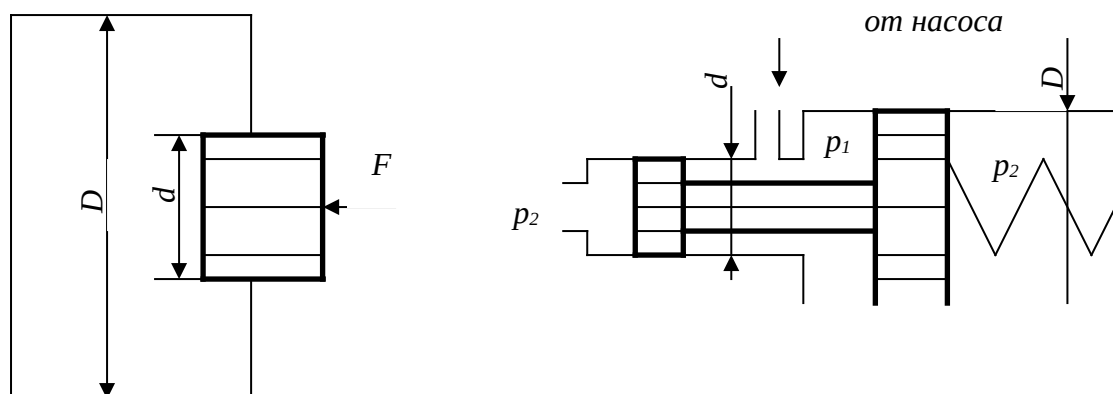




Рис. 46. К задаче 2.43

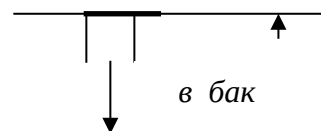
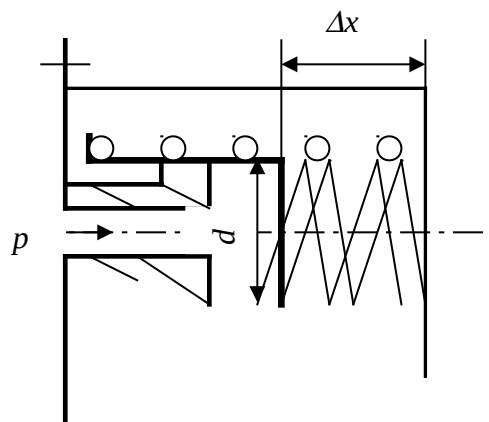
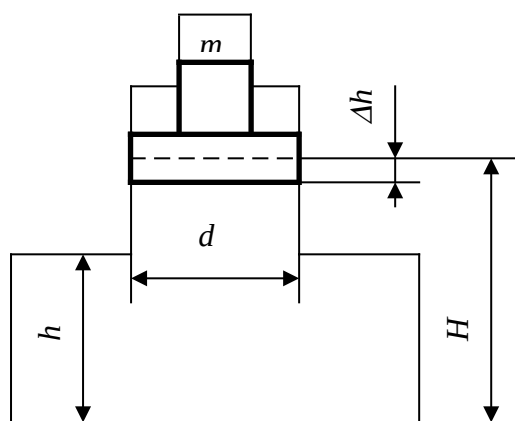


Рис. 47. К задаче 2.44

2.46. В пружинном гидроаккумуляторе (рис. 49) энергия накапливается за счет сжатия пружины при перемещении гидроцилиндра вправо относительно неподвижного поршня под давлением  $p$  жидкости, поступающей через отверстие в штоке. Диаметр поршня  $d=10$  см, жесткость пружины  $C=20$  Н/мм, сила ее предварительного сжатия  $2000$  Н, перемещение гидроцилиндра при зарядке гидроаккумулятора  $\Delta x=20$  см. Определить давление в начале и в конце зарядки гидроаккумулятора. Силами трения пренебречь.

2.47. Гидроцилиндр (рис. 50) предназначен для возвратно-поступательного перемещения рабочего органа, присоединенного к штоку. Защита его от перегрузки обеспечивается шариковым предохранительным клапаном. Какое давление  $p$  нужно создать в бесштоковой полости гидроцилиндра, чтобы преодолеть рабочее усилие на штоке  $F=10$  кН, если диаметры цилиндра  $D=7$  см, штока  $d=2$  см, а противодействие сливной линии  $p_1=0,05$  МПа? На какое усилие нужно предварительно сжать пружину, чтобы шариковый клапан открывался при усилии на штоке  $1,3F$ , если диаметр входного отверстия (седла клапана)  $d_1=1$  см? Силами трения пренебречь.



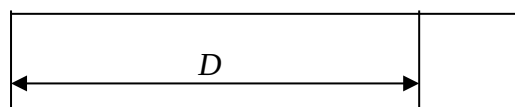


Рис. 48. К задаче 2.45

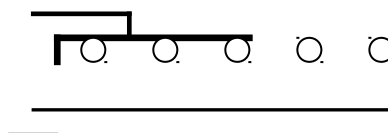
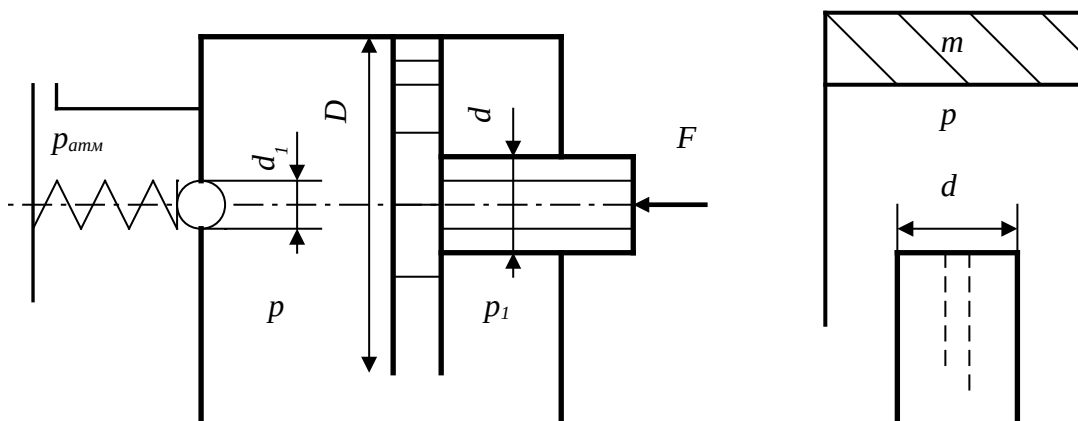


Рис. 49. К задаче 2.46

2.48. Для накопления энергии используется грузовой гидроаккумулятор (рис. 51), имеющий диаметр плунжера  $d=30$  см. Определить общую массу груза  $m$ , необходимую для создания давления в цилиндре  $p=2$  МПа, и запасаемую аккумулятором энергию при подъеме гидроцилиндра с грузом на высоту 1 м. Силы трения не учитывать.

2.49. Приемный клапан на всасывающей трубе насоса изготовлен в виде шара (удельный вес материала  $\gamma=8500$  кг/м<sup>3</sup>) диаметром  $D=100$  мм (рис. 52), который сидит в седле диаметром  $d=80$  мм. Какое разрежение нужно создать над свободной поверхностью воды в трубе, чтобы клапан приподнялся, если разность уровней  $\Delta H=0,5$  м.

2.50. Определить величину и направление силы  $F$ , приложенной к штоку поршня для удержания его на месте (рис. 53), если  $D=300$  мм,  $H=5$  м и  $d=80$  мм. Справа от поршня находится воздух. Слева от поршня и в резервуаре, куда опущен открытый конец трубы - вода. Показание пружинного манометра  $p_m=50$  кПа.



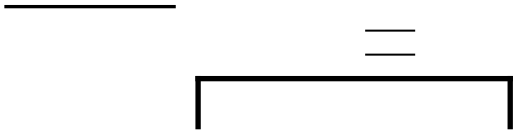


Рис. 50. К задаче 2.47

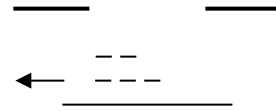


Рис. 51. К задаче 2.48

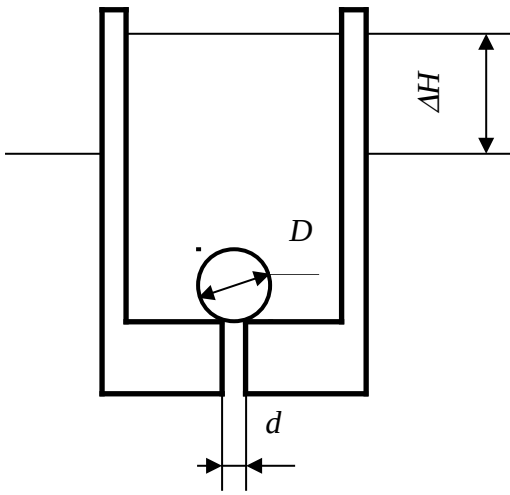


Рис. 52. К задаче 2.49

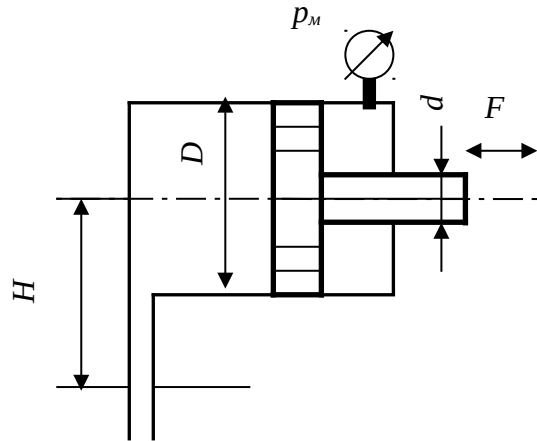


Рис. 53. К задаче 2.50

### Вопросы

1. Что изучает гидростатика?
2. Какими свойствами обладает гидростатическое давление?
3. Закон Паскаля.
4. Что такое избыточное и вакуумметрическое давление?
5. В каких единицах можно измерять гидростатическое давление?
6. Что такое относительное равновесие жидкости?
7. Какие Вы знаете виды относительного движения жидкости?
8. Что такое эпюра давления?
9. В чем состоит гидростатический парадокс?

10. Что такое центр давления?
11. Как определяется объем тела давления?
12. Закон Архимеда.
13. Что такое центр водоизмещения?
14. Какое допущение принимается при определении гидростатического давления в механизмах?

### *Список рекомендуемой литературы*

1. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. - Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. – (см. с. 15-34).
2. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 7-25).
3. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 16-49).

## 3. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ

### 3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ

При рассмотрении движения жидкости приходится сталкиваться с двумя различными задачами:

- 1) с *внешней задачей*; здесь задан поток жидкости, а требуется найти силы, приложенные к тому или другому твердому телу, обтекаемому жидкостью;

2) с *внутренней задачей*; здесь, наоборот, заданы силы, действующие на жидкость; требуется определить так называемые *гидродинамические характеристики* потока.

К числу гидродинамических характеристик потока относятся:

- 1) скорость  $u$  движения жидких частиц;
- 2) величина  $p$ , которую будем в дальнейшем называть *гидродинамическим давлением*.

В отличие от введенного ранее понятия гидростатического давления при движении жидкости оказывается, что  $p_x \neq p_y \neq p_z$ , поэтому при анализе движения вязкой жидкости пользуются гипотезой, согласно которой считают, что  $p = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z)$ , где  $p$  называют *гидродинамическим давлением в точке*.

Различают два принципиально различных метода исследования движения жидкости: метод *Лагранжа* и метод *Эйлера*.

Согласно Лагранжу, о потоке жидкости в целом мы судим по совокупному рассмотрению траекторий, описываемых жидкими частицами, т.е. в данном случае мы следим за отдельными частицами жидкости в течение времени  $t$ , за которое эти частицы, двигаясь по своим траекториям, проходят всю рассматриваемую область. Метод Лагранжа, ввиду его сложности, не нашел широкого применения в механике жидкости.

Согласно же Эйлеру, поток в целом в данный момент времени представляется векторным полем скоростей, относящихся к неподвижным точкам пространства. В соответствии с методом Эйлера, определенную ранее скорость  $u$  будем называть *местной скоростью*, или *скоростью в точке*.

Таким образом, *основная задача гидродинамики* состоит в исследовании параметров, характеризующих движение ( $u$  и  $p$ ), в потоке жидкости, т.е. в нахождении функций вида

$$\left. \begin{aligned} u &= f(x, y, z, t) \\ p &= f(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

В действительности указанные функции часто отыскать нет возможности, поэтому в гидравлике, как правило, отказываются от использования зависимостей (38) и идут по другому пути. В основу решений, приводимых в гидравлике, полагают другие уравнения, которые все же имеют достаточно общий характер. К числу таких уравнений относятся следующие:

- 1) уравнение несжимаемости и неразрывности движущейся жидкости (иначе это уравнение называют уравнением баланса расхода жидкости);
- 2) уравнение баланса удельной энергии потока (уравнение Бернулли);
- 3) гидравлическое уравнение количества движения.

Последнее уравнение используется при решении ограниченного круга практических задач (например, при определении силы давления на стенку струи, вытекающей из круглоцилиндрического сопла), поэтому в данном пособии не рассматривается.

Различают *установившееся* и *неустановившееся* движение жидкости.

При неустановившемся движении скорость и давление ( $u$  и  $p$ ) в каждой точке пространства *изменяются* с течением времени и определяются зависимостью (38).

При установившемся движении скорость и давление ( $u$  и  $p$ ) в каждой точке пространства *не изменяются* с течением времени и определяются системой

$$\left. \begin{array}{l} u=f(x,y,z) \\ p=f(x,y,z) \end{array} \right\} \quad (39)$$

Далее будем рассматривать только установившееся движение жидкости.

Выберем произвольно в потоке жидкости точку  $1$  пространства, причем будем считать, что эта точка является неподвижной при протекании через нее жидкости (рис. 54). Проведем через эту точку вектор скорости  $u_1$ . Отложив по длине вектора  $u_1$  небольшой отрезок  $\Delta s$ , получим точку  $2$ ; далее по длине вектора скорости  $u_2$  отложим отрезок  $\Delta s$ , получим точку  $3$  и т.д. В результате такого построения имеем в общем случае ломаную линию  $1-2-3\dots$

Если длина отрезка  $\Delta s$  будет стремиться к нулю, то вместо ломаной линии  $1-2-3\dots$  получим кривую линию, характеризующуюся тем, что векторы скорости касательны к ней. Полученная таким образом кривая называется *линией тока*.

Если в движущейся жидкости выделить бесконечно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то получится как бы непроницаемая трубчатая поверхность, называемая *трубкой тока* (рис. 55).

Масса жидкости, движущейся внутри трубки тока, образует *элементарную струйку*.

Совокупность элементарных струек образует *поток жидкости*. Можно различать частный случай потока, когда его линии тока яв-

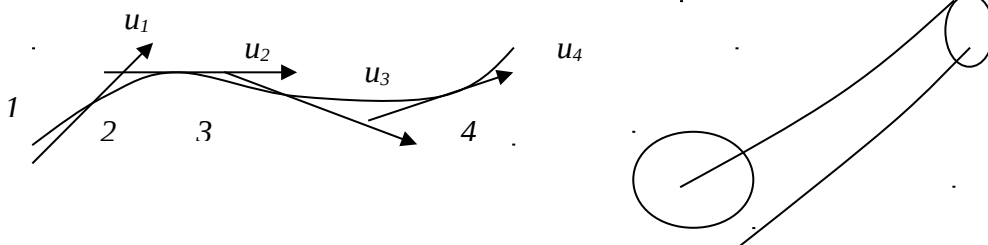


Рис. 54. Линия тока

Рис. 55. Трубка тока

ляются строго параллельными прямыми. Такое движение жидкости называется *параллельноструйным*. Для *плавно изменяющегося* движения необходимо, чтобы радиус кривизны линий тока был достаточно велик, а угол, образованный между линиями тока, был близок к нулю. При несоблюдении этих двух условий имеет место движение, называемое *резко изменяющимся*.

*Живым сечением потока*  $\omega$  (м<sup>2</sup>) называют поверхность, нормальную линиям тока и лежащую внутри потока.

*Расходом жидкости*  $Q$  (м<sup>3</sup>/с) называется ее объем, проходящий в единицу времени через живое сечение потока (объемный расход). Различают также *весовой расход* (Н/с), равный  $Q_G = \gamma Q$ , и *массовый расход* (кг/с)  $Q_M = \rho Q$ .

*Средней скоростью потока*  $v$  (м/с) называется отношение расхода потока к площади его живого сечения  $v = \frac{Q}{\omega}$ . Эта скорость есть величина фиктивная, в действительности не существующая.

*Смоченным периметром*  $\chi$  (м) называется часть периметра живого сечения потока, где жидкость граничит с твердыми стенками (например, для круглой трубы диаметром  $d$ , в которой жидкость движется полным сечением, смоченный периметр  $\chi$  равен длине окружности  $\pi d$ ).

*Гидравлическим радиусом*  $R$  (м) называется отношение площади живого сечения к смоченному периметру:  $R = \frac{\omega}{\chi}$ . Величина  $R$  не имеет определенного физического смысла; при помощи этой величины

пытаются приближенно учесть влияние формы, а также размеров живого сечения потока на движение жидкости.

*Равномерным движением* называется движение, при котором живые сечения и скорости  $u$  в соответственных точках *одинаковы*. В противном случае будем иметь *неравномерное движение* жидкости. Равномерное движение является параллельноструйным.

*Напорным* называется такое движение жидкости, при котором поток со всех сторон ограничен твердыми стенками.

*Безнапорным* называется движение жидкости, характеризуемое наличием свободной поверхности.

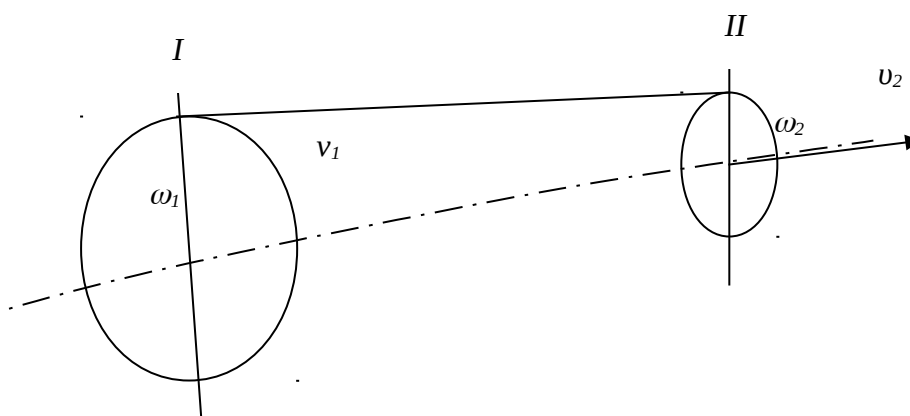
*Свободной струей (струей)* называется движение, при котором поток не соприкасается с твердыми стенками.

## 3.2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ

### 3.2.1. Уравнение неразрывности

Рассмотрим движение жидкости в жестком русле переменного сечения. Выберем два произвольных сечения *I-I* и *II-II*, нормальных оси потока, площадью  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (рис. 56).

Обозначим через  $Q_1$  и  $Q_2$  расходы соответственно для сечений *I-I* и *II-II*. За время  $\Delta t$  через живое сечение *I-I* пройдет объем жидкости, равный  $Q_1 \cdot \Delta t$ ; за это же время через сечение *II-II* пройдет объем жидкости, равный  $Q_2 \cdot \Delta t$ .



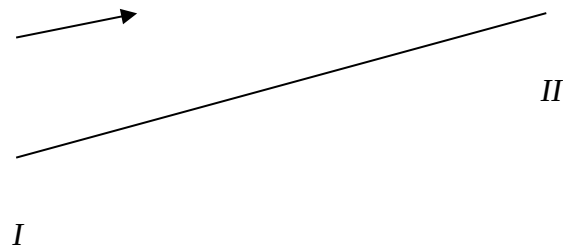


Рис. 56. Схема к выводу уравнения неразрывности

Поскольку стенки русла считаются жесткими, а жидкость считается несжимаемой, то совершенно очевидно, что объем жидкости, заключенный между сечениями  $I-I$  и  $II-II$ , является неизменным. Имея это в виду, можно утверждать, что  $Q_1 \cdot \Delta t = Q_2 \cdot \Delta t$ .

Помимо сечений  $I-I$  и  $II-II$  можно наметить целый ряд других живых сечений. Рассматривая эти сечения точно также, учитывая, что промежуток времени  $\Delta t$  выбран произвольно, получим:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n = \text{const.} \quad (40)$$

Уравнение (40) отражает свойства *несжимаемости* и *неразрывности*, другими словами, *сплошности* движущейся жидкости, поэтому его часто называют *уравнением неразрывности*.

Для плавно изменяющегося и параллельноструйного движений уравнение неразрывности (40) можно представить еще в виде

$$\omega \cdot v = \text{const (вдоль потока)}, \quad (41)$$

откуда получаем:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (42)$$

Как видно из выражения (42), средние скорости обратно пропорциональны площадям живых сечений потока.

### 3.2.2. Уравнение Бернулли для потока жидкости (уравнение баланса удельной энергии)

Рассмотрим поток жидкости с плавно изменяющимся движением. Выберем два произвольных сечения  $I-I$  и  $II-II$ , нормальных оси потока, площадью  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (рис. 57).

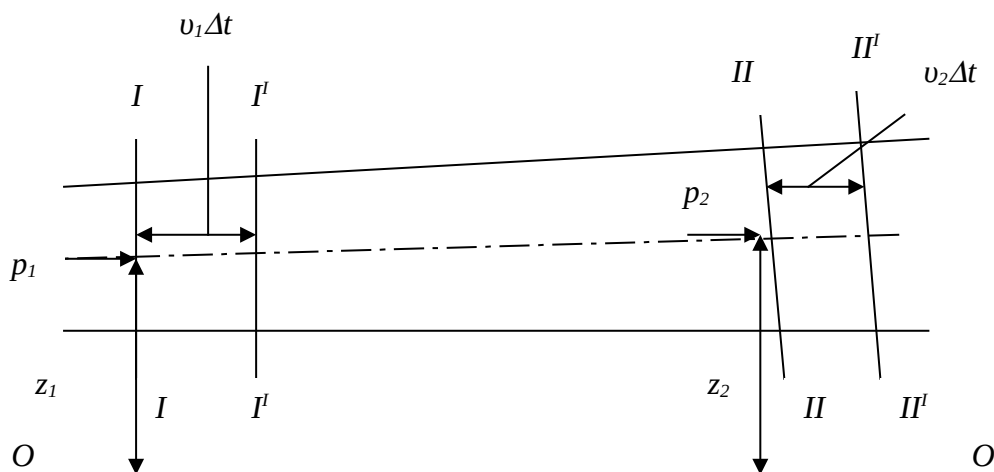


Рис. 57. Схема к выводу уравнения Бернулли

Обозначим средние скорости потока в этих сечениях  $v_1$  и  $v_2$ ; гидродинамические давления в центре тяжести этих сечений  $p_1$  и  $p_2$ ; расстояния от центра тяжести этих сечений до произвольно выбранной горизонтальной плоскости  $O-O$  сравнения  $z_1$  и  $z_2$ .

Применим к этому участку (между сечениями  $I-I$  и  $II-II$ ) потока закон сохранения энергии.

За время  $\Delta t$  частицы из сечения  $I-I$  перейдут в положение  $I'-I'$ , преодолев путь  $v_1\Delta t$ , а частицы из сечения  $II-II$  перейдут в положение  $II'-II'$ , преодолев путь  $v_2\Delta t$ .

Через сечение  $I-I$  в рассматриваемый участок поступит масса жидкости  $m_1=Q_1\Delta t\rho_1$ , а выйдет через сечение  $II-II$  масса  $m_2=Q_2\Delta t\rho_2$ .

*Потенциальная энергия положения* этих масс жидкости равны соответственно:

$$m_1gz_1 = Q_1\Delta t\rho_1gz_1; \quad (43)$$

$$m_2gz_2 = Q_2\Delta t\rho_2gz_2,$$

а кинетическая энергия –

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m_1v_1^2 &= \frac{1}{2}Q_1\Delta t\rho_1v_1^2; \\ \frac{1}{2}m_2v_2^2 &= \frac{1}{2}Q_2\Delta t\rho_2v_2^2.\end{aligned}\tag{44}$$

Рассматриваемые объемы (или массы) жидкости обладают также *потенциальной энергией давления*. Представим, что в сечении *I-I* имеется поршень, движущийся со скоростью  $v_1$  в направлении сечения *II-II*. Этот поршень за время  $\Delta t$  пройдет путь  $v_1\Delta t$ , а поршень из положения *II-II* за это же время преодолеет путь  $v_2\Delta t$ . Сила давления на поршни равны соответственно  $p_1\omega_1$  и  $p_2\omega_2$ . Тогда, произведенная поршнями работа (энергия) равна:

$$\begin{aligned}p_1\omega_1v_1\Delta t &= p_1Q_1\Delta t; \\ p_2\omega_2v_2\Delta t &= p_2Q_2\Delta t.\end{aligned}\tag{45}$$

По закону сохранения энергии суммарная энергия, внесенная через сечение *I-I*, должна быть равна суммарной энергии, вынесенной через сечение *II-II*, с учетом затрат энергии на трение (гидравлические сопротивления) при движении от сечения *I-I* к *II-II*.

*Затраченную энергию* можно выразить в виде произведения веса вынесенной через сечение *II-II* жидкости на некоторую высоту (потеря высоты):

$$\Delta\mathcal{E} = \rho_2Q_2g\Delta th_{nom}.\tag{46}$$

Сложим все составляющие энергии для соответствующих сечений (зависимости (43)...(46)), учитывая, что  $Q_1=Q_2=Q$  и  $\rho_1=\rho_2=\rho$ , а также разделив обе части на  $\Delta t$  и на весовой расход жидкости  $\rho gQ$ , получим:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{nom}.\tag{47}$$

В приведенном выводе скорости движения отдельных частиц жидкости в пределах сечения приняты одинаковыми и равными

средней скорости. Если учитывать неравномерность распределения скоростей по живому сечению, то уравнение (47) примет вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{ном}, \quad (48)$$

где  $\alpha$  – *корректив кинетической энергии потока (коэффициент Кориолиса)*, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению; равен отношению действительной кинетической энергии к «средней» кинетической энергии массы жидкости.

Зависимость (48) носит название *уравнения Бернулли*.

В уравнении Бернулли:

- $z + \frac{p}{\gamma}$  – пьезометрический напор;
- $\frac{\alpha v^2}{2g}$  – скоростной напор;
- $h_{ном}$  – потерянный напор;
- $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}$  – полный напор.

В уравнении Бернулли все члены выражаются в единицах длины, поэтому каждый из них может называться высотой:

- $z$  – геометрическая высота, или высота положения;
- $\frac{p}{\gamma}$  – пьезометрическая высота, или высота гидродинамического давления;
- $\frac{\alpha v^2}{2g}$  – высота, соответствующая скоростному напору;
- $h_{ном}$  – потерянная высота, или высота, соответствующая потерям напора.

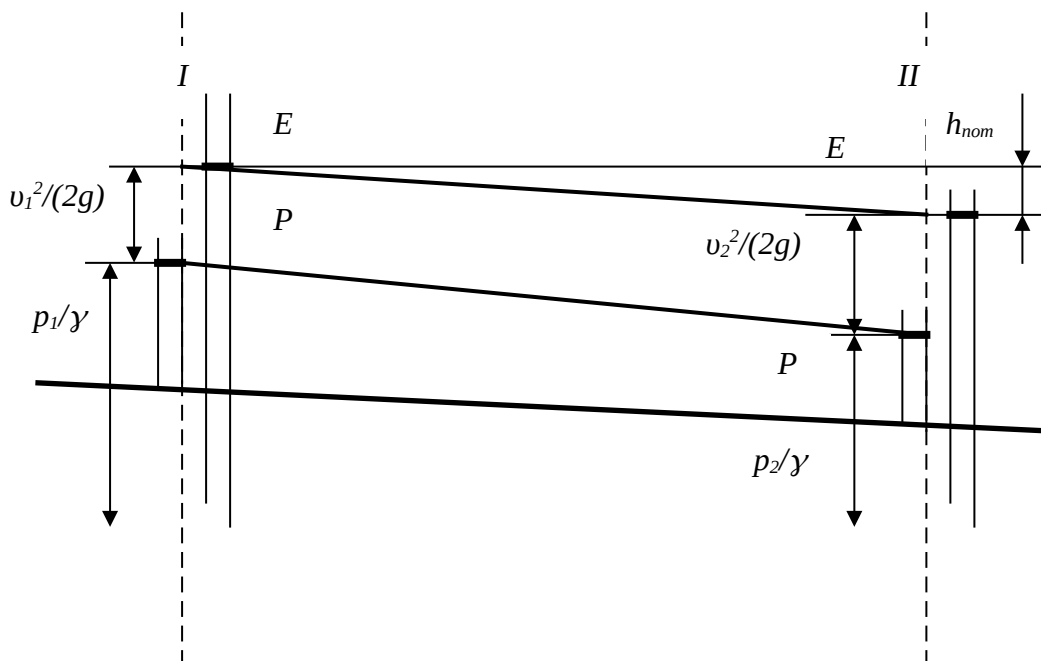
Таким образом, при установившемся движении жидкости сумма четырех высот (высоты положения, пьезометрической высоты, высоты, соответствующей скоростному напору и потерянной высоты) остается неизменной вдоль потока (*геометрический смысл уравнения Бернулли*).

Каждый из членов уравнения Бернулли представляет собой удельную энергию [м], т.е. энергию [Н·м], отнесенную к единице веса жидкости [Н]:

- $z$  – удельная энергия положения;
- $\frac{p}{\gamma}$  – удельная энергия гидродинамического давления;
- $z + \frac{p}{\gamma}$  – удельная потенциальная энергия;
- $\frac{\alpha v^2}{2g}$  – удельная кинетическая энергия;
- $h_{ном}$  – потери удельной энергии.

Таким образом, при установившемся движении жидкости сумма четырех удельных энергий (удельной энергии положения, удельной энергии гидродинамического давления, удельной кинетической энергии и потерям удельной энергии) остается неизменной вдоль потока (энергетический смысл уравнения Бернулли).

*Графическое изображение членов уравнения Бернулли.* Рассмотрим трубопровод (рис. 58) и в любых, произвольно выбранных сечениях, установим две трубки – пьезометрическую и скоростную (трубка Пито). Скоростная трубка, в отличие от пьезометрической, введена в поток и своим входным сечением направлена нормально к его оси.



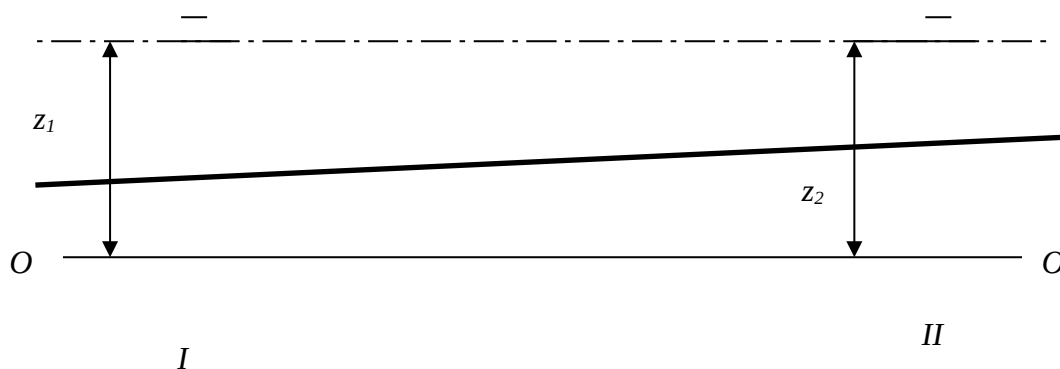


Рис. 58. Графическое изображение членов уравнения Бернулли

Если соединить уровни жидкости в пьезометрах, то получим *пьезометрическую линию P-P*, или линию потенциальной удельной энергии. Падение этой линии на единицу длины участка трубопровода называется *пьезометрическим уклоном J*.

Соединяя уровни жидкости в скоростных трубках, получим *напорную линию E-E*, или линию полной (потенциальной и кинетической) удельной энергии. Падение напорной линии на единицу длины называется *гидравлическим уклоном i*.

*Основные правила построения напорной и пьезометрической линий<sup>1</sup>.*

1. Сначала строится напорная линия, затем пьезометрическая, предварительно разбив трубопровод на отдельные характерные участки. Напорную линию удобнее строить сверху вниз по течению, пьезометрическую – снизу вверх.

2. Напорная линия вдоль по течению может только опускаться, тогда как пьезометрическая может и подниматься (рис. 59).

$E$   $h_m$   $v_2^2/(2g)$

<sup>1</sup> К правилам построения напорной и пьезометрической линий, так же как и к решению задач на построение линий *E-E* и *P-P*, лучше обратиться после изучения следующего раздела «Гидравлические сопротивления».

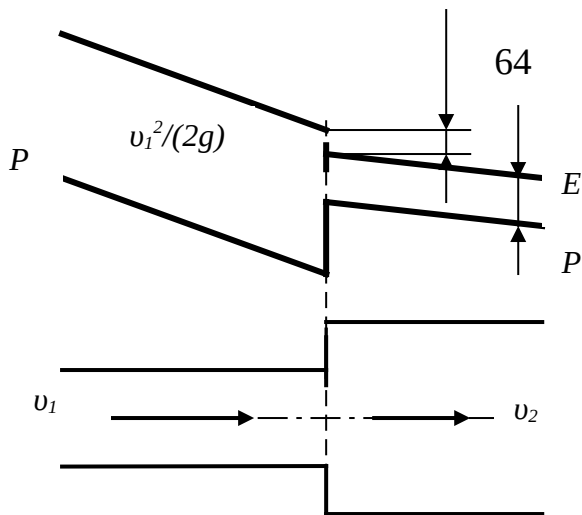


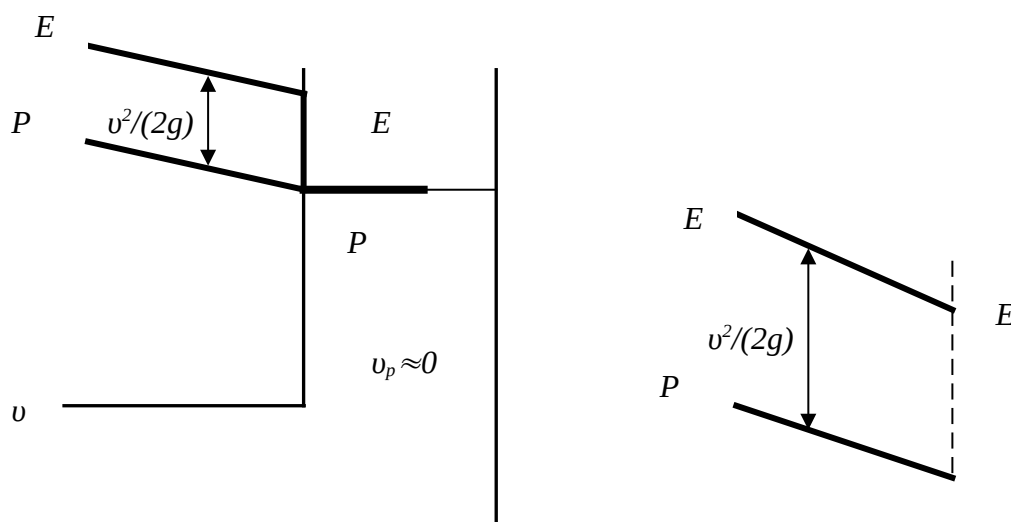
Рис. 59. Внезапное расширение потока

3. Пьезометрическая линия расположена ниже напорной на величину скоростного напора  $v^2/(2g)$ , и на участках трубопровода с постоянным диаметром обе линии параллельны (рис. 59).

4. На участках трубопровода с меньшим диаметром (но большей скоростью) уклон напорной линии должен быть большим (рис. 59).

5. При истечении жидкости из большого резервуара или в резервуар («под уровень»), где  $v \approx 0$ , пьезометрическая и напорная линии совпадают и проходят по уровню жидкости в нем (рис. 60).

6. При истечении жидкости в атмосферу пьезометрическая линия проходит через центр выходного сечения (рис. 61).



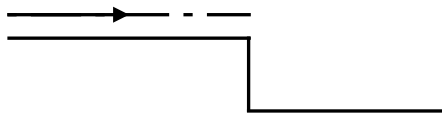


Рис. 60. Истечение жидкости  
«под уровень»

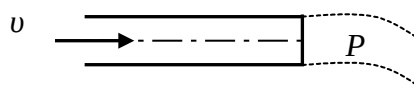


Рис. 61. Истечение жидкости  
В атмосферу

7. При истечении жидкости из резервуара или в резервуар, абсолютное давление в котором над свободной поверхностью не равно атмосферному ( $p \neq p_{атм}$ ), напорная и пьезометрическая линии будут проходить горизонтально и выше (ниже) уровня жидкости в резервуаре на расстоянии  $\frac{P - p_{атм}}{\gamma}$  (рис. 62).

8. В сужающемся трубопроводе напорная линия имеет выпуклость вверх (рис. 63), а в расширяющемся – вниз (рис. 64).

9. В сужающемся и расширяющемся трубопроводе при линейном изменении диаметра пьезометрическая линия всегда имеет выпуклость вверх (рис. 63, 64).

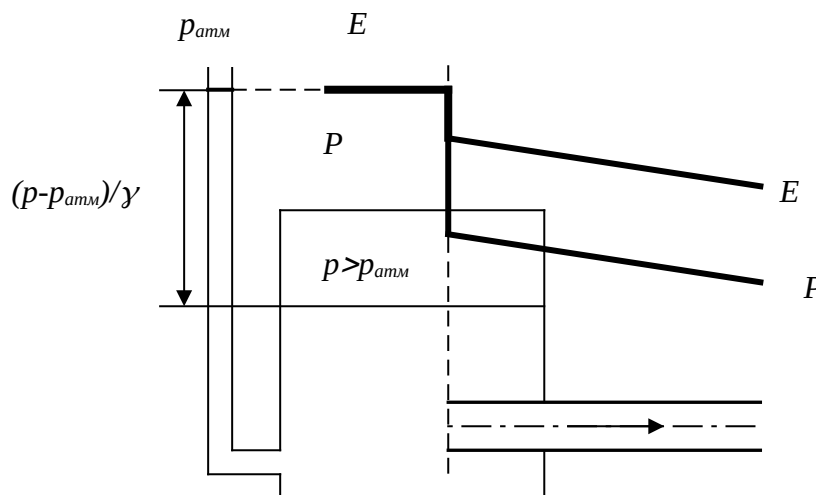


Рис. 62. Истечение жидкости из резервуара

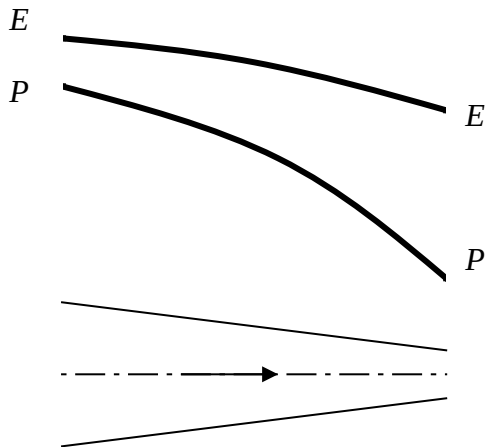


Рис. 63. Сужение потока

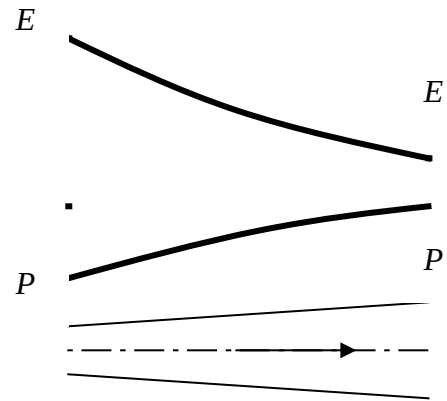


Рис. 64. Расширение потока

*Пример.* Для схемы, представленной на рис. 65, построить напорную и пьезометрическую линии.

*Решение.* Разбиваем трубопровод на 4 характерные участка и строим сначала напорную, а затем и пьезометрическую линии, применив правила 1, 3...6 их построения.

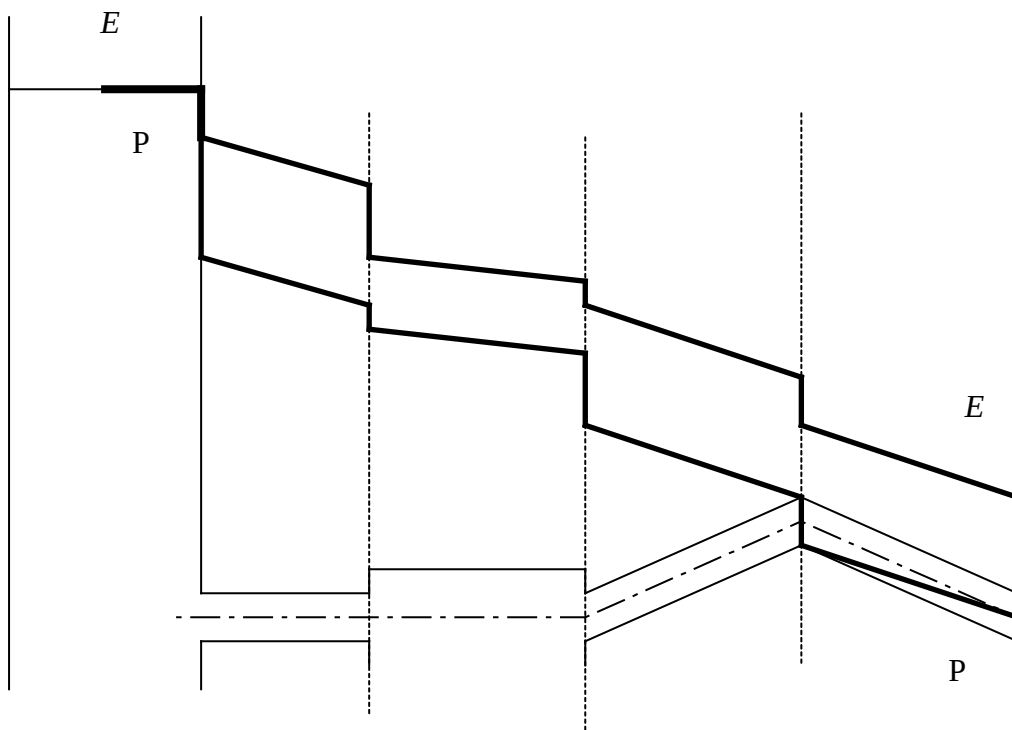


Рис.65

## Задачи

3.1...3.10. Для схем трубопроводов, представленных соответственно на рис. 66...75, построить напорную и пьезометрическую линии.

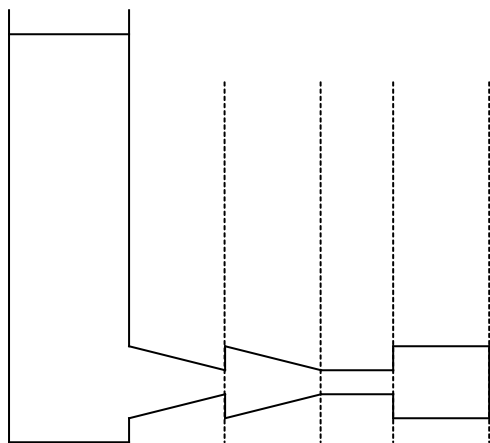


Рис. 66. К задаче 3.1

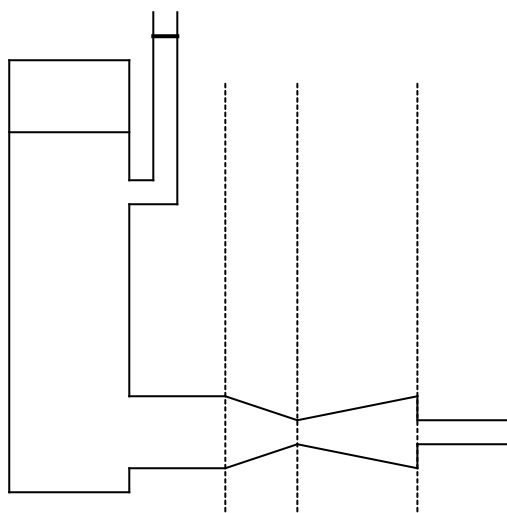


Рис. 67. К задаче 3.2

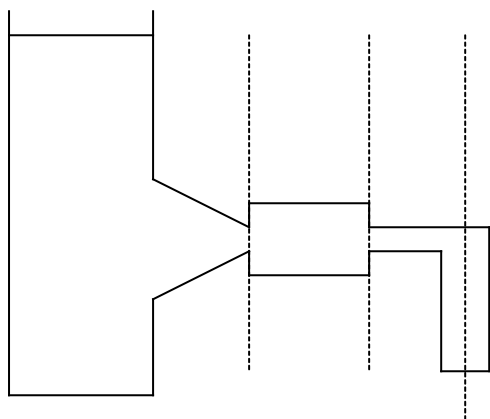


Рис. 68. К задаче 3.3

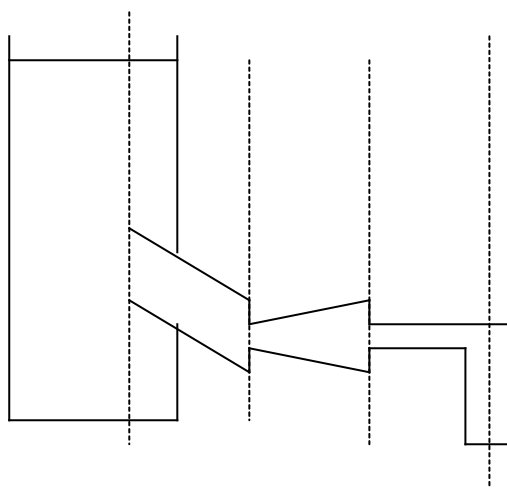


Рис. 69. К задаче 3.4

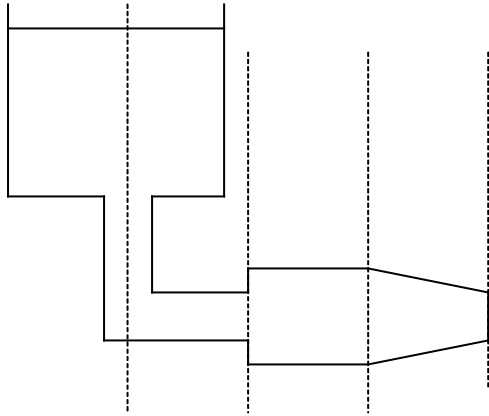


Рис. 70. К задаче 3.5

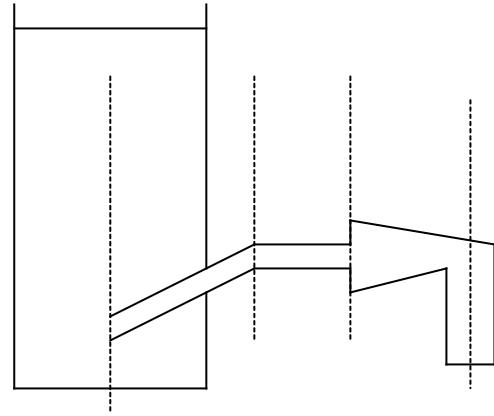


Рис. 71. К задаче 3.6

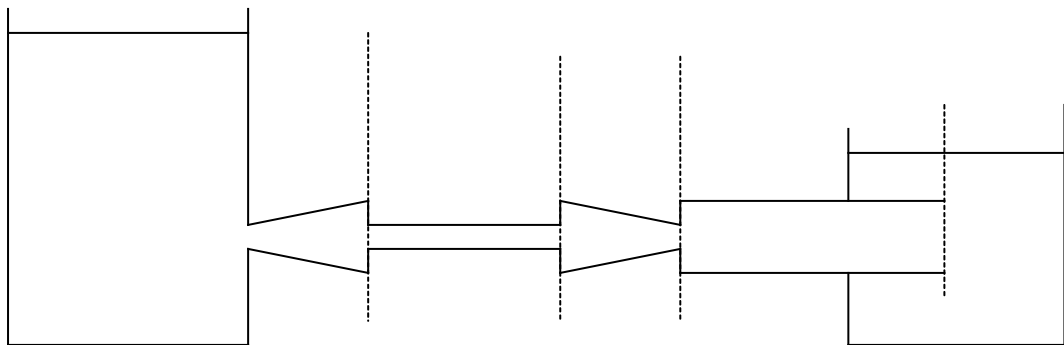


Рис. 72. К задаче 3.7

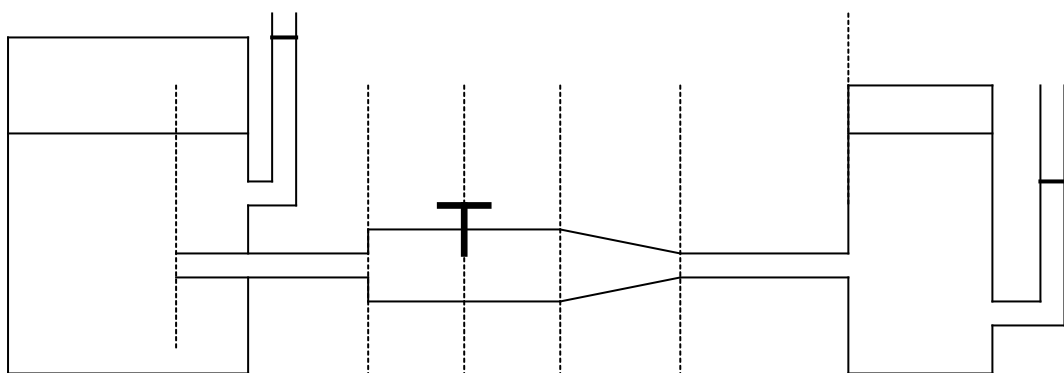
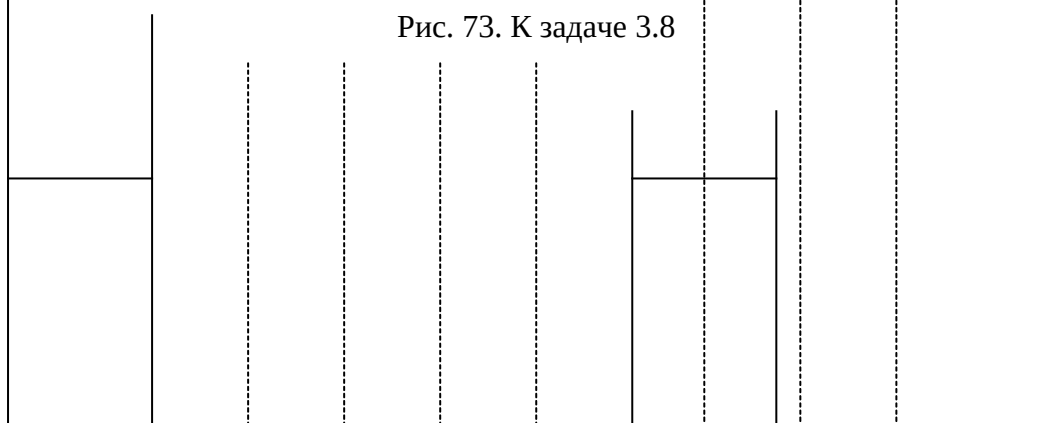


Рис. 73. К задаче 3.8



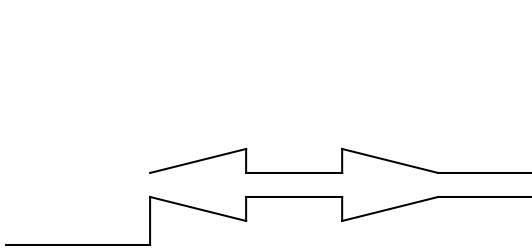


Рис. 74. К задаче 3.9

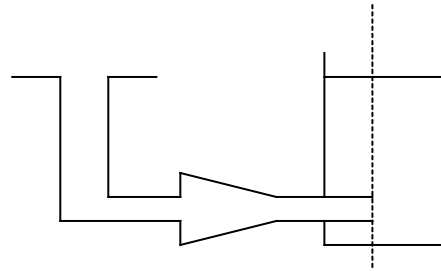


Рис. 75. К задаче 3.10

### Вопросы

1. В чем состоит основная задача гидродинамики?
2. Назовите основные уравнения гидродинамики.
3. Чем отличаются установившееся и неустановившееся движения жидкости?
4. Что такое линия тока, трубка тока, элементарная струйка и поток жидкости?
5. Назовите основные гидравлические элементы потока и дайте им определение.
6. Чем отличаются равномерное и неравномерное движения жидкости?
7. В чем состоит геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли?
8. Дайте определение пьезометрическому и гидравлическому уклонам.

### Список рекомендуемой литературы

1. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и

доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 25-35).

2. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 50-88).

## 4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

### 4.1. ДВА РЕЖИМА ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Рядом исследователей (Хаген, Менделеев) было замечено, что существует два принципиально разных режима движения жидкости. Наиболее полно этот вопрос исследовал английский физик О. Рейнольдс в 1883 г.

Представим на рис. 76 резервуар с жидкостью, от которого отходит труба с прозрачными стенками, имеющая на конце кран для регулирования расхода. Над резервуаром расположен бачок с красящей жидкостью, от которого она по тонкой трубке подается к входному сечению трубы. Открывая или закрывая кран в конце трубы, изменяется расход, а следовательно, и величина средней скорости  $v$ .

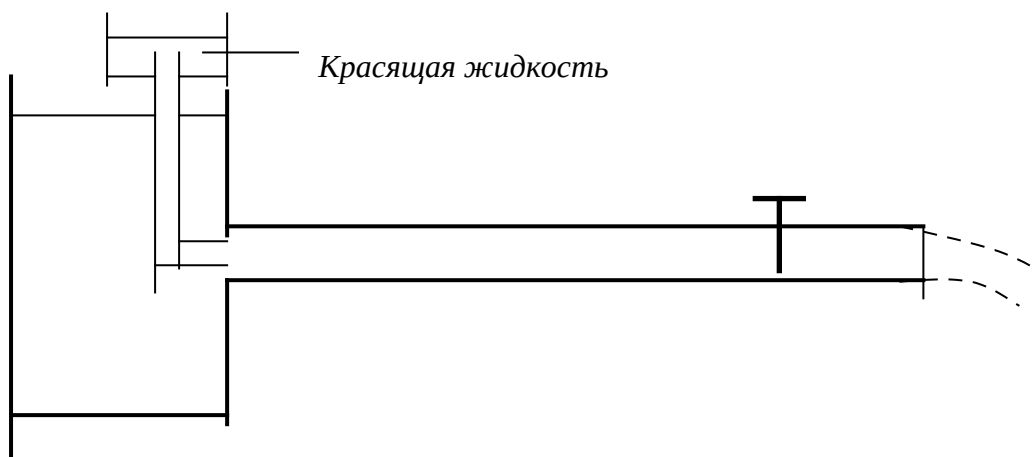


Рис. 76. Установка О. Рейнольдса

В результате таких опытов установлено следующее.

1. При скоростях течения в трубе  $v$ , меньше некоторой критической скорости  $v_k$ , красящая жидкость, попадающая в трубу, окрашивает только одну струйку, *не перемешиваясь с потоком*. Отсюда следует вывод, что при таком движении струйки жидкости не перемешиваются между собой, двигаясь параллельно относительно оси потока.

2. При скоростях в трубе  $v$ , больше критической скорости  $v_k$ , вся красящая жидкость, попадающая в трубу, *перемешивается с основным потоком*.

В первом случае движение жидкости называется *ламинарным*, во втором – *турбулентным*.

Основным критерием для определения режима движения жидкости является число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu}, \quad (49)$$

где  $v$  – средняя скорость потока;

$d$  – диаметр трубопровода;

$\nu$  – кинематический коэффициент вязкости жидкости.

С физической точки зрения число Рейнольдса  $Re$  есть отношение сил инерции к силам вязкости.

В результате многочисленных проведенных экспериментальных исследований установлено, что для круглоцилиндрических напорных труб *критическое число Рейнольдса  $Re_{кр}$* , соответствующее определенной выше критической скорости  $v_k$ , равно:

$$Re_{кр} = 2320. \quad (50)$$

Таким образом, если  $Re < Re_{кр}$ , то должен иметь место ламинарный режим движения жидкости, а если  $Re > Re_{кр}$ , то режим движения турбулентный.

#### 4.2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОТЕРЯХ НАПОРА

Определенные в разделе 7 (формула (48)) потери напора  $h_{ном}$  вызываются сопротивлениями двух видов:

- 1) сопротивлениями по длине, обусловленными силами трения;
- 2) местными сопротивлениями, обусловленными изменением скорости потока по величине и (или) направлению.

*Потери напора по длине ( $h_l$ )* определяются по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (51)$$

а *местные потери* – по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (52)$$

где  $\frac{v^2}{2g}$  - скоростной напор;

$l$  и  $d$  – соответственно длина и диаметр участка трубопровода;

$\lambda$  – коэффициент гидравлического трения, или коэффициент Дарси;

$\xi$  – коэффициент местного сопротивления.

В общем случае для участка трубопровода можем записать:

$$h_{ном} = h_l + \sum h_m. \quad (53)$$

#### 4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА ПО ДЛИНЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Теоретический закон распределения скоростей по живому сечению потока при ламинарном режиме движения выражается формулой Стокса:

$$u = \frac{\gamma \cdot i}{4\mu} (r^2 - y^2), \quad (54)$$

где  $\gamma$  – объемный вес жидкости;

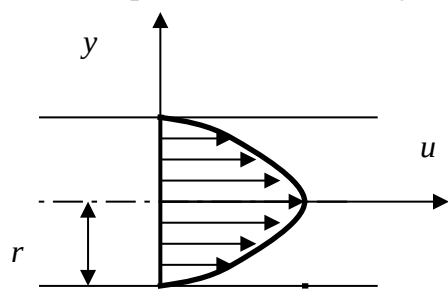
$i$  – гидравлический уклон;

$\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости;

$r$  – радиус трубопровода;

$y$  – текущая координата (рис. 77).

Перепишем (54) с учетом того, что  $\mu = \nu \cdot \rho$  и  $\gamma = \rho \cdot g$ , тогда  $u =$



$\frac{g \cdot i}{4\nu} (r^2 - y^2)$ , а максимальная скорость

(на оси потока) равна  $u_{max} = \frac{g \cdot i \cdot d^2}{16\nu}$ .

Рис. 77. Распределение скоростей при ламинарном режиме движения жидкости

Поскольку закон распределения скоростей при ламинарном режиме движения жидкости параболический, то средняя скорость равна половине максимальной:

$$v = \frac{u_{max}}{2} = \frac{g \cdot i \cdot d^2}{32\nu}. \quad (55)$$

Формула (55) впервые получена доктором медицины Пуазейлем в 1840 г. чисто эмпирическим путем, при исследовании движения жидкостей в тонких капиллярных трубках.

Выразим из формулы Дарси-Вейсбаха (51) гидравлический уклон

$$\frac{h_l}{l} = i = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (56)$$

и приравняем его уклону, определенному по формуле Пуазейля (55):

$$\frac{32\nu \cdot v}{g \cdot d^2} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (57)$$

откуда после некоторых преобразований получим:

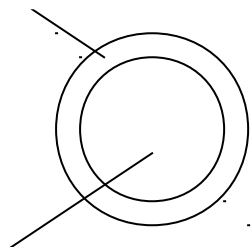
$$\lambda = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot d} = 64/Re. \quad (58)$$

Таким образом, при ламинарном режиме движения жидкости коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  зависит только от числа Рейнольдса  $Re$ .

#### 4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА ПО ДЛИНЕ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Теоретических решений распределения скоростей по сечению потока и определения потерь напора по длине для турбулентного режима движения жидкости нет.

*Ламинарный подслой*



*Турбулентное ядро*

Рис. 78. Схема разделения потока жидкости

Немецкий ученый Л.Прандтль предложил полуэмпирическую теорию турбулентности, в основу которой положена условная схема разделения потока жидкости в трубе на турбулентное ядро в центре потока и тонкий ламинарный (вязкий) подслой по периметру стенок трубы (рис. 78). Так как скорость движения жидких частиц

непосредственно у стенки равна нулю, то вблизи них скорости столь малы, что в пределах некоторого слоя получается движение, близкое к ламинарному.

Согласно этой теории закон распределения скоростей при турбулентном режиме движения жидкости логарифмический.

В результате многочисленных экспериментальных исследований установлено, что в общем случае коэффициент гидравлического трения является функцией числа Рейнольдса  $Re$  и относительной шероховатости стенок трубопровода  $\Delta/d$ , где  $\Delta$  –

абсолютная высота выступов шероховатости стенок трубопровода. Ее еще называют *эквивалентной шероховатостью*, равной диаметру фракции песка, при устройстве из которого искусственной равномерной шероховатости сопротивление трубы равняется сопротивлению трубопровода с естественной шероховатостью.

Наиболее полные исследования по определению  $\lambda$  выполнил в 1933 г. Никурадзе, представивший их графически (рис. 79).

На графике в зоне турбулентного режима (зона ламинарного режима на графике не показана) можно выделить три области.

Первая область – «область гидравлически гладких русел»; она представлена прямой линией *I*. В первой области потери напора по длине прямо пропорциональны средней скорости в степени 1,75; потери напора по длине, а также коэффициент гидравлического трения не зависят от шероховатости стенок трубопровода и являются только функцией числа Рейнольдса.

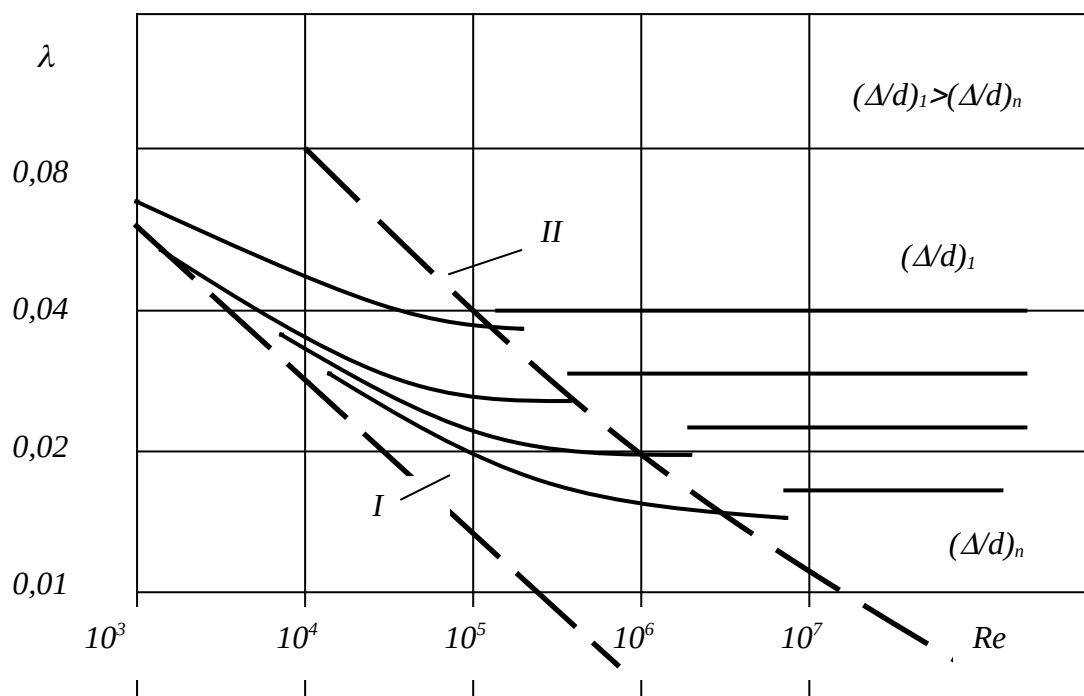


Рис. 79. График Никурадзе

Вторая область – «область доквадратичного сопротивления шероховатых русел», или переходная область. Эта область лежит между прямой *I* и кривой *II*. Из рис. 79 видно, что в этой области потери напора по длине, а также коэффициент гидравлического трения зависят как от шероховатости стенок трубопровода, так и от числа Рейнольдса.

Третья область – «область квадратичного сопротивления шероховатых русел»; эта область расположена правее кривой *II*. Здесь: потери напора пропорциональны квадрату средней скорости; коэффициент гидравлического трения, а также потери напора не зависят от числа Рейнольдса, а являются функцией только относительной шероховатости.

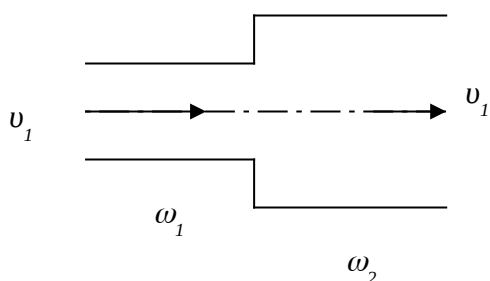
Полуэмпирическая теория турбулентности дает следующее объяснение закономерности изменения коэффициента Дарси  $\lambda$ . Толщина ламинарного подслоя изменяется в зависимости от числа Рейнольдса (средней скорости). При малых числах  $Re$  толщина ламинарного подслоя больше высоты выступов шероховатости стенок трубопровода, и последние не оказывают влияния на сопротивление; и, наоборот, при больших числах Рейнольдса высота выступов шероховатости больше толщины ламинарного подслоя, и поэтому сопротивление обусловлено только шероховатостью.

В литературе имеется достаточно много формул для определения коэффициента Дарси в трубопроводах, однако наибольшее распространение получила формула Альтшуля, справедливая для всех областей в зоне турбулентного режима движения жидкости:

$$\lambda = 0,11(\Delta/d + 68/Re)^{0,25} . \quad (59)$$

#### 4.5. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ НАПОРА

Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха (52). При этом необходимо определить коэффициент местного сопротивления  $\zeta$ . Обычно коэффициент местного сопротивления определяют экспериментальным путем и выражают в виде формул,



графиков, таблиц. Лишь для одного случая имеется теоретическое решение – внезапное расширение потока (рис. 80) – полученное на основании теоремы импульса сил (формула Борда):

Рис. 80. Внезапное расширение потока

$$h_m = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}, \quad (60)$$

где выражение в скобках называется потерянной скоростью.

Из уравнения неразрывности (42)  $v_1\omega_1 = v_2\omega_2$ , выразив одну скорость через другую, получим:

$$h_m = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}, \quad (61)$$

или

$$h_m = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}, \quad (62)$$

где выражения в скобках и есть коэффициент местного сопротивления.

В формулу Вейсбаха (52) всегда подставляют скорость за местным сопротивлением и лишь в одном единственном случае, при истечении жидкости в большой резервуар ( $v_2 \approx 0$ ), подставляют скорость до местного сопротивления. В этом случае, проанализировав зависимость (62) при  $\omega_2 \rightarrow \infty$ , будем иметь  $\zeta_{\text{вых}} = 1$ .

Необходимо также отметить, что местные потери напора гораздо больше при расширении потока, чем при его сжатии.

### *Вопросы*

1. Назовите два режима движения жидкости. Чем они отличаются?
2. Что такое критическое число Рейнольдса и чему оно равно?
3. Что представляет собой число Рейнольдса с физической точки зрения?
4. По каким зависимостям определяются местные потери напора и потери напора по длине?
5. Назовите законы распределения скоростей по живому сечению потока при ламинарном и турбулентном режимах движения жидкости.
6. От чего зависит коэффициент гидравлического трения при ламинарном режиме движения жидкости?
7. Объясните смысл полуэмпирической теории турбулентности Прандтля.
8. Что такое эквивалентная шероховатость стенок трубопровода?
9. От чего зависит коэффициент гидравлического трения при турбулентном режиме движения жидкости?
10. Какие три области сопротивления существуют в зоне турбулентного режима?

### *Список рекомендуемой литературы*

1. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. - Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. – (см. с. 69-105).

2. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 36-48).

3. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 91-155).

## 5. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

### 5.1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ТРУБОПРОВОДОВ

В предыдущем разделе указывалось, что при установившемся движении жидкости в трубопроводах имеют место потери напора по длине  $h_l$  и местные потери напора  $h_m$ . Сравнивая их по величине, можно выделить два крайних случая.

1. Сумма местных потерь напора пренебрежимо мала по сравнению с суммарными потерями напора по длине. Это обычно имеет место, если длина трубы  $l > 1000d$ , где  $d$  – диаметр трубы, поэтому такие трубы называют *длинными*.

2. Потери по длине пренебрежимо малы по сравнению с местными потерями. Такие трубопроводы называют *весьма короткими*. Наиболее типичными представителями весьма коротких трубопроводов являются так называемые насадки – трубы небольшой длины (цилиндрические или конические), присоединенные к

отверстия в стенке резервуара. В цилиндрических насадках можно пренебречь потерями по длине по сравнению с местными потерями, если их длина  $l < 6d$ .

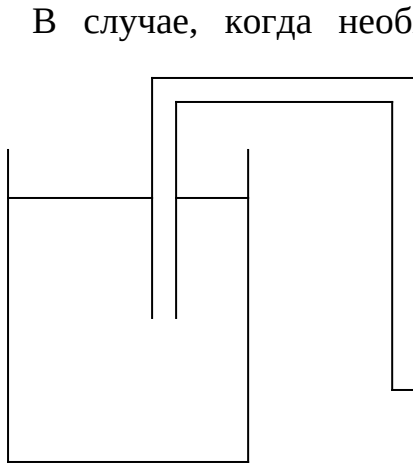


Рис. 81. Схема сифона

В случае, когда необходимо учитывать и местные потери напора, и потери напора по длине, трубопроводы называют короткими. Выделим особый случай сифонных трубопроводов, которые на некоторых участках расположены выше уровня воды (рис. 81) в питающем их резервуаре. Такие трубопроводы иногда называют просто сифонами.

Их расчет принципиально не отличается от расчета обычного трубопровода; здесь только необходимо иметь в виду, что в сифоне всегда имеет место вакуум (давление в некоторых областях ниже атмосферного), и следует проверять, не будет ли вакуум больше вакуума допускаемого (для воды – равного 6...7 м вод. ст.), при котором возможны разрывы сплошности потока и образование паровоздушных полостей. Эти явления, с одной стороны, нежелательны при эксплуатации трубопроводов, а с другой стороны, они существенно усложняют расчет.

При гидравлическом расчете трубопроводов различают две основные задачи.

1. *Прямая задача.* Заданы геометрическая форма и размеры трубопровода (длины и диаметры его на всех участках, шероховатость). При этом можно рассматривать два варианта: а) задан расход в трубопроводе; требуется найти суммарные потери напора в нем; б) заданы суммарные потери напора в трубопроводе

(например, разность уровней в питающем и питаемом резервуарах); требуется найти расход воды в трубе.

2. *Обратная задача.* Заданы расход и суммарные потери напора, а также геометрическая форма и размеры трубопровода; необходимо определить диаметр трубопровода.

Таким образом, можно выделить три задачи при расчете трубопроводов: *задача 1а, задача 1б и задача 2.* Любая задача должна начинаться с построения напорной линии.

## 5.2. РАСЧЕТ КОРОТКИХ ТРУБОПРОВОДОВ

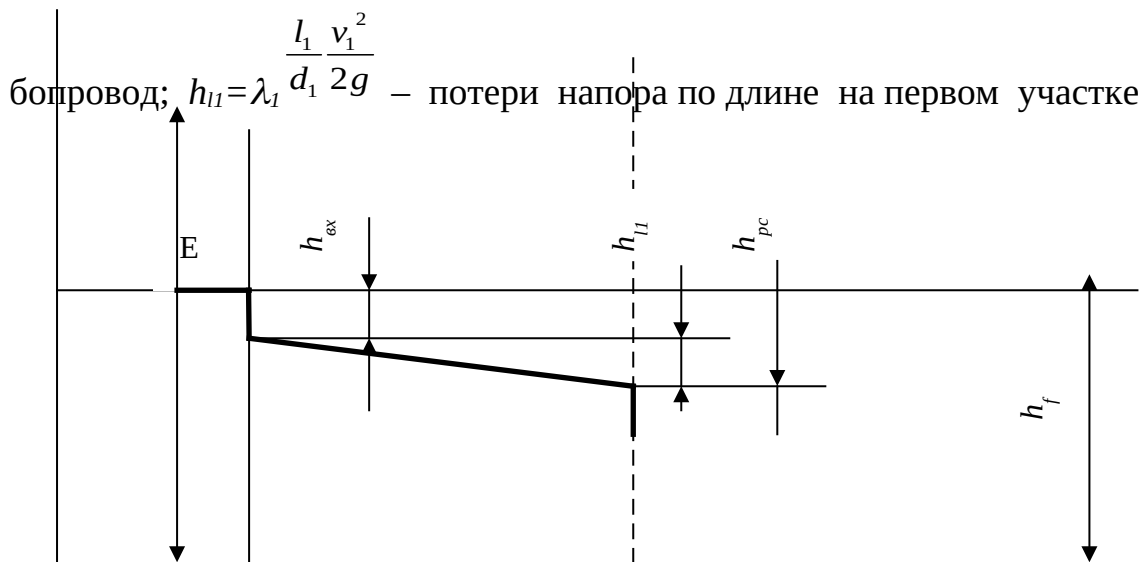
*Простыми короткими трубопроводами* называют трубопроводы без боковых ответвлений, при гидравлическом расчете которых учитываются как потери напора по длине, так и местные потери.

В качестве примера рассмотрим (рис. 82) трубопровод, состоящий из двух участков разного диаметра при истечении жидкости в атмосферу. Для этого построим напорную линию *E-E*.

Из рис. 82 можем записать, что  $H = h_f + v_2^2 / (2g)$ , где  $h_f$  – суммарные потери напора в трубопроводе. Представим их в виде

суммы потерь:  $h_f = h_{\text{ex}} + h_{l1} + h_{pc} + h_{l2}$ , где  $h_{\text{ex}} = \zeta_{\text{ex}} \frac{v_1^2}{2g}$  – потери напора на

входе в тру-



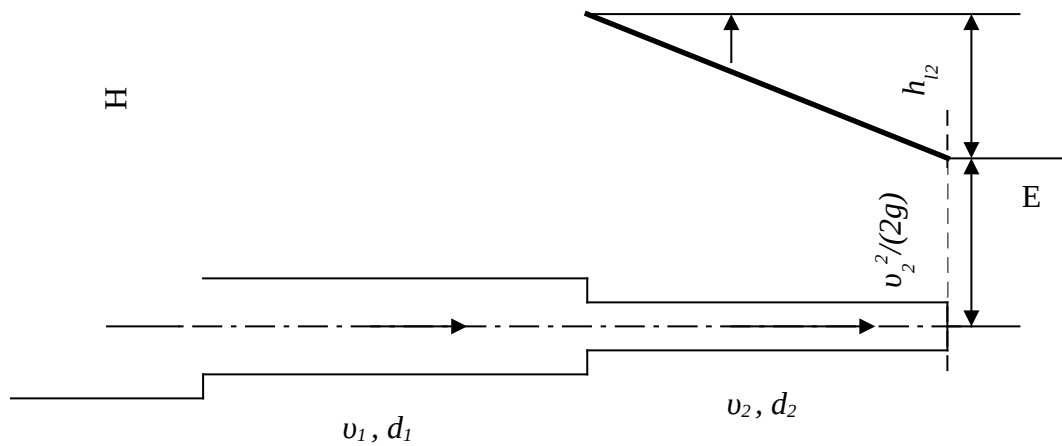


Рис. 82. Схема к расчету короткого трубопровода

трубопровода;  $h_{pc} = \zeta_{pc} \frac{v_2^2}{2g}$  – потеря напора на резкое сжатие;  $h_{l2} = \lambda_2$

$\frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$  – потери напора по длине на втором участке трубопровода.

Из уравнения неразрывности следует, что  $v_1 = v_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}$ . Выразив скорость на первом участке через скорость на втором участке и вынося за скобки скоростной напор на втором участке ( $\frac{v_2^2}{2g}$ ), для напора  $H$  получим:

$$H = \left( 1 + \zeta_{\text{вх}} \frac{d_2^4}{d_1^4} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{d_2^4}{d_1^4} + \zeta_{pc} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \right) \frac{v_2^2}{2g} \quad (63)$$

По уравнению (63) решается задача 1а. Необходимо отметить, что при другой конфигурации трубопровода уравнение (63) примет другой вид.

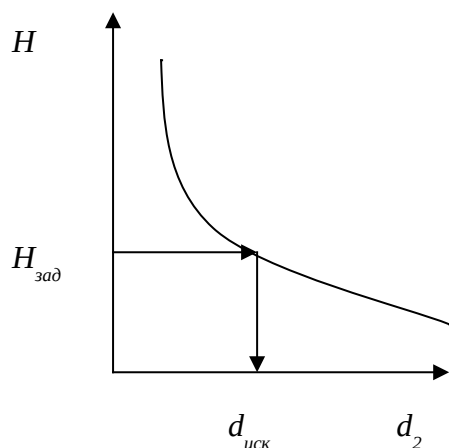
Чтобы решить задачу 1б, обозначим выражение в скобках в уравнении (63) как  $(1 + \zeta_f)$ , тогда для расхода окончательно будем иметь:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_f}} \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2gH}, \quad (64)$$

где  $\frac{1}{\sqrt{1 + \xi_f}} = \mu_T$  – коэффициент расхода трубопровода.

Так как при решении задачи 1б расход  $Q$  и, как следствие,  $v_1$  и  $v_2$  неизвестны, то невозможно сразу определить числа Рейнольдса  $Re$  и коэффициенты гидравлического трения  $\lambda$ , поэтому задачу решают методом последовательных приближений. Первоначально предполагают, что область сопротивления квадратичная, т.е.  $\lambda = f\left(\frac{\Delta}{d}\right)$  и не зависит от числа Рейнольдса. Таким образом, по формуле (64) определяется расход в первом приближении  $Q^{(I)}$ . Для полученного расхода определяем новое значение  $\lambda$ , а также расход во втором приближении  $Q^{(II)}$ . Как показывает опыт решения подобных задач, достаточно определить расход в третьем приближении  $Q^{(III)}$ , что соответствует погрешности менее 5 %.

Обратную задачу 2 решают графически. Задавая произвольно значение искомого диаметра (допустим это диаметр  $d_2$ ; при этом диаметр  $d_1$  должен быть задан) и принимая расход, равным заданному, сводят задачу к задаче 1а и строят зависимость  $H = f(d_2)$ . По заданному значению  $H_{зад}$  определяем (рис. 83) искомый диаметр  $d_2^{иск}$  и округляем его до ближайшего стандартного значения в большую или меньшую сторону в зависимости от цели поставленной задачи.



Задачи

5.1...5.5. Для схем трубопроводов, представленных

Рис. 83. График зависимости  $H = f(d_2)$

на рис. 84...88, построить напорную линию и написать выражение для решения задачи 1а.

5.6...5.10. Для схем трубопроводов, представленных на рис. 84...88, построить напорную линию и написать выражение для решения задачи 1а, если истечение жидкости происходит «под уровень».

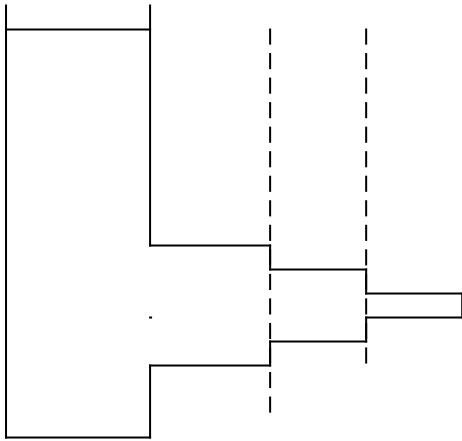


Рис. 84. К задачам 5.1 и 5.6

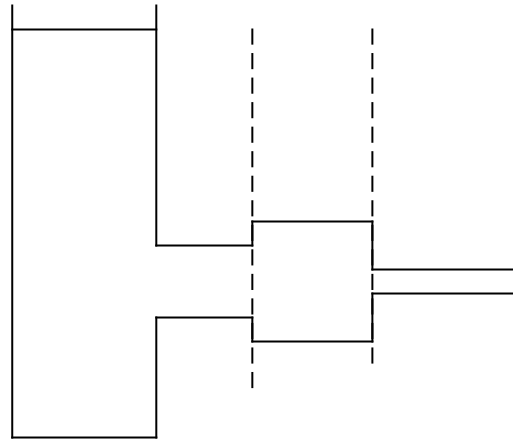


Рис. 85. К задачам 5.2 и 5.7

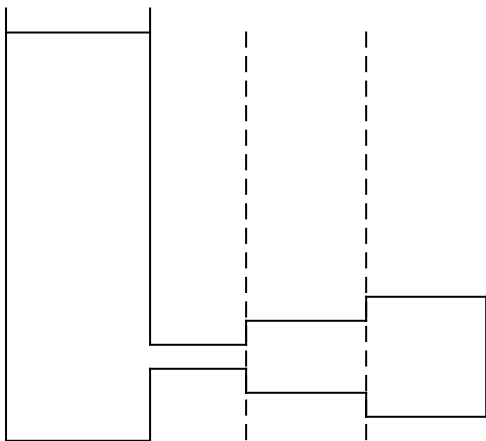


Рис. 86. К задачам 5.3 и 5.8

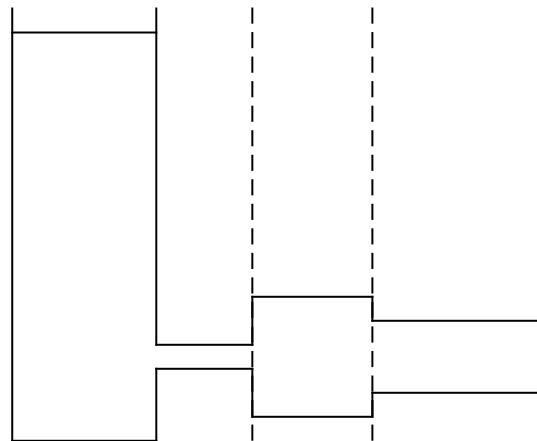
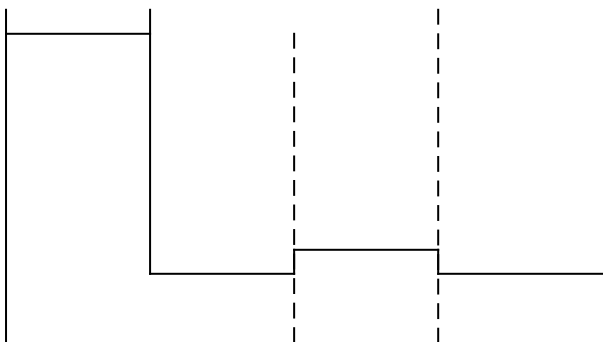


Рис. 87. К задачам 5.4 и 5.9



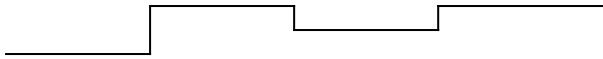


Рис. 88. К задачам 5.5 и 5.10

### 5.3. РАСЧЕТ ДЛИННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Гидравлический расчет длинных трубопроводов выполняется по упрощенной схеме согласно следующим предпосылкам:

1) основная область применения этих расчетов – водопроводные сети, в которых, как показал опыт, из экономических соображений целесообразно назначать такие средние скорости, при которых имеет место область квадратичного сопротивления шероховатых русел, поэтому при расчете длинных труб коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  зависит только от относительной шероховатости;

2) основной характеристикой водопроводных сетей является не средняя скорость  $v$ , а расход жидкости  $Q$ ;

3) более удобной характеристикой длинного трубопровода является не потеря напора по длине, а уклон напорной линии  $i$  (гидравлический уклон). Отметим, что в случае длинных труб скоростной напор  $\frac{v^2}{2g}$ , так же как и местные потери напора, пренебрежимо малы по сравнению с потерями напора по длине, то пьезометрическая линия практически не отличается от напорной. Поэтому, обычно для длинных труб строят только пьезометрическую линию, считая, что напорная линия с ней совпадает, и вместо гидравлического уклона вводят в расчет равный ему пьезометрический уклон  $J$ .

Учитывая вышеизложенное, формулу Дарси-Вейсбаха (51) переписывают в виде

$$J = \frac{h_l}{l} = \frac{\lambda}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{\lambda}{d} \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{4}{\pi d^2}\right)^2 = \frac{Q^2}{K^2}, \quad (65)$$

где  $K = (\pi^2 g d^5 / (8\lambda))^{0.5}$  – модуль расхода, или расход при уклоне, равном единице.

Так как технология изготовления и монтажа водопроводных труб в значительной мере стандартизирована, то можно считать, что абсолютная шероховатость этих труб колеблется в небольших пределах и модуль расхода  $K$  зависит только от диаметра трубы. В гидравлических справочниках приводятся значения модулей расхода новых и неновых (корродированных) труб в зависимости от диаметра и материала. Расчет водопроводных систем выполняют, используя значения модуля расхода  $K$  для неновых труб.

Формулу (65) можно переписать в виде

$$Q = K \sqrt{\frac{h_l}{l}}, \quad (66)$$

или

$$K = Q \sqrt{\frac{l}{h_l}}, \quad (67)$$

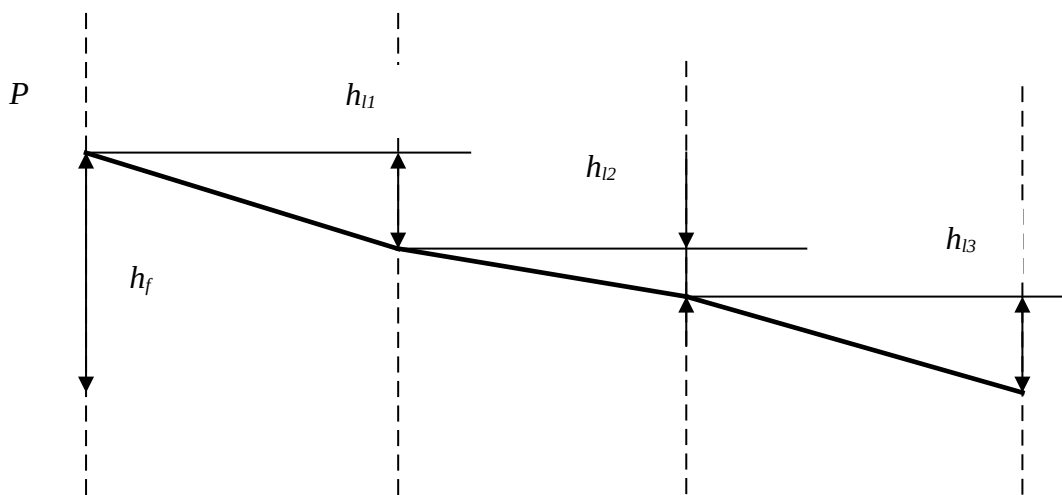
или

$$h_l = \frac{l Q^2}{K^2}. \quad (68)$$

По формуле (66) решается задача 1б, по формуле (67) – задача 2, а по формуле (68) – задача 1а.

При расчете длинных трубопроводов часто встречаются случаи с параллельным и последовательным соединениями труб различного диаметра.

*Последовательное соединение труб (рис. 89).*



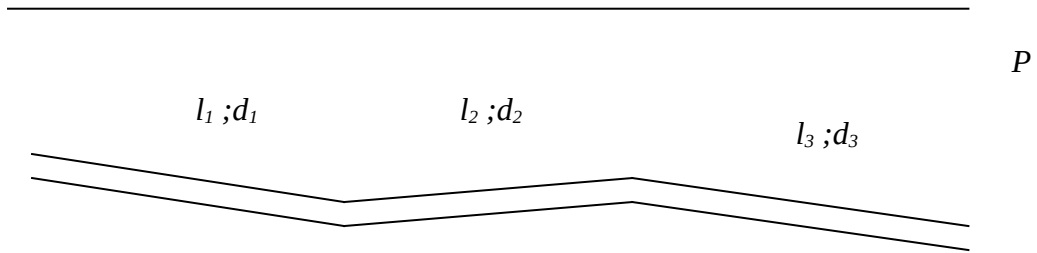


Рис. 89. Последовательное соединение труб

Если расход на участках остается неизменным, то

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q, \quad (69)$$

а сумма потерь на каждом участке равна потере напора во всем трубопроводе

$$h_f = h_{f1} + h_{f2} + h_{f3}, \quad (70)$$

или

$$h_f = \frac{l_1 Q^2}{K_1^2} + \frac{l_2 Q^2}{K_2^2} + \frac{l_3 Q^2}{K_3^2}. \quad (71)$$

*Параллельное соединение труб* (рис. 90). Между точками A и B трубы 1 и 2 соединены параллельно. Если в этих точках измерить пьезометрический напор, то он, конечно, будет одинаков для обеих труб, следовательно, потери напора в них одинаковы:

$$h_f = h_{f1} = h_{f2}. \quad (72)$$

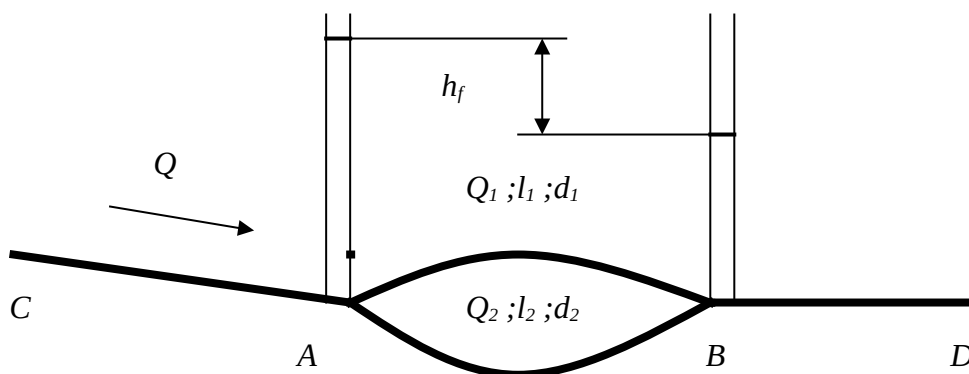


Рис. 90. Параллельное соединение труб

В то же время очевидно, что сумма расходов в параллельно соединенных трубах будет равна расходу  $Q$  в трубах  $CA$  или  $BD$ :

$$Q_1 + Q_2 = Q. \quad (73)$$

При близко расположенных отводах воды из трубопровода (например, при подводе воды к домам, расположенным близко друг к другу) расход воды по длине трубы уменьшается. При этом полагают, что раздача воды происходит непрерывно и равномерно с удельным расходом  $q_p$  (рис. 91). Если на участке длиной  $l$  раздается суммарный расход  $Q_p = q_p l$ , а проходит дальше этого участка транзитный расход  $Q_T$ , то потери напора на этом участке равны:

$$h_l = l \frac{(Q_T + 0,55Q_p)^2}{K^2}; \quad (74)$$

при  $Q_T = 0$ :

$$h_l = l \frac{Q_p^2}{3K^2}. \quad (75)$$

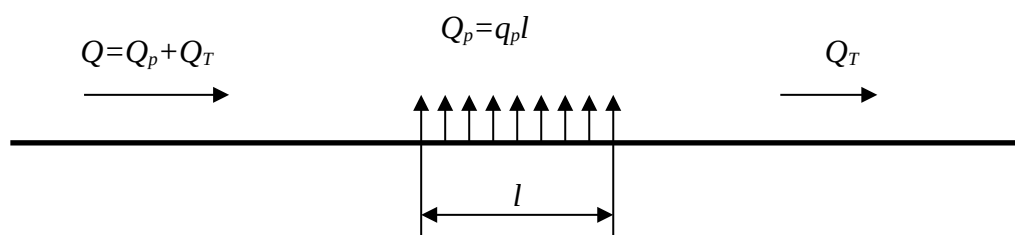
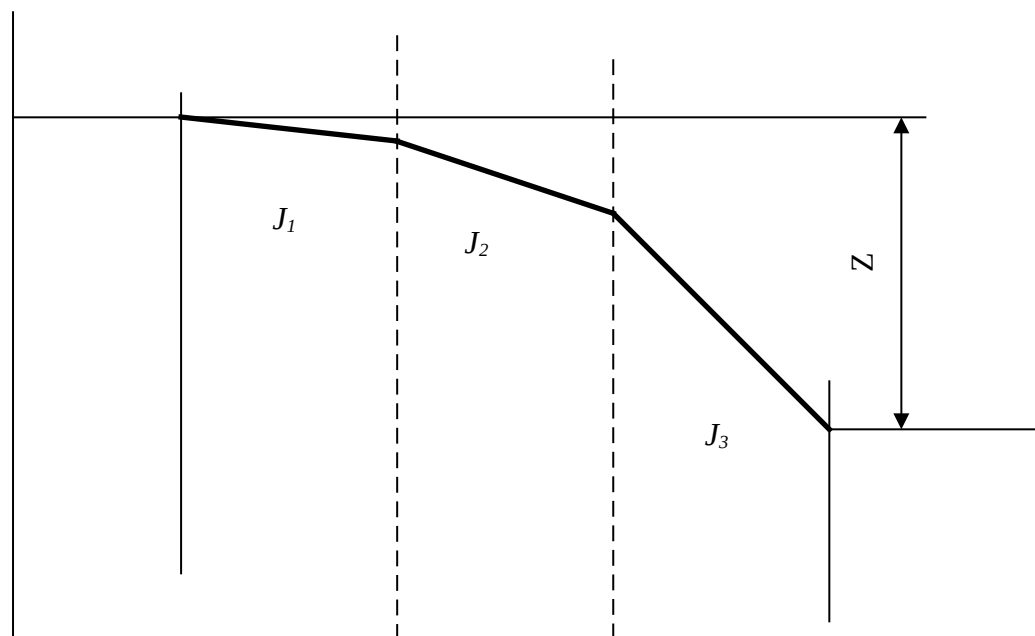


Рис. 91. Непрерывная раздача расхода по длине

Пример 1. Длинный трубопровод (рис. 92), состоящий из трех



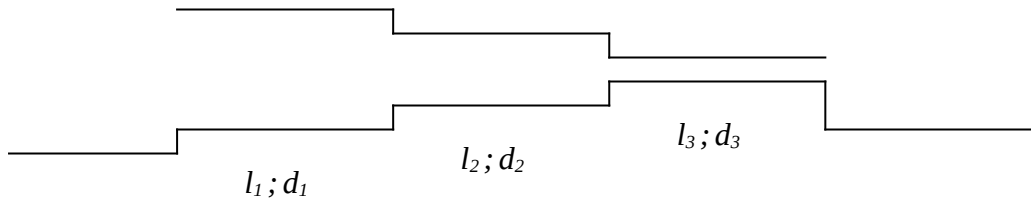


Рис. 92. Схема к примеру 1

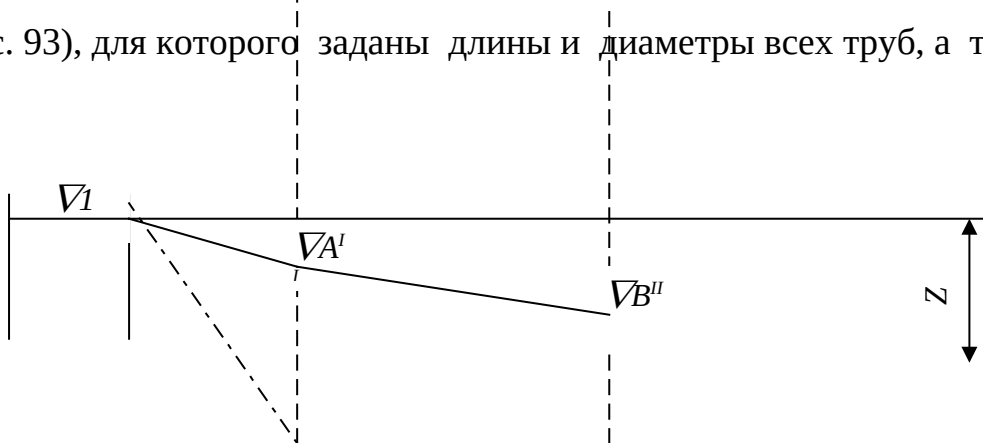
труб разного диаметра, соединяет два резервуара, разность уровней в которых постоянна и равна  $Z$ . Написать расчетную формулу для потерь напора и построить пьезометрическую линию. Определить, как изменится расход и положение пьезометрической линии, если первый и третий участки трубопровода поменять местами при сохранении их длин.

*Решение.* При истечении жидкости под уровень суммарная потеря напора равна разности уровней воды в баках:

$$Z = h_{l1} + h_{l2} + h_{l3} = l_1 \frac{Q^2}{K_1^2} + l_2 \frac{Q^2}{K_2^2} + l_3 \frac{Q^2}{K_3^2}.$$

Пьезометрическая (напорная) линия должна проходить по уровням воды в баках. При заданном соотношении труб  $d_1 > d_2 > d_3$  можно установить соответственно и соотношение уклонов пьезометрической линии  $J_1 < J_2 < J_3$ . Если первый и третий участки трубопровода поменять местами, то величина расхода не изменится (см. расчетную формулу), а положение пьезометрической линии изменится, так как меньшему диаметру трубы соответствует больший уклон.

*Пример 2.* Два резервуара соединены длинным трубопроводом (рис. 93), для которого заданы длины и диаметры всех труб, а также



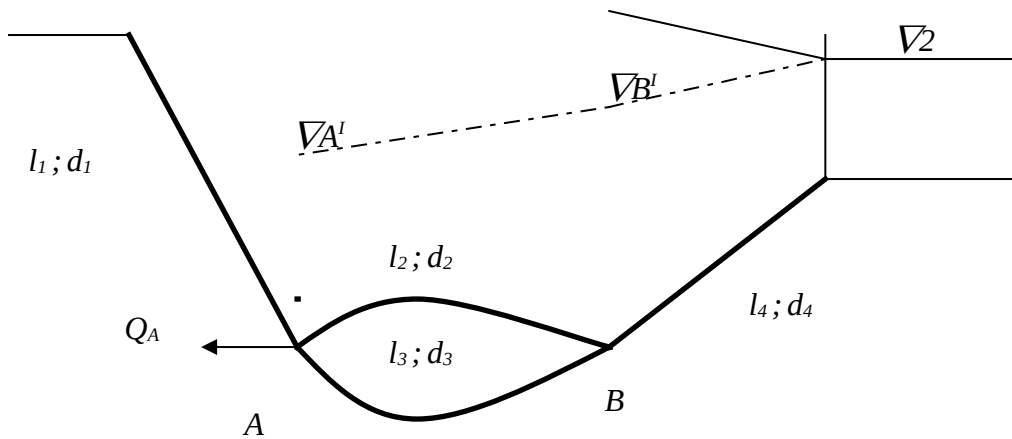


Рис. 93. Схема к примеру 2

уровни воды в резервуарах. В узле  $A$  установлен кран, регулирующий заданный отбираемый расход  $Q_A$ . Написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, построить пьезометрическую линию.

*Решение.* Прежде всего заметим, что здесь возможны три варианта.

1. Второй резервуар нейтрален. При этом вода во 2, 3 и 4 трубах не движется. Положение пьезометрической линии в точках  $A$  и  $B$  будет соответствовать отметке уровня воды во втором резервуаре. Расчетное уравнение при этом будет иметь вид

$$Z^I = l_1 \frac{Q_A^2}{K_1^2}.$$

Если окажется, что  $Z^I = Z$ , то действительно имеет место случай, когда второй резервуар нейтрален; если  $Z^I > Z$ , то имеет место второй вариант, когда вода из второго резервуара поступает в систему; если  $Z^I < Z$ , то рассматривается третий вариант, когда вода из системы поступает во второй резервуар.

2. Вода из второго бака поступает в систему, при этом положение пьезометрической линии будет соответствовать показанной на рисунке штрихпунктирной линии. Исходная система

уравнений будет состоять из четырех уравнений для потерь напора для каждого участка и двух уравнений, выражающих баланс расхода в узловых точках А и В:

$$\begin{aligned} \sqrt{1} - \sqrt{A^I} &= l_1 \frac{Q_1^2}{K_1^2} ; & \sqrt{B^I} - \sqrt{A^I} &= l_2 \frac{Q_2^2}{K_2^2} ; \\ \sqrt{2} - \sqrt{B^I} &= l_4 \frac{Q_4^2}{K_4^2} ; & Q_1 + Q_2 + Q_3 &= Q_A ; \\ \sqrt{B^I} - \sqrt{A^I} &= l_3 \frac{Q_3^2}{K_3^2} ; & Q_4 &= Q_2 + Q_3 . \end{aligned}$$

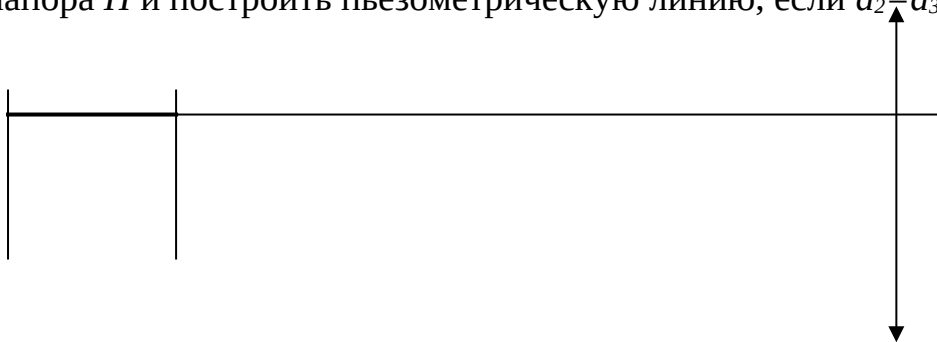
Записанная система уравнений является замкнутой и содержит шесть уравнений и шесть неизвестных:  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \sqrt{B^I}$  и  $\sqrt{A^I}$ .

3. Вода из системы поступает во второй резервуар, при этом положение пьезометрической линии будет соответствовать показанной на чертеже сплошной линии. Исходная система уравнений составляется аналогично, как и для второго варианта, и имеет вид

$$\begin{aligned} \sqrt{1} - \sqrt{A^I} &= l_1 \frac{Q_1^2}{K_1^2} ; & \sqrt{B^{II}} - \sqrt{2} &= l_4 \frac{Q_4^2}{K_4^2} ; \\ \sqrt{A^{II}} - \sqrt{B^{II}} &= l_2 \frac{Q_2^2}{K_2^2} ; & Q_A + Q_2 + Q_3 &= Q_1 ; \\ \sqrt{A^{II}} - \sqrt{B^{II}} &= l_3 \frac{Q_3^2}{K_3^2} ; & Q_4 &= Q_2 + Q_3 . \end{aligned}$$

### Задачи

5.11. Для длинного трубопровода (рис. 94) при истечении в атмосферу при заданных геометрических параметрах труб (длины и диаметры) и расходе  $Q$  написать расчетную формулу для требуемого напора  $H$  и построить пьезометрическую линию, если  $d_2 = d_3$  и  $l_2 = l_3$ .



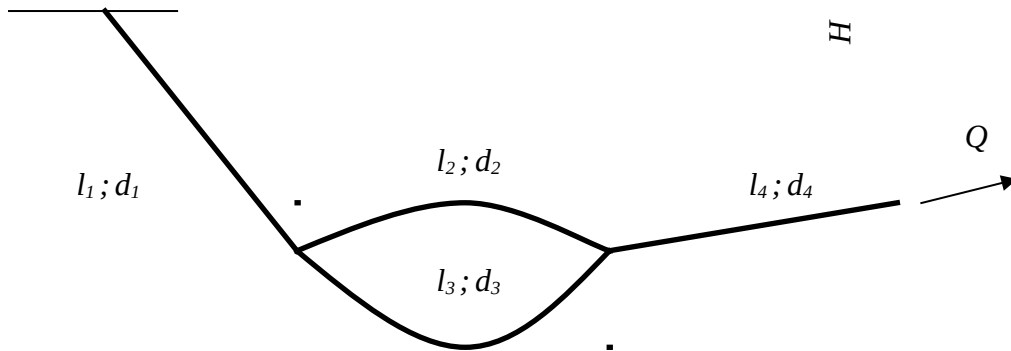


Рис. 94. К задаче 5.11

5.12. Для длинного трубопровода (рис. 95), имеющего участок с переменным расходом, при заданных геометрических параметрах труб (длины и диаметры) и расходах  $Q_3$  и  $Q_p$  написать расчетную формулу для потерь напора  $Z$  и построить пьезометрическую линию.

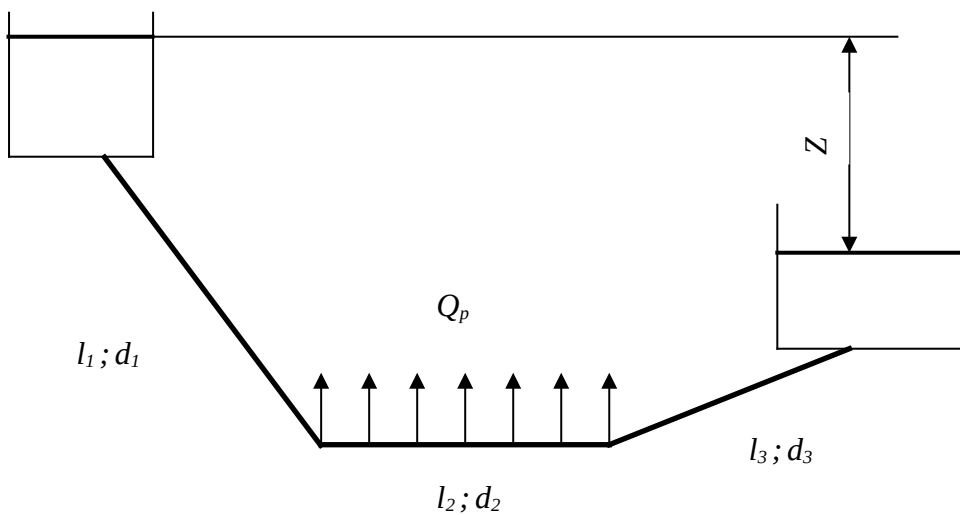


Рис. 95. К задаче 5.12

5.13. Для длинного трубопровода (рис. 96) при истечении в атмосферу при заданных геометрических параметрах труб (длины и диаметры) и расходах  $Q_p$  и  $Q$  написать расчетную формулу для требуемого напора  $H$  и построить пьезометрическую линию.

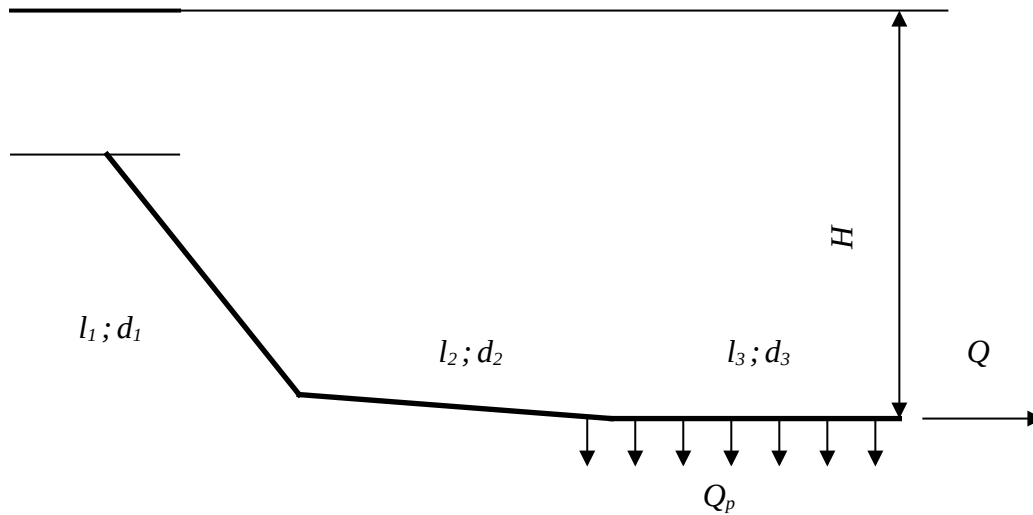


Рис. 96. К задаче 5.13

5.14. На рис. 97 представлена схема длинного трубопровода, для которого заданы длины и диаметры всех труб, уровни в баках, а также расходы  $Q_2$  и  $Q_5$ . Написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию для случая, когда  $Q_1 > (Q_2 + Q_5)$ .

5.15. Для условий задачи 5.14 написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию для случая, когда  $Q_1 < (Q_2 + Q_5)$  и  $Q_1 < Q_2$ .

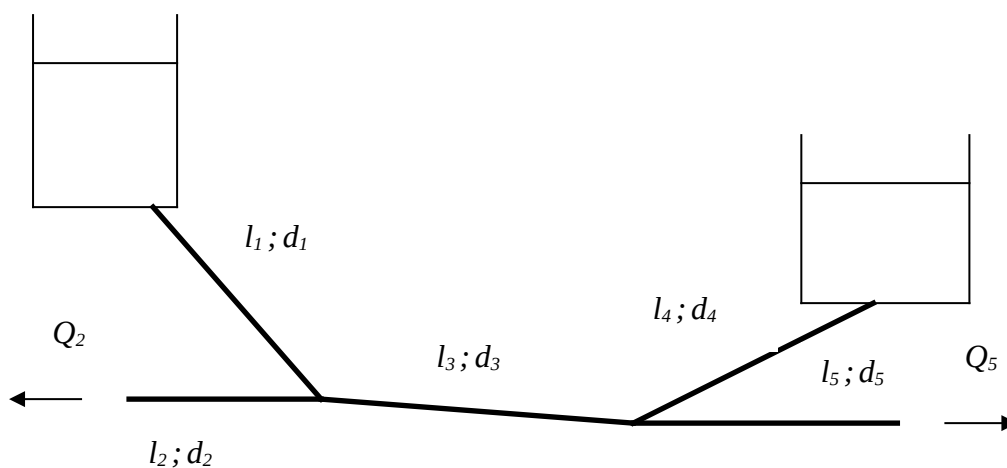


Рис. 97. К задаче 5.14

5.16. Для условий задачи 5.14 написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию для случая, когда  $Q_1 < (Q_2 + Q_5)$  и  $Q_1 > Q_2$ .

5.17. На рис. 98 представлена схема трубопровода, для которого заданы длины и диаметры всех труб, уровни в баках, а также расход  $Q_5$ . Написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию для случая, когда  $Q_1 > Q_5$ .

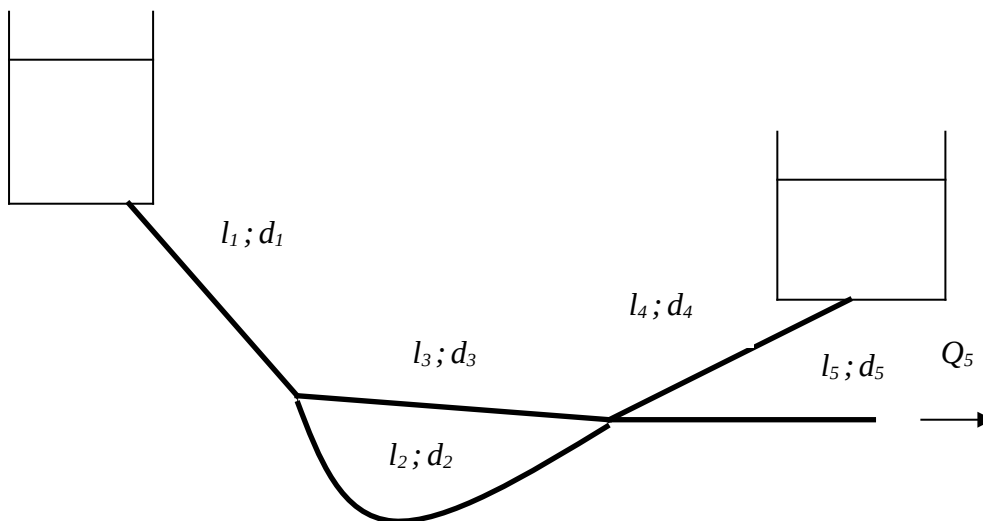


Рис. 98. К задаче 5.17

5.18. Для условий задачи 5.17 написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию для случая, когда  $Q_1 < Q_5$ .

5.19. На рис. 99 представлена схема длинного трубопровода, для которого заданы длины и диаметры всех труб, уровень в баке, а также

расходы  $Q_2$  и  $Q_5$ . Написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию.

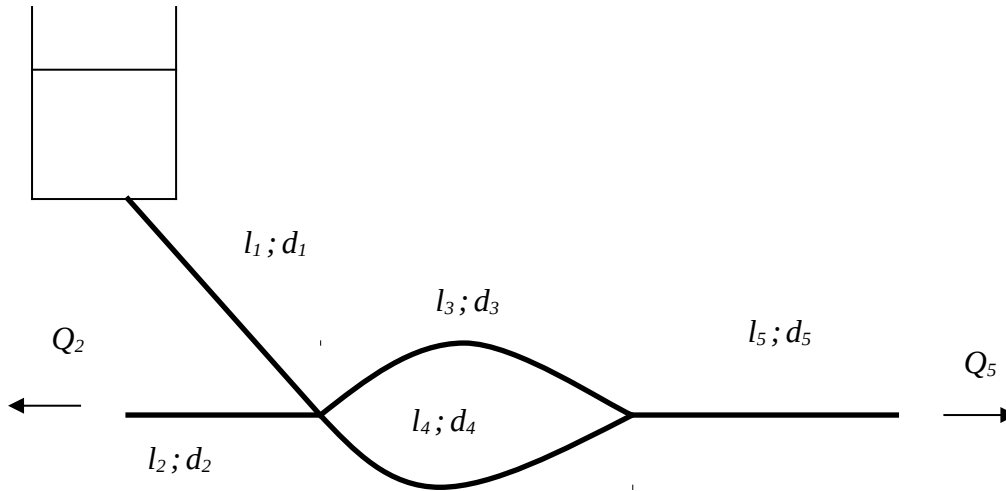


Рис. 99. К задаче 5.19

для которого заданы длины и диаметры всех труб, уровень в баке, а также расходы  $Q_3$  и  $Q_4$ . Написать систему уравнений для расчета расходов и потерь напора в отдельных трубах, а также построить пьезометрическую линию.

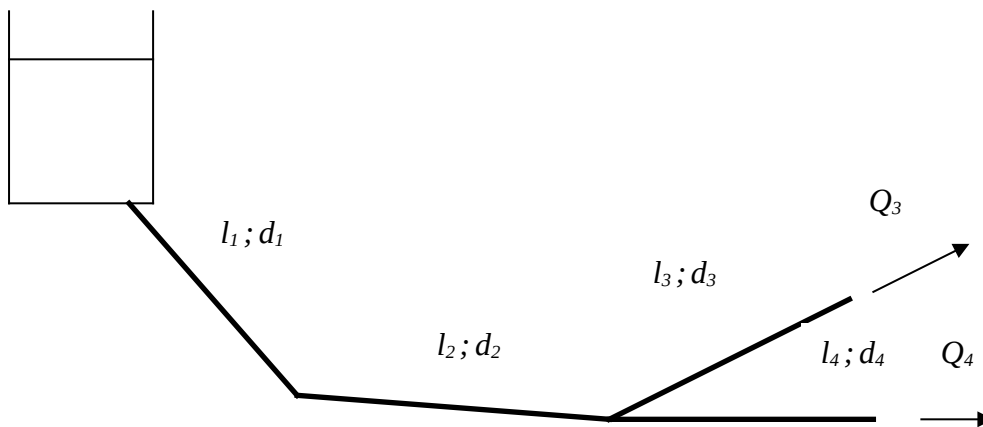


Рис. 100. К задаче 5.20

#### 5.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР В ТРУБАХ

Резкое изменение скорости течения напорного потока жидкости вызывает в нем практически мгновенное значительное повышение или снижение давления. Это явление называют *гидравлическим ударом*. Это происходит при быстром открытии или закрытии задвижки на трубопроводе, остановке насоса и т.д.

Теоретическое обоснование явления гидравлического удара в трубах и методика его расчета были разработаны еще в 1898 г. Н.Е. Жуковским. Так, при мгновенном закрытии задвижки на трубопроводе, повышение давления жидкости перед ней определяется по формуле Жуковского

$$\Delta p = \rho c v_0 + \rho v_0^2, \quad (76)$$

где  $\Delta p$  – изменение давления перед задвижкой;

$\rho$  – плотность жидкости;

$v_0$  – средняя скорость движения жидкости перед закрытием задвижки;

$c$  – скорость распространения ударной волны, или скорость распространения звука в данной среде.

Скорость распространения ударной волны определяется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{\frac{E_0}{\rho}}{\left(1 + \frac{d}{e} \frac{E_0}{E}\right)}}, \quad (77)$$

где  $E_0$  и  $E$  – соответственно модули упругости жидкости и материала стенок трубопровода (для стали  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа; для чугуна  $E=1,2 \cdot 10^5$  МПа; для полиэтилена  $E=4000$  МПа);

$d$  – диаметр трубопровода;

$e$  – толщина стенок трубопровода.

Выражение  $\frac{E_0}{\rho}$  в формуле (77) есть скорость распространения упругих деформаций в жидкости и для воды составляет 1425 м/с.

Поскольку  $c \gg v_0$ , а, следовательно, и  $\rho c v_0 \gg \rho v_0^2$ , то выражение (76) принимает окончательный вид

$$\Delta p = \rho c v_0. \quad (78)$$

Рассмотрим участок трубопровода с задвижкой длиной  $l$ , по которому движется жидкость со средней скоростью  $v_0$  (рис. 101). При мгновенном закрытии задвижки перед ней резко повышается давление на величину, определенную по формуле (78). Это давление начинает распространяться влево от задвижки со скоростью распространения ударной волны  $c$ . Когда ударная волна дойдет до конца трубопровода, сжатая до этого жидкость в трубопроводе начинает обратное движение с той же скоростью  $c$ .

Если представить себе *идеальную жидкость*, т.е. жидкость, не обладающую внутренним трением между отдельными частицами, то получим следующую картину изменения давления у запорного устройства в зависимости от времени (рис. 102), где  $t_0 = \frac{l}{c}$  – время распространения ударной волны в одном направлении, а  $p_0$  – давление в трубопроводе до закрытия задвижки.

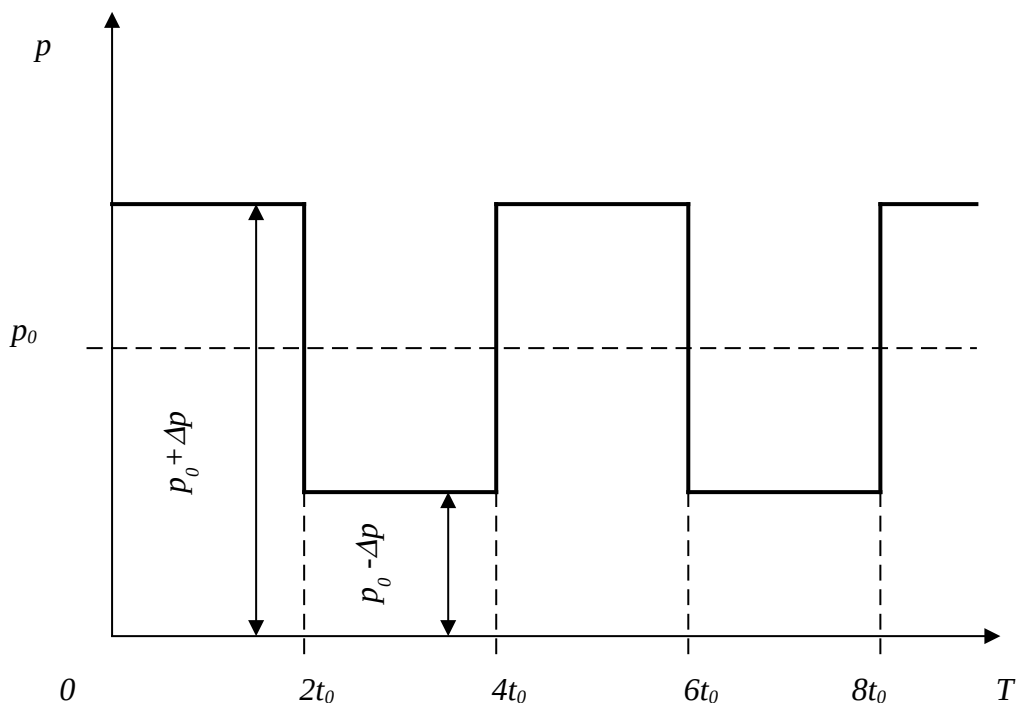


Рис. 101. График изменения давления у запорного устройства в случае идеальной жидкости

На самом деле, в случае реальной жидкости, процесс изменения давления носит затухающий характер.

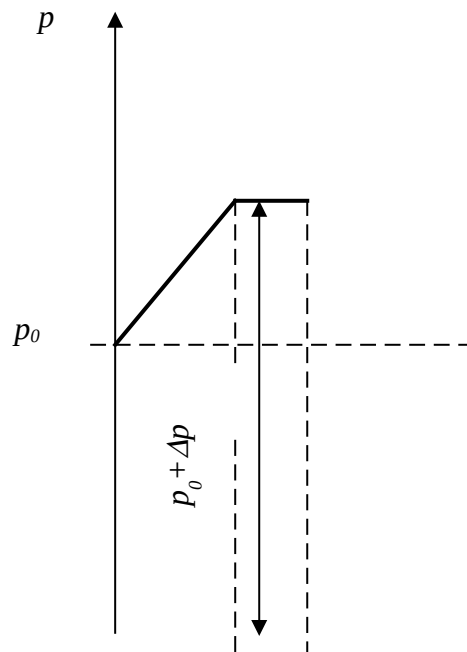
Различают *прямой* и *непрямой* гидравлический удар.

*Прямой гидравлический удар* будет наблюдаться в том случае, если время закрытия задвижки  $T_{зак} \leq 2t_0 = 2\frac{l}{c}$ . При этом, изменение давления перед запорной арматурой определяется зависимостью (78), а график изменения давления у запорного устройства в зависимости от времени будет иметь вид, представленный на рис. 102.

Если время закрытия задвижки  $T_{зак} > 2t_0 = 2l/c$ , то в этом случае будет иметь место *непрямой гидравлический удар*.

Формула изменения давления при непрямом гидравлическом ударе имеет вид:

$$\Delta p = \rho v_0 2 \frac{l}{T_{зак}} . \quad (79)$$



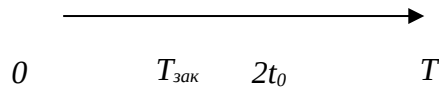


Рис. 102. График изменения давления перед запорной арматурой при прямом гидравлическом ударе в случае идеальной жидкости

Для предотвращения труб от последствий гидравлического удара необходимо принимать следующие меры:

- 1) не допускать больших скоростей движения жидкостей по трубам;
- 2) устанавливать предохранительные клапаны, срабатывающие при увеличении давления больше допустимого;
- 3) устанавливать на трубопроводах воздушные колпаки;
- 4) использовать запорную арматуру с медленным закрытием задвижки.

*Пример.* Вода поступает из бака в стальной трубопровод, имеющий внутренний диаметр  $d=200$  мм, толщину стенок  $e=8$  мм, длину  $l=700$  м и движется в нем равномерно со средней скоростью  $v_0=0,8$  м/с. Давление перед затвором, установленным на конце трубопровода  $p_0=0,2$  МПа. Определить давление перед затвором в момент ее полного закрытия, если время закрытия  $T_{зак}=1,1$  с.

*Решение.* Определяем скорость распространения ударной

волны в трубопроводе  $c$  по формуле (77): 
$$c = \sqrt{\frac{\frac{E_0}{\rho}}{\left(1 + \frac{d}{e} \frac{E_0}{E}\right)}} = 1275 \text{ м/с.}$$

Время распространения ударной волны в одном направлении равно  $t_0 = \frac{l}{c} = 0,55$  с, а в обоих направлениях -  $2t_0 = 1,1$  с.

Поскольку  $T_{зак} = 2t_0$ , то в данном случае имеет место прямой гидравлический удар, а повышение давления в трубопроводе определяем по формуле (78):  $\Delta p = \rho c v_0 = 1000 \cdot 1275 \cdot 0,8 = 1,2$  МПа.

Давление перед затвором в момент полного закрытия задвижки определим как  $p = p_0 + \Delta p = 0,2 + 1,2 = 1,4$  МПа.

### *Вопросы*

1. Какие трубопроводы называют длинными, короткими, весьма короткими?
2. Что такое сифон?
3. Задачи расчета трубопроводов.
4. Отличительные особенности расчета длинных трубопроводов.
5. Что такое модуль расхода?
6. Чему равны расходы и потери напора при последовательном соединении труб?
6. Чему равны расходы и потери напора при параллельном соединении труб?
7. Особенности расчета трубопроводов с близко расположенными отводами воды.
8. Что такое гидравлический удар?
9. Прямой и не прямой гидравлические удары.
10. Меры для предотвращения гидравлического удара в трубопроводах.

### *Список рекомендуемой литературы*

1. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. -

Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. – (см. с. 118-146).

2. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 55-66).

3. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 156-184, 276-285).

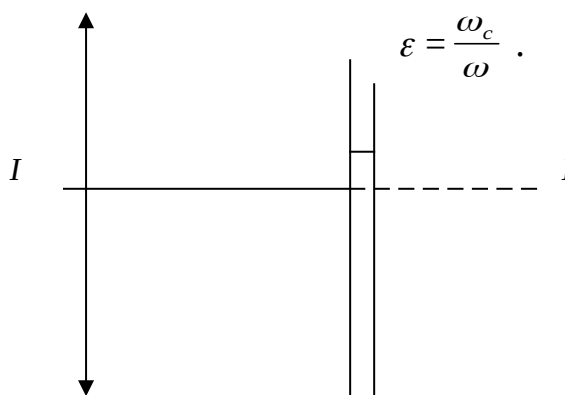
## 6. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

### 6.1. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПОСТОЯННОМ НАПОРЕ

Рассмотрим случай истечения жидкости из малого отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре (рис. 103).

Отверстие считают *малым*, если его размер по высоте значительно меньше напора – не более  $0,1H$ . *Тонкой стенкой* считают такую, если ее толщина  $\delta < 0,2d$ , где  $d$  – диаметр отверстия.

При вытекании жидкости из отверстия на некотором расстоянии от него наблюдается сжатие поперечного сечения струи. Отношение площади сжатого сечения  $\omega_c$  к площади отверстия  $\omega$  называется коэффициентом сжатия струи:



$$\epsilon = \frac{\omega_c}{\omega} . \quad (80)$$

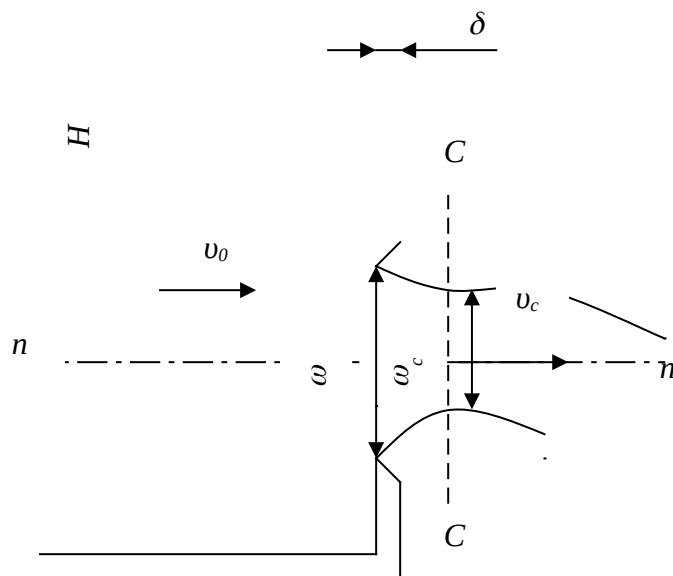


Рис. 103. Истечение жидкости из малого отверстия в тонкой стенке

периметру отверстия, и *неполным*, если струя не имеет бокового сжатия с одной или нескольких сторон, например, когда струя примыкает к стенке или ко дну резервуара.

Полное сжатие будет *совершенным*, если отверстие расположено на значительном расстоянии от боковых стенок и дна сосуда, так что они не оказывают влияния на сжатие струи (когда это расстояние  $m > 3a$ , где  $a$  – минимальное расстояние от стенок или дна до края отверстия), и *несовершенным*, если на него оказывают влияние стенки или дно сосуда ( $m < 3a$ ).

При истечении жидкости из отверстия задача сводится к определению скорости и расхода истечения жидкости.

Составим уравнение Бернулли для сечений I-I и C-C. За плоскость сравнения примем плоскость n-n, проходящую через центры отверстия и сжатого сечения (рис. 103):

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_c^2}{2g} + h_{\text{пот}}. \quad (81)$$

Потери напора в этом случае вызываются местным

сопротивлением входа в отверстие  $h_{ном} = \xi_{ex} \frac{v_c^2}{2g}$ . Тогда:

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{ex}}} \sqrt{2g(H + \frac{v_0^2}{2g})}. \quad (82)$$

Принимая обозначения:  $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{ex}}}$ , где  $\varphi$  - коэффициент

скорости (для полного совершенного сжатия  $\varphi = 0,97$ );  $H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}$ , где

$H_0$  - напор с учетом скорости подхода (при  $v_0 \rightarrow 0$ ,  $H_0 = H$ ),

перепишем (82) в виде

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_0}. \quad (83)$$

Так как расход  $Q$  равен  $Q = \omega_c v_c$ , а  $\omega_c = \omega \varepsilon$ , тогда:

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH_0}. \quad (84)$$

Введем понятие коэффициента расхода отверстия

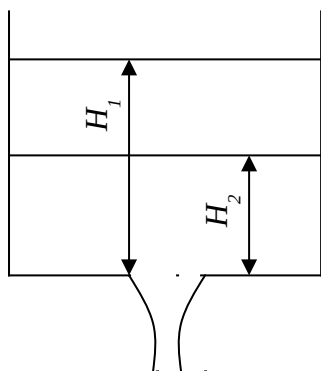
$$\mu = \varepsilon \varphi, \quad (85)$$

тогда окончательно (84) примет вид

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}. \quad (86)$$

При полном совершенном сжатии коэффициент  $\mu$  колеблется в пределах  $0,59 \dots 0,63$ , составляя в среднем  $\mu = 0,62$ . В общем случае коэффициент расхода является функцией числа Рейнольдса.

## 6.2. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ



Выделим здесь два случая.

1. Опорожнение резервуара с жидкостью.
2. Выравнивание уровней в сообщающихся сосудах.

Рис. 104. Опорожнение резервуара с жидкостью

Рассмотрим *опорожнение резервуара с жидкостью через малое отверстие в тонкой стенке* (рис. 104).

Введем обозначения:  $\Omega$  - площадь горизонтального сечения резервуара;  $H_1$  – начальный напор;  $H_2$  – конечный напор.

Расход жидкости  $Q$  при истечении жидкости из отверстия определяется по формуле (86), с другой стороны, расход есть изменение объема в течении времени ( $Q = \frac{dW}{dT}$ ). Таким образом,  $\mu\omega\sqrt{2gH} = \frac{dW}{dT}$ . Проинтегрировав данное выражение, получим время  $t$ , за которое уровень в резервуаре опустится с глубины  $H_1$  до  $H_2$ :

$$t = 2\Omega \left( \frac{\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}}{\mu\omega\sqrt{2g}} \right). \quad (87)$$

При  $H_2 = 0$  (полное опорожнение резервуара), умножим числитель и знаменатель выражения (87) на  $\sqrt{H_1}$ , получим:

$$t = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}} = 2 \frac{W}{Q}, \quad (88)$$

где  $W$  – начальный объем жидкости в резервуаре;

$Q$  – начальный расход.

Выражение (88) свидетельствует о том, что время полного опорожнения резервуара в 2 раза больше времени, необходимого для вытекания того же количества жидкости при постоянном напоре, равном  $H_1$ .

Рассмотрим *выравнивание уровней в сообщающихся сосудах через малое отверстие в тонкой стенке* (рис. 105).

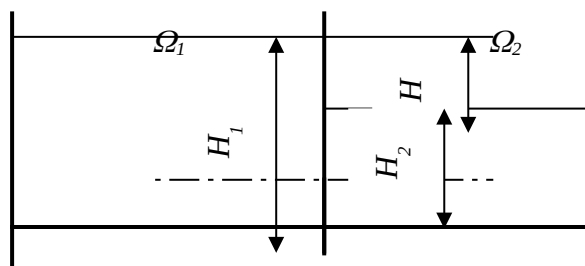


Рис. 105. Выравнивание уровней в резервуарах

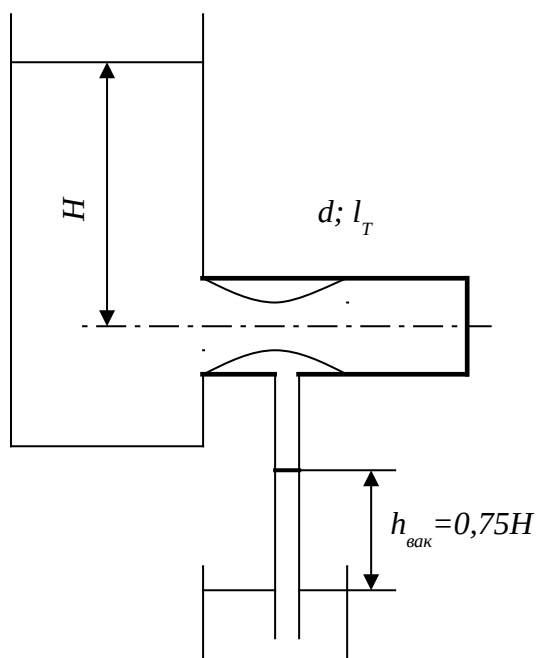
Введем обозначения:  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  – соответственно площади горизонтального сечения левого и правого резервуаров;  $H_1$  – напор в левом резервуаре;  $H_2$  – напор в правом резервуаре;  $H$  – разность уровней в резервуарах.

Рассуждая аналогично случаю опорожнения резервуара с жидкостью, для времени  $t$  выравнивания уровней в сообщающихся сосудах через малое отверстие в тонкой стенке будем иметь:

$$t = \frac{2\Omega_1\Omega_2\sqrt{H}}{\mu\omega\sqrt{2g}(\Omega_1 + \Omega_2)}. \quad (89)$$

### 6.3. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

*Насадком* (рис. 106) называют короткую трубу (весьма короткий трубопровод, в котором не учитываются потери напора по длине), присоединенную к малому отверстию.



Насадок имеет длину  $l_T = (3 \dots 5)d$ . При большей длине возникает необходимость учитывать потери напора по длине. В этом случае насадок становится коротким трубопроводом. При меньшей длине, вытекающая из насадка жидкость может не задевать его стенки, и насадок будет работать как отверстие.

Рис. 106. Истечение жидкости через насадок

По форме насадок может быть цилиндрическим внешним и внутренним, коническим сходящимся и расходящимся, коноидальным.

Расход через насадок определяется по формуле (86), так же как и для отверстия. Отличие от отверстия состоит только в коэффициентах  $\mu$ ,  $\varepsilon$  и  $\varphi$ .

*Внешний цилиндрический насадок.* После входа в насадок струя жидкости образует сжатое сечение, а из насадка вытекает полным сечением, поэтому  $\varepsilon = 1$  (так же и для других насадков). Коэффициент скорости насадка равен коэффициенту расхода  $\mu = \varphi = 0,82$ , т.е. расход через внешний цилиндрический насадок в 1,32 раза больше, чем через отверстие при прочих равных условиях. Это объясняется наличием вакуума в сжатом сечении, который создает дополнительный подсос жидкости. Если к отверстию насадка, расположенном в сжатом сечении, присоединить жидкостный вакуумметр, то жидкость в нем поднимется на высоту  $h_{\text{вак}} = 0,75H$  (рис. 106).

*Внутренний цилиндрический насадок.* Этот насадок имеет большее сопротивление на входе, чем внешний, поэтому его коэффициент расхода равен  $\mu = 0,707$ .

*Конический сходящийся насадок.* Коэффициент расхода этого насадка зависит от угла конусности  $\theta$ . При этом наибольший коэффициент расхода  $\mu_{\text{мах}} = 0,94$  получается при угле конусности  $\theta = 13^{\circ}24'$ . Такие насадки дают струю с наибольшими скоростями и применяются в пожарном деле (брандспойт).

*Конический расходящийся насадок.* Коэффициент расхода таких насадков при угле конусности  $\theta = 5...7^{\circ}$  равен  $\mu = 0,5$ .

*Коноидальный насадок.* Форма внутренней поверхности этого насадка близка к форме струи, вытекающей из отверстия. Его коэффициент расхода равен  $\mu = 0,97...0,98$ .

## Задачи

6.1. Из резервуара (рис. 107) в атмосферу вытекает вода при постоянном напоре через круглое отверстие в тонкой стенке и внешний цилиндрический насадок одинаковыми внутренними диаметрами  $d=20$  мм. Определить избыточное давление  $p_m$  на свободной поверхности воды в резервуаре, если разность расходов насадка и отверстия  $\Delta Q=0,7$  л/с, а уровень  $H=1,5$  м.

6.2. Для условий задачи 6.1 определить разность расходов насадка и отверстия  $\Delta Q$ , если избыточное давление на свободной поверхности воды в резервуаре равно  $p_m=50$  кПа.

6.3. В теле железобетонной плотины (рис. 108) проектируется водоспуск в виде трубы длиной  $l_T=5$  м. Напор над водоспуском при свободном истечении равен  $H_1=6,5$  м. Разность отметок уровней воды в верхнем и нижнем бьефах плотины  $H_2=15$  м. Определить диаметр водоспуска, если расход через него равен  $Q=12$  м<sup>3</sup>/с.

6.4. Для условий задачи 6.3 определить, какой будет расход через водоспуск, при диаметре водоспуска  $d=1,5$  м, если уровень нижнего бьефа поднимется на 10 м.

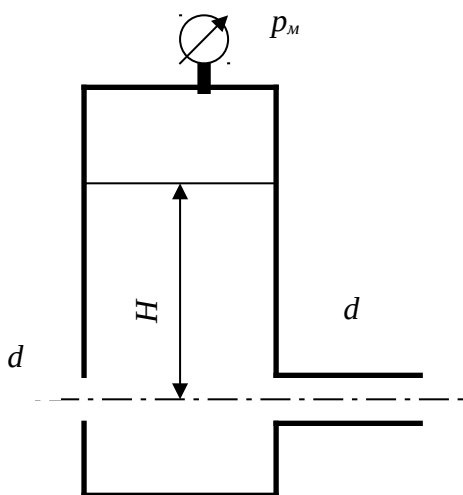


Рис. 107. К задаче 6.1

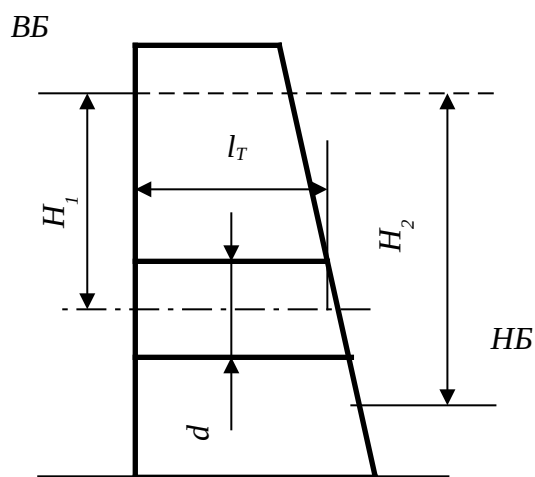


Рис. 108. К задаче 6.3

6.5. Два одинаковых круглых отверстия  $d=60$  мм расположены одно над другим в вертикальной стенке большого резервуара (рис. 109). Центр нижнего отверстия расположен на расстоянии  $a_1=200$  мм от дна резервуара. Расстояние между центрами отверстий  $a_2=500$  мм. Определить, при какой глубине  $H$  воды в резервуаре суммарный расход из обоих отверстий составит  $Q=23$  л/с.

6.6. Определить начальную скорость и расход перетекания воды из одной полости сосуда в другую через цилиндрический насадок (рис. 110), если глубина наполнения левой части сосуда  $h_n=3$  м, правой  $h_{np}=1$  м, внутренний диаметр насадка  $d=30$  мм. Показание жидкостного дифференциального манометра, заполненного ртутью, равно  $h=30$  мм.

6.7. Для условий задачи 6.6 определить начальную скорость и расход перетекания воды из одной полости сосуда в другую через цилиндрический насадок (рис. 110), если показание жидкостного дифференциального манометра, заполненного ртутью, равно  $h=300$  мм.

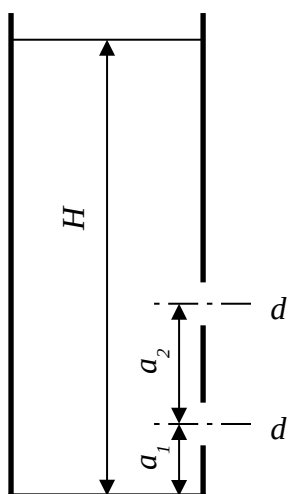


Рис. 109. К задаче 6.5

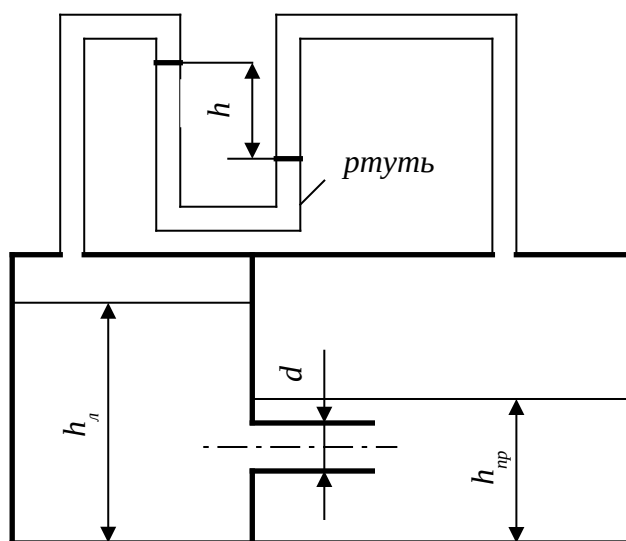


Рис. 110. К задаче 6.6

6.8. В вертикальной стенке, разделяющий открытый резервуар на две части (рис. 111), расположено отверстие диаметром  $d_1=50$  мм. В наружной стенке имеется другое отверстие диаметром  $d_2$ . Центры отверстий расположены на высоте  $h=1$  м от дна. Глубина воды в левой части резервуара  $h_л=2,5$  м; расход через отверстия равен  $Q=3,1$  л/с. Определить глубину воды  $h_{np}$  в правой части резервуара и диаметр  $d_2$  отверстия в наружной стенке. Условия считать стационарными.

6.9. Какое избыточное давление  $p_m$  воздуха нужно поддерживать в баке (рис. 112), чтобы его опорожнение происходило в два раза быстрее, чем при атмосферном давлении над уровнем воды. Каким будет при этом время опорожнения бака? Диаметр бака  $D=0,9$  м, его начальное заполнение  $H=2,1$  м. Истечение происходит через цилиндрический насадок диаметром  $d=30$  мм.

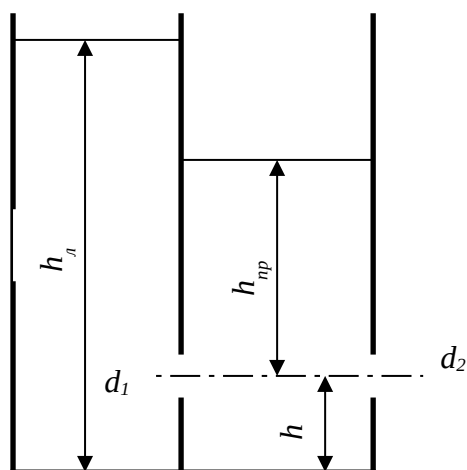


Рис. 111. К задаче 6.8

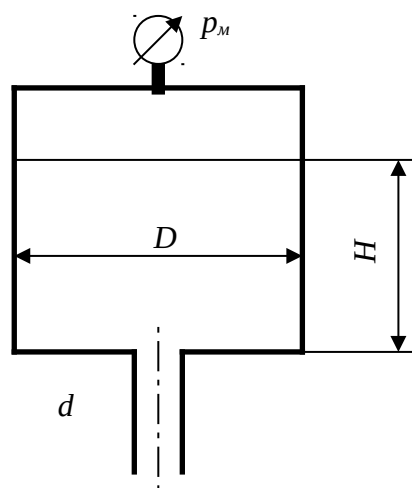


Рис. 112. К задаче 6.9

6.10. Из резервуара с постоянным уровнем воды  $H=1,8$  м (рис. 112) происходит истечение через внешний цилиндрический насадок диаметром  $d=20$  мм. Какое манометрическое давление  $p_m$  необходимо поддерживать на поверхности воды в баке, чтобы расход из насадка увеличился в 1,5 раза по сравнению с истечением при атмосферном давлении на поверхности воды.

### *Вопросы*

1. Что такое коэффициент сжатия струи?
2. Полное и неполное сжатие
3. Совершенное и несовершенное сжатие.
4. Чему равен коэффициент расхода отверстия?
5. Что такое насадок?
6. Чему равны коэффициенты расхода внешнего и внутреннего цилиндрических насадков?
7. Конический сходящийся насадок. Чему равны угол конусности брандспойта и его коэффициент расхода?
8. Какой насадок имеет максимальный коэффициент расхода?

### *Список рекомендуемой литературы*

1. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. - Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. – (см. с. 106-117).
2. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. – (см. с. 48-55).

3. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. – (см. с. 298-319).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены основные теоретические вопросы, изучаемые в курсе гидравлики: основные физические свойства жидкости, гидростатическое давление в точке, относительный покой жидкости, давление жидкости на плоские и криволинейные поверхности, использование гидростатического давления в механизмах, основные понятия и уравнения гидродинамики, гидравлические сопротивления, установившееся движение жидкости в напорных трубопроводах, истечение жидкости из отверстий и насадков.

Учебное пособие предназначено для студентов всех технических специальностей, поэтому в него не включены вопросы, изучаемые в курсе гидравлики и характерные для отдельных дисциплин (движение грунтовых вод, неравномерное установившееся движение воды в каналах и естественных руслах, водосливы и т.д.).

В учебном пособии практически после каждого раздела приведены примеры решения типовых задач, а также задачи для самостоятельного решения, что позволит студентам более глубоко понять основные положения механики жидкости.

Ограниченный объем учебного пособия не позволил включить в него некоторые материалы справочного характера, однако для решения поставленных в пособии задач их вполне достаточно.

## ГЛОССАРИЙ

*Аэрация потока* – это процесс насыщения движущегося с большими скоростями потока проникающими в него снаружи пузырьками воздуха.

*Безнапорное движение жидкости* – это движение жидкости, характеризуемое наличием свободной поверхности.

*Вязкость* – свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые *силами внутреннего трения*, или *силами вязкости*. Вязкость характеризуется коэффициентами кинематической  $\nu$  (м<sup>2</sup>/с) и динамической  $\mu$  (Па · с) вязкости.

*Гидравлика (техническая механика жидкости)* – это наука о движении и покое жидких тел, в которой все вопросы рассматриваются в свете их приложения к решению технических задач.

*Гидравлический радиус* есть отношение площади живого сечения к смоченному периметру.

*Гидравлический удар* – это практически мгновенное значительное повышение или снижение давления в результате резкого изменения скорости течения напорного потока жидкости.

*Гидравлический уклон* есть падение напорной линии на единицу длины.

*Гидростатика* – раздел гидравлики, изучающий законы равновесия покоящейся жидкости.

*Гидростатическое давление в точке* есть предел отношения силы давления, действующей на элементарную площадку, к ее площади, если последняя стремится к нулю.

*Длинный трубопровод* – это трубопровод, в котором местные потери напора составляют менее 10 %, поэтому при его расчете учитываются только потери напора по длине.

*Живое сечение потока* – это поверхность, нормальная линиям тока и лежащая внутри потока.

*Жидкость* – это физическое тело, обладающее двумя характерными свойствами:

1) она очень мало изменяет свой объем при изменении давления и температуры; в этом жидкости сходны с твердыми телами;

2) она обладает свойством текучести, т.е. не имеет собственной формы, а принимает форму того сосуда, в который ее помещают; в этом жидкость сходна с газообразными телами.

*Кавитацией* жидкости называется случай, когда появившиеся при  $p < p_{н.п.}$  в движущейся жидкости пузырьки пара не выходят из нее, а захлопываются (закрываются) внутри жидкости, перейдя в область, где  $p > p_{н.п.}$ . Кавитация сопровождается сильными ударами, которые способствуют постепенному разрушению поверхности твердых стенок, ограничивающих поток (*кавитационная эрозия*).

*Кипением* жидкости называется случай, когда пузырьки пара, появившиеся в жидкости при  $p < p_{н.п.}$ , всплывают и выходят из жидкости через ее свободную поверхность.

*Короткий трубопровод* – это трубопровод, при расчете которого учитываются и местные потери напора и потери напора по длине.

*Коэффициент Кориолиса (корректив кинетической энергии потока)* – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению; равен отношению действительной кинетической энергии к «средней» кинетической энергии массы жидкости.

*Коэффициент объемного сжатия* – это относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления.

*Коэффициент температурного расширения* – это относительное изменение объема жидкости на единицу изменения температуры.

*Линия тока* – это кривая, проведенная внутри потока так, что в данный момент времени векторы скорости во всех точках этой кривой являются касательными к ней.

*Модуль расхода* есть расход при уклоне, равном единице.

*Напорное движение жидкости* – это такое движение жидкости, при котором поток со всех сторон ограничен твердыми стенками.

*Насадок* – это весьма короткий трубопровод, в котором потери напора по длине незначительны и в расчетах не учитываются.

*Неустановившееся движение жидкости* – это движение, при котором скорость и давление в каждой точке пространства изменяются с течением времени.

*Относительное равновесие жидкости* – это состояние, при котором жидкость сохраняет свое положение относительно твердой стенки движущегося сосуда.

*Плотность жидкости* – это масса жидкости, заключенная в единице объема.

*Поверхность равного давления, или поверхность уровня* – это поверхность, в каждой точке которой значение давления постоянно.

*Пьезометрический уклон* есть падение пьезометрической линии на единицу длины.

*Равномерное движение* – это движение, при котором живые сечения и скорости в соответственных точках одинаковы. В противном случае будем иметь *неравномерное движение* жидкости. Равномерное движение является *параллельноструйным*.

*Расход жидкости (объемный)* – это объем жидкости, проходящий в единицу времени через живое сечение потока. Различают также *весовой* и *массовый* расходы.

*Свободная поверхность* – это поверхность раздела жидкой и газообразной среды.

*Свободная струя (струя)* – это движение жидкости, при котором поток не соприкасается с твердыми стенками.

*Смоченный периметр  $\chi$*  – это часть периметра живого сечения потока, где жидкость граничит с твердыми стенками.

*Средняя скорость потока* – это отношение объемного расхода потока к площади его живого сечения

*Удельный вес жидкости* – это вес единицы объема жидкости.

*Установившееся движение жидкости* – это движение, при котором скорость и давление в каждой точке пространства не изменяются с течением времени.

*Центр давления* – точка приложения силы давления.

*Число Рейнольдса* – это отношение сил инерции к силам вязкости. *Критическое число Рейнольдса* является основным критерием для определения режима движения жидкости (*ламинарный, турбулентный*).

*Эпюра* есть графическое изображение величины и направления какой-либо физической величины (эпюра скорости, эпюра гидростатического давления и т.д.).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Альтшуль, А.Д. Гидравлика и аэродинамика [Текст]. Учебник для вузов /А.Д. Альтшуль, Л.С. Животовский, Л.П. Иванов.- М.:Стройиздат,1987. - 414с.: ил. - Библиогр.: с.407. - 19000 экз.

2. Альтшуль, А.Д. Примеры расчетов по гидравлике [Текст]: учеб. пособие для вузов /А.Д. Альтшуль и др. / под ред. А.Д. Альтшуля. - М.:Стройиздат, 1977. - 255с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.247. - 25000 экз.

3. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы [Текст]. Учебник для машиностроительных вузов /Т.М. Башта и др. - Изд. 2-е, перер. - М.:Машиностроение, 1982. - 423с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.418. - 100000 экз.

4. Гиргидов, А.Д. Инженерно-строительные задачи механики жидкости [Текст]: учеб. пособие /А.Д. Гиргидов, Ленинградский политехнический институт. - Л.:ЛПИ им.М.И.Калинина, 1986. - 80с.: ил. - Библиогр.: с.77. - 1000 экз.

5. Гиргидов, А.Д. Техническая механика жидкости и газа (одномерные задачи) [Текст]: учеб. пособие. /А.Д. Гиргидов, Ленинградский политехнический институт. - Л.:ЛПИ им.М.И.Калинина, 1985. -80с.: ил. - Библиогр.: с.77. - 1000 экз

6. Калицун, В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация [Текст]. Учебник для вузов /В.И. Калицун и др. - Изд. 3-е, перер. и доп. - М.:Стройиздат, 1980. - 359с.: ил. - На обл. авт. не указаны. - Библиогр.: с.350. - 60000 экз.

7. Косарев, С.Г. Общий курс гидравлики [Текст]: метод. указ. Ч.1. /С.Г. Косарев, Читинский государственный технический университет. - Чита:ЧитГТУ,1999. - 32с. .: ил. - На обл. авт. не указан. - Библиогр.: с.32. - 100 экз.

8. Косарев, С.Г. Общий курс гидравлики [Текст]: метод. указ. Ч.2. /С.Г. Косарев, Читинский государственный технический университет. - Чита:ЧитГТУ,1999. - 32с. .: ил. - На обл. авт. не указан. - Библиогр.: с.31. - 100 экз.

9. Палишкин, Н.А. Гидравлика и сельскохозяйственное водоснабжение [Текст]. Учебник для вузов /Н.А. Палишкин. - М.:Агропромиздат,1990. - 351с.: ил. - Библиогр.: с.346. - 12000 экз.

10. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) [Текст]. Учебник для вузов /Р.Р. Чугаев, Ленинградский политехнический институт. - Изд. 2-е, перер. и доп. - Л.:Энергия, 1971. - 552с.: ил. - Библиогр.: с.521. - 20000 экз.

**Сергей Геннадьевич Косарев**

**ГИДРАВЛИКА**

**Учебное пособие**

Лицензия ЛР № 020525 от 02.06.97 г.

Редактор Т.П.Кандаурова

Технический редактор С.Г.Косарев

Сдано в производство

Форм. бум. 60x84 1/16

Печать офсетная

Уч.-изд. л.

Тираж 150 экз.

Бум.тип. №2

Гарнитура литературная

Усл.-печ. л.

Заказ №

---

Читинский государственный университет  
672039, Чита, ул. Александрo-Заводская, 30

---

РИК ЧитГУ