

Тема: Динамика

Рассмотрим последовательность решения экзаменационных задач. Предварительно требуется ознакомиться (по лекциям) и уяснить основные законы, теоремы, принципы и приемы динамики. Главное: все эти законы и т.д. надо уметь применить к поставленным задачам. В основе динамики лежит закон Ньютона ( $m\bar{a} = \bar{F}$ ). Вот с этого закона и начнем.

Пример 1

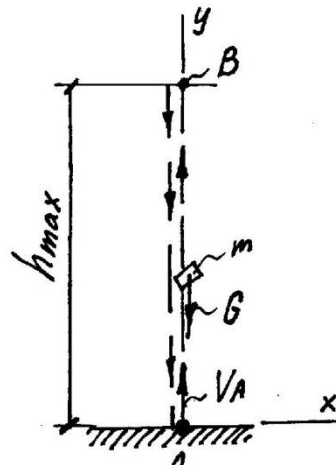
Материальную точку массой  $m$  подбросили вертикально вверх с начальной скоростью  $V_A$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:  $V_A = 10 \text{ м/с}$

Найти: максимальную высоту подъема -  $h_{\max}$

Решение

1. Составим расчетную схему. Выберем систему координат, см. рис., покажем все действующие силы.



Согласно основному закону динамики составим дифференциальное уравнение движения

$$m\bar{a} = \bar{F}.$$

В данном случае  $m\ddot{y} = -G = -mg$ , где  $\ddot{y}$  – ускорение (замедление) тела массой  $m$  по вертикали, или  $\ddot{y} = -g$ .

2. Дважды интегрируем, получаем

$$\begin{aligned}\dot{y} &= -gt + C_1 \\ y &= -\frac{gt^2}{2} + C_1t + C_2\end{aligned}$$

3. Определяем постоянны интегрирования из начальных условий, а именно: при  $t=0$   $y=0$  и  $\dot{y} = V_A$ . Подставляя эти значения в выше полученные формулы, получаем  $C_1 = V_A$  и  $C_2 = 0$ .

4. Окончательное решение принимает вид

$$\dot{y} = -gt + V_A \quad (1)$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + V_A t \quad (2)$$

Примечание: полученные конечные уравнения нумеровать.

5. Самое главное в этой задаче: как определить  $h_{\max}$  из этих уравнений?

В верхней точки  $B$  скорость тела равна 0, т.е.  $\dot{y}_B = 0$ . Подставляя это значение в уравнение (1), определяем время подъема, т.е.  $t = t_{AB}$

$$0 = -9,8t_{AB} + 10, \text{ откуда } t_{AB} = 1 \text{ с.}$$

Найденное  $t$  подставляем в уравнение (2) и определяем  $y = h_{\max}$

$$h_{\max} = -\frac{9,8 \cdot 1^2}{2} + 10 \cdot 1 \cong 5.$$

Ответ:  $h_{\max} = 5 \text{ м.}$

Примечание: в последнем пункте пояснять последовательность математических действий.

### ***Второй вариант решения этой задачи***

Применим теорему об изменении кинетической энергии точки. Согласно которой  $T_1 - T_0 = A$ , или

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = -mgh_{\max}$$

Сокращая на  $m$  и учитывая, что  $V_B = 0$ , получаем

$$-\frac{10^2}{2} = -9,8h_{\max}$$

Отсюда:  $h_{\max} = 5 \text{ м}$

### **Пример 2**

Рисунок тот же.

Дано:  $h_{\max} = 10 \text{ м};$

Найти: начальную скорость -  $V_A$ .

### Решение

Пункты 1-4 по выполнению решения, как и в примере 1. Получили уравнения (1) и (2).

5. Самое главное в этой задаче: как определить  $V_A$  из этих уравнений?

В верхней точки  $B$  имеем  $\dot{y} = 0$ ,  $y = h_{\max}$ . Подставляя эти значения в уравнения 1 и 2, получаем

$$\begin{aligned} 0 &= -9,8t + V_A \\ 10 &= -\frac{9,8t^2}{2} + V_A t \end{aligned}$$

Решая систему уравнения, находим  $V_A = 13,8 \text{ м/с}$

### Пример 3

Рисунок тот же.

Дано: время полета тела  $t = t_{ABA} = 4 \text{ с}$ ;

Найти: начальную скорость -  $V_A$ .

### Решение

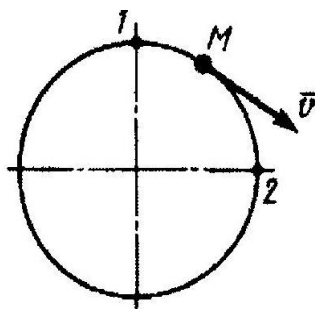
Пункты 1-4 по выполнению решения, как и в примере 1. Получили уравнения (1) и (2).

5. Самое главное в этой задаче: как определить  $V_A$  из этих уравнений?

В момент падения  $y=0$ ,  $t=t_{ABA}=4 \text{ с}$ . Подставляя эти значения в уравнение (2),

получаем  $0 = -\frac{9,8 \cdot 4^2}{2} + V_A 4$ , отсюда  $V_A = 20 \text{ м/с}$ .

### Пример 4



Материальная точка  $M$  массой  $m = 1 \text{ кг}$  равномерно движется по окружности со скоростью  $v = 4 \text{ м/с}$ . Определить модуль импульса равнодействующей всех сил, действующих на эту точку за время ее движения из положения 1 в положение 2.

### Решение

Применим теорему об изменении количества движения, согласно которой

$$m\bar{V}_1 - m\bar{V}_0 = \bar{S}$$

или в проекциях

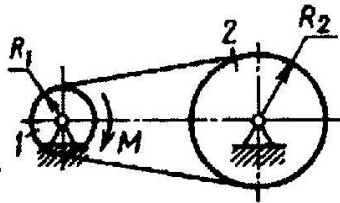
$$\begin{aligned} mV_{1x} - mV_{0x} &= S_x \\ mV_{1y} - mV_{0y} &= S_y, \end{aligned}$$

где  $V_0$  и  $V_1$  - начальная и конечная скорости. Подставляя числовые значения, находим

$$\begin{aligned} 1 \cdot 0 - 1 \cdot 4 &= -4 \\ -1 \cdot 4 - 1 \cdot 0 &= -4 \end{aligned}$$

С учетом числовых значений, получаем  $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = 5,66$

### Пример 5



Ременная передача начинает движение из состояния покоя под действием постоянного момента пары сил  $M = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Моменты инерции шкивов относительно их осей вращения  $I_2 = 2I_1 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Определить угловую скорость шкива 1 после трех оборотов, если радиусы шкивов  $R_2 = 2R_1$ .

### Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии системы, согласно которой  $T_1 - T_0 = A$ . Так как система приходит в движение из состояния покоя, то  $T_0 = 0$ . Следовательно  $T_1 = T = A$ , где  $T$  - кинетическая энергия системы, состоящей из двух шкивов. Определяем  $T$ .

$$T = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = \frac{0,5 \cdot \omega_1^2}{2} + \frac{1 \cdot \frac{\omega_1^2}{4}}{2} = 0,375 \omega_1^2.$$

Определяем работу  $A$  момента за три оборота шкива 1

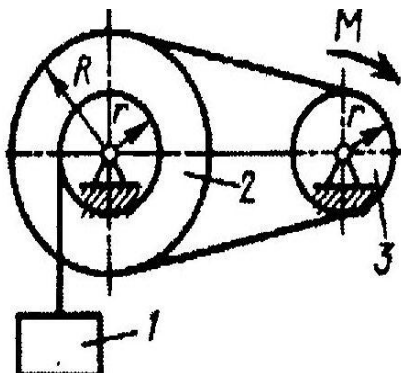
$$A = M \cdot \varphi_1 = 2,5 \cdot 3 \cdot 2\pi = 47,1$$

Учитывая  $T=A$ , получаем

$$0,375 \omega_1^2 = 47,1$$

Отсюда  $\omega_1 = 11,2 \text{ рад/с}$

### Пример 6



Определить модуль момента  $M$  пары сил, который необходимо приложить к шкиву 3 для равномерного подъема груза 1 весом 900 Н. Радиусы шкивов  $R = 2r = 40 \text{ см}$ .

### **Решение**

Применим принцип возможных перемещений, согласно которому  $\delta A = 0$ .  
Для данного случая

$$G \cdot \delta s_1 - M \delta \varphi_3 = 0.$$

Выразим одно перемещение через другое

$$\delta s_1 = \delta \varphi_2 r = \delta \varphi_3 \frac{r}{R} r.$$

Отсюда

$$G \cdot \varphi_3 \frac{r}{R} r - M \delta \varphi_3 = 0$$

Сокращая на  $\delta \varphi_3$ , получаем

$$G \cdot \frac{r}{R} r - M = 0.$$

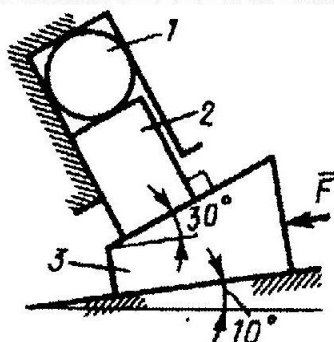
С учетом числовых значений находим  $M$ :  $900 \cdot \frac{0,2}{0,4} 0,2 = M = 90 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

**Подобные задачи включены в экзаменационные задания.**

Еще раз:

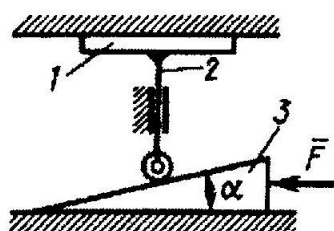
**Внимание!** Особенности исполнения дистанционных заданий, отправляемых в личный кабинет для проверки: контрольная работа, решения практических и экзаменационных задач у каждого студента должны быть идентичны, т.е. **ВСЕ** выставляемые работы выполнены или в компьютерном или в рукописном (одним подчеркиком) варианте. Копии интернет-решений не рассматриваются и не учитываются. В противном случае считаю, что задание выполнено не самостоятельно.

Ниже приводятся 10 задач, одну из которых вам надо решить самостоятельно и выставить в личный кабинет. Номер задачи выбирать по последней цифре шифра (№ зачетки).



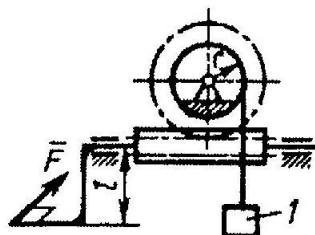
0

На тело 3 действует сила  $F = 460$  Н параллельно его плоскости опоры. Определить модуль силы давления тела 2 на сжимаемое тело 1 при равновесии системы. (920)



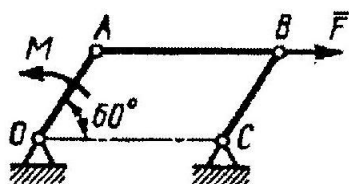
1

На клин 3 действует сила  $F = 100$  Н. Определить с какой силой толкатель 2 прижимает деталь 1 к опорной плоскости в положении равновесия, если угол  $\alpha = 11^\circ$ . (514)



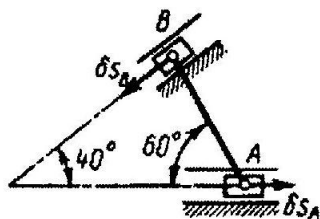
2

Передаточное отношение червячной передачи лебедки равно 50. Определить модуль силы  $\bar{F}$ , которую необходимо приложить к рукоятке длиной  $l = 0,2$  м для равномерного подъема груза 1 весом  $4 \cdot 10^3$  Н. Радиус барабана  $r = 0,12$  м. (48)



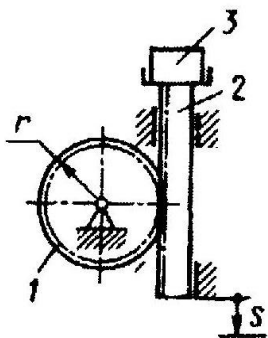
3

К шатуну AB шарнирного параллелограмма OABC приложена горизонтальная сила  $F = 50$  Н. Определить модуль момента  $M$  пары сил, которую необходимо приложить к кривошипу OA длиной 10 см, для того чтобы уравновесить механизм. (4,33)



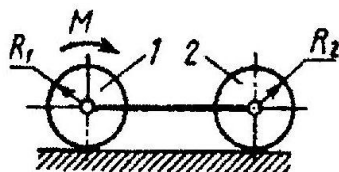
4

Определить отношение между возможными перемещениями  $\delta s_A$  и  $\delta s_B$  точек A и B шатуна AB механизма эллипсографа. (0,347)



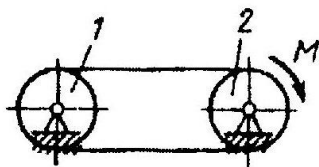
5

Момент инерции зубчатого колеса 1 относительно оси вращения равен  $0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Общая масса рейки 2 и груза 3 равна  $100 \text{ кг}$ . Определить скорость рейки при ее перемещении на расстояние  $s = 0,2 \text{ м}$ , если вначале система находилась в покое. Радиус колеса  $r = 0,1 \text{ м}$ . (1,89)



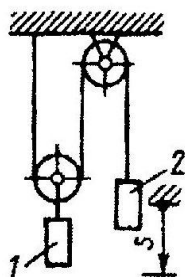
6

Однородные цилиндрические катки 1 и 2 массой  $20 \text{ кг}$  каждый приводятся в движение из состояния покоя постоянным моментом пары сил  $M = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Определить скорость осей катков при их перемещении на расстояние  $3 \text{ м}$ , если радиусы  $R_1 = R_2 = 0,2 \text{ м}$ . (1)



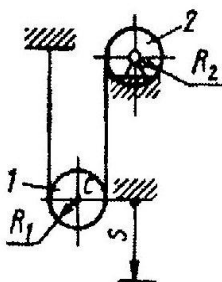
7

Движение шкива 2 ременной передачи начинается из состояния покоя под действием постоянного момента  $M = 0,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . После трех оборотов одинаковые по массе и размерам шкивы 1 и 2 имеют угловую скорость  $2 \text{ рад/с}$ . Определить момент инерции одного шкива относительно его оси вращения. (2,36)



8

Определить скорость груза 2 в момент времени, когда он опустился вниз на расстояние  $s = 4 \text{ м}$ , если массы грузов  $m_1 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 4 \text{ кг}$ . Система тел вначале находилась в покое. (7,23)



9

Одинаковые блоки 1 и 2 массой  $m_1 = m_2$  и радиусами  $R_1 = R_2$ , представляющие собой однородные диски, начинают движение из состояния покоя под действием силы тяжести. Определить скорость центра С блока 1 после того, как он опустился вниз на расстояние  $s = 1 \text{ м}$ . (2,37)