ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

«Теоретическая механика»

Специальность 08.05.01. Строительство уникальных сооружений.

Специализация "Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений"

1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования (промежуточная аттестация)

Компетенции	Показатели	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное средство (промежуточная аттестация)
		пороговый (удовлетворительно) 55-69 баллов	стандартный (хорошо) 78-84 балла	эталонный (отлично) 85-100 баллов	
1	2	3	4	5	6
ОПК-1,ОПК-6	**Знать**	- основные статические и динамические закономерности в природе; - важнейшие положения классической механики, проверенные на опыте и путем математических расчетов; - подходы к применению основных теорем, представляющих собой правила для различных расчетов, необходимые при изучении тех или иных конструкций и механических движений.	- основные теоретические методы исследований, методы абстракции и обобщения; - основные положения, проверяемые на опыте и путем формально-логических рассуждений; - теоремы, представляющие собой правила для различных расчетов, необходимые при изучении тех или иных механических конструкций и движений.	- теоретические методы исследований конструкций и механических движений, методы абстракции и обобщения; - основные положения и закономерности, проверяемые на опыте и путем формально-логических рассуждений; - теоремы и закономерности, представляющие собой правила для различных расчетов, необходимых при изучении тех или иных конструкций и механических движений.	

1	2	3	4	5	6
ОПК-1,ОПК-6	**Уметь**	- применять правила расчета механических систем и конструкций, находящихся в равновесном состоянии. Составлять уравнения равновесия для определения реакций связей. Знать методы нахождения центра тяжести тел; - сопоставлять чисто геометрические формы механических движений без выяснения условий и причин, вызывающих эти движения; -на основании положений и теорем динамики выводить общие законы движения материальных объектов.	- выделять главные и второстепенные задачи при расчетах механических систем, проводить силовые расчеты статически определимых плоских и пространственных стержневых конструкций; - составлять расчетные схемы механических систем, проводить анализ и определять их кинематические параметры; - применять математический аппарат при решении задач динамики.	- формировать и обосновывать расчетные схемы статически неподвижных конструкций, проводить их силовой расчет; - определять кинематические параметры элементов сложных механических систем; - использовать основные положения, законы динамики и математический аппарат при решении задач применительно к подвижным механическим системам.	
ОПК-1,ОПК-6	**Владеть**	- навыками работать самостоятельно с учебной и справочной литературой; - основными подходами при решении задач статики при силовых расчетах конструкций с целью использования полученных знаний при изучении последующих дисциплин “Сопротивление материалов” , “Основы строительных конструкций”, "Механизация строительства"; - знаниями, позволяющими математически оценить систему взаимосвязанных тел под действием внешних сил.	- способностью применять полученные знания для решения последующих задач, связанных с прочностью и устойчивостью инженерных конструкций; - принципами при решении задач статики и динамики при силовых расчетах механических систем и конструкций; - способностью математического моделирования тех или иных механических процессов.	- принципами самостоятельно обосновывать расчетные схемы и проведенные расчеты с доказательством их объективности; - способностью применять математический аппарат и законы механики при анализе и моделировании упрощенных инженерных конструкций и сооружений; - навыками использования физических законов механики, при динамическом исследовании искусственно созданных систем и конструкций.	

2.2.Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

Контролируемые разделы дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
1	Основные понятия и определения. Аксиомы статики. Виды связей и их реакции.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов
2	Система сходящихся сил. Сложение сил. Условие равновесия системы сходящихся сил в геометрической и аналитической форме.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач
3	Пара сил. Векторный и аналитический момент силы относительно точки и оси. Условие эквивалентности и равновесия пар сил	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Реферат
4	Система сил, произвольно расположенная на плоскости и в пространстве	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
5	Центр параллельных сил. Центр тяжести, Центр тяжести простейших и составных фигур и тел. Трение	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование
6	Кинематические способы задания движения точки. Скорость и ускорения точки. Годограф скорости. Графики.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР

1	2	3	4
7	Простейшие движения тела. Поступательное движение твердого тела. Вращательное движение. Скорость точки при вращательном движении тела. Передаточные механизмы.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование
8	Плоское движение тела. Уравнение движения плоской фигуры. Теорема о скоростях и ускорениях. Планы скоростей и ускорений.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
9	Сферическое движение и общий случай движения тела.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач.
10	Сложное движение материальной точки. Относительное, переносное и абсолютное движения точки ее скорости и ускорения. Ускорение Кориолиса.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
11.	Динамика свободной материальной точки	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
12	Колебательные движения. Свободные, затухающие, вынужденные колебания. Уравнения колебательных движений. Основные параметры. Резонанс.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Реферат.
13	Динамика несвободной материальной точки	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач.

1	2	3	4
14	Динамика относительного движения материальной точки	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
15	Система материальных точек. Твердое тело. Моменты инерции твердого тела	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование.
16	Центр масс механической системы. Теорема о движении центра масс. Теорема об изменении количества движения материальной точки и механической системы. Кинетический момент и теорема об изменении кинетического момента.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование.
17	Динамика поступательного и вращательного движения твердого тела	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач.
18	Работа. Кинетическая и потенциальная энергия. Теорема об изменении кинетической энергии точки и системы. Закон сохранения энергии.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
19	Принцип возможных перемещений	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование.
20	Обобщенные силы и примеры их вычисления. Общее уравнение динамики.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование. Выполнение РГР
21	Дифференциальные уравнения движения механической системы в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода.	ОПК-1, ОПК-6	Опрос на понимание терминов. Решение задач. Тестирование

Критерии и шкала оценивания разноуровневых задач

Оценка	*Критерий оценки*
«зачтено»	Задача решена верно, приведены правильные аргументирующие выводы.
«не зачтено»	Задача не решена или решена со значительными замечаниями.

Критерии и шкала оценивания тестирования

Оценка	*Критерий оценки*
«зачтено»	Выполнение более 60% тестовых заданий
«не зачтено»	Выполнение менее 60% тестовых заданий

Критерии и шкала оценивания заданий для самостоятельной работы

Оценка	*Критерий оценки*
«зачтено»	*Обучающийся правильно выполнил расчетно-графическую работу, создав алгоритм решения и получив верный результат расчета.*
«не зачтено»	*Студент при выполнении расчетно-графической работы допустил ошибки как в алгоритме, так и в технике расчета.*

2.3. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала: «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно».

Шкала оценивания	*Критерии*	*Уровень освоения компетенций*
Отлично	наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы	Эталонный
Хорошо	наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала	Стандартный
Удовлетворительно	наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополни- тельных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике	Пороговый
Неудовлетворительно	наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.	Компетенции не сформированы

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1. Оценочные средства текущего контроля

Оценочные средства текущего контроля включают в себя: выполнение четырех расчетно-графических работ; написание реферата; решение задач. Задание на выполнение РГР и тестовые задачи прилагаются. Литература, используемая для выдачи задания, представлена ниже.

1. Яблонский А.А., В.М.Никифорова Курс теоретической механики. Учеб. пособие для вузов: 13-е изд., исправ. – Москва: Интеграл-Пресс, 2009 (2006, 1984). – 603с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского.–16-е изд. Стер.–М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 384 с.
3. Сборник коротких задач по теоретической механике: учебное пособие/О.Э. Кепе [и др.]; под ред. О.Э. Кепе.– СПб. : Лань, 2009. – 368 с.
4. Теоретическая механика: учебник / Н.Г. Васько [и др.] – Изд. 2-е, испр. и доп. – Ростов на Дону: Феникс, 2015. – 302 с.
5. Мещерский, Иван Всеволодович. Сборник задач по теоретической механике. / И.В. Мещерский. – 38-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2001. – 448 с.

3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о контроле и промежуточной аттестации в ЗабГУ. Вопросы и задачи для оценки качества освоения дисциплины представлены в приложении.

4.Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

- материалы для проведения текущего контроля успеваемости (варианты домашних и расчетно-графических работ);

- перечень компетенций и их элементов, проверяемых на каждом мероприятии текущего контроля успеваемости;

- систему и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости;

4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации

Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного экзамена. При положительной оценке выполнения самостоятельной работы, студент допускается к сдаче экзамена.

При определении уровня достижений на экзамене учитывается:
- знание программного материла дисциплины;
- знания, необходимые для решения типовых заданий, умение выполнять предусмотренные программой типовые задания;
- владение методологией дисциплины, умение применять теоретические знания в нестандартных ситуациях при решении творческих заданий, обосновывать свои действия.

При оценивании знаний учитывается активность и качество знаний студента во время аудиторных занятий; качество выполнения заданий для самостоятельной работы; качество подготовки и защиты лабораторных и практических работ; качество знания и умение применять горную терминологию; посещаемость лекций и практических занятий. Экзаменационные билеты включают два теоретических вопроса из рассматриваемых разделов программы курса и задачу. Каждый полностью раскрытый вопрос оценивается в 20% , решенная задача - максимально в 60%. При оценивании знаний учитывается активность и качество знаний студента во время аудиторных занятий; качество выполнения самостоятельной работы; посещаемость аудиторных занятий.

Для оценивания выполнения самостоятельной работы используются следующие критерии оценивания

Оценка	**Характеристики действий обучающегося**
Отлично	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия
Хорошо	Обучающийся самостоятельно и основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия

Удолетворительно	Обучающийся самостоятельно решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия
Неудовлетворительно	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу

4.3. Процедура оценивания при проведении текущего контроля

Действие	**Сроки**	**Методика**	**Ответственный**
Третий семестр			
Выдача задания для устного проса, выдача тем выполнения реферата и РГР	1 неделя семестра	На практическом занятий по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по заданию	1-14 недели семестра	На занятиях	Ведущий преподаватель, обучающийся
Контроль хода выполнения задания	1-14 недели семестра	На практических занятиях, выставление процента выполнения	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	1-15недели семестра	Дома, в аудитории и др.	Обучающийся, группа обучающихся
Сдача и защита задания	2-15 недели	Опрос, тестирование,	Обучающийся лично
Формирование оценки	на защите	(в соответствии со шкалой и критериями оценки)	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки	на защите	На групповых консультациях и др.	Ведущий преподаватель

Перечень приложений:

Номер приложения	Наиенование документов приложения
1	Варианты заданий для устного опроса
2	Варианты задач для аудиторной и самостоятельной работы
3	Варианты заданий для выполнения самостоятельной работы
4	Вопросы к зачету и экзамену

Типовые вопросы к опросу

1. Перечислить подробно основные способы задания движения точки (тела) в графическом и аналитическом вариантах

Ответ: Существуют три способа задания движения точки.

Векторный способ.

Положение точки определяется радиус-вектором (рис.1.1), проведённым в данную точку из неподвижного начала отсчёта.

$$\overline{r} = \overline{r}\left(t\right) \equiv \overline{OM}\left(t\right).$$

С течением времени радиус-вектор будет изменяться, поэтому он является некоторой заданной векторной функцией времени $\overline{r} = \overline{r}\left(t\right)$. Это уравнение называется уравнением движения точки в векторной форме. Непрерывная кривая, с точками которой в каждый момент времени совпадает движущаяся точка, называет траекторией. По отношению к различным системам отсчёта точка будет описывать разные кривые. Следовательно, траектория относительное понятие. Геометрическое место концов переменного вектора называется годографом. Таким образом, траектория точки есть годограф радиус-вектора этой точки.

Координатный способ.

Положение движущейся точки относительно выбранной системы отсчёта определяется её координатами в каждый момент времени (рис. 1.1):

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t).$$

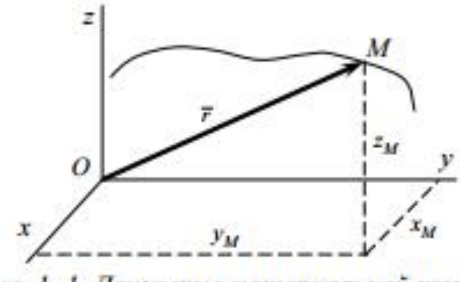


Рис. 1. 1. Движение материальной точки

Функции $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ должны быть однозначными, непрерывными и, по крайней мере, дважды дифференцируемыми. Уравнения движения точки в координатной форме можно рассматривать и как уравнения траектории в параметрическом виде. Если исключить из этих уравнений параметр t, то получим уравнение траектории, как пересечение двух поверхностей

$$F_1(x, y) = 0, \ F_2(y, z) = 0.$$

Естественный способ.

Если известен вид траектории, то движение точки удобно задать естественным способом (рис. 1.2). Для этого на траектории назначают начало отсчёта (точка O), направление отсчёта и записывают зависимость дуговой координаты s от времени t

$$\overset{\smile}{OM} = s(t).$$

Функция $s = s(t)$ по самой природе механического движения должна быть непрерывной и однозначной.

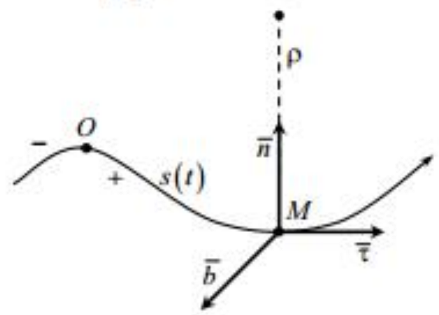


Рис. 1. 2. Естественный координатный базис

С траекторией точки можно связать естественный координатный базис: единичные векторы касательной — $\bar{\tau} = \dfrac{d\,\bar{r}}{d\,s}$, главной нормали — $\bar{n} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{d\,\bar{\tau}}{d\,s}$ и бинормали к траектории $\bar{b} = \bar{\tau} \times \bar{n}$. Здесь ρ — радиус кривизны траектории.

Эти три вектора образуют естественный репер, вдоль них идут естественные оси. Координатные плоскости образуют сопровождающий трёхгранник и носят названия: плоскость $(\bar{\tau}, \bar{n})$ — соприкасающаяся, плоскость $(\bar{n}, \bar{b})$ — нормальная, плоскость $(\bar{b}, \bar{\tau})$ — спрямляющая.

2. Классификация движений точки по касательному и нормальному ускорениям

Ответ: Существует следующая градация движений точки по перечисленным ускорениям, а именно

- если $a_\tau \neq 0, a_n = 0$, то точка движется прямолинейно;
- если $a_\tau = 0, a_n \neq 0$, то точка движется равномерно по криволинейной траектории;
- если $a_\tau > 0, v > 0$ или $a_\tau < 0, v < 0$, то точка движется ускоренно в сторону возрастания или убывания дуговой координаты соответственно;
- если $a_\tau < 0, v > 0$ или $a_\tau > 0, v < 0$, то точка движется замедленно;
- если $\rho = const$, то точка движется по окружности.

3. Принцип освобождаемости от связей

Ответ: Тела, равновесие которых изучается, в большинстве случаев контактируют с другими окружающими телами, ограничивающими свободу данного тела. Тела, ограничивающие свободу данного тела, являются по отношению к нему связями. Воздействия связей на тело называются реакциями связей. Мысленно отбросив все связи и заменив их воздействие реакциями, получим свободное тело, на которое действуют как приложенные (активные) так и реактивные силы (реакции связей). Этот прием имеет название принципа освобождаемости от связей.

4. Перечислите основные свойства пар сил

Ответ: Свойства пар сил определяются рядом теорем, которые приводятся без доказательств:

- Две пары эквивалентны, если их векторные моменты равны по величине и одинаково направлены.
- Действие пары на тело не изменится, если ее перенести в плоскости действия на любое место.
- Действие пары на тело не изменится, если ее перенести из плоскости действия в параллельную ей плоскость.
- Действие пары на тело не изменится, если увеличить (уменьшить) величину силы пары, одновременно уменьшая (увеличивая) во столько же раз плечо пары.

5 . Классификация задач динамики (две задачи динамики).

Ответ: В динамике решают две основные задачи:

Первая основная задача динамики

По известным кинематическим уравнениям и массе точки требуется определить силу, вызывающую заданное движение. Задача решается двойным дифференцированием радиус-вектора материальной точки по времени, с последующим умножением результата на массу.

Вторая основная задача динамики.

По заданным силам и массе точки требуется определить закон движения. Вторая основная задача связана с интегрированием. В соответствии с этим можно говорить и об относительной сложности этих задач. Обычно вторая основная задача значительно сложнее первой.

Варианты задач для аудиторной и самостоятельной работы

Статика

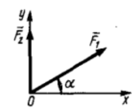
1 ГЛАВА

СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

1.1. Сложение и разложение сходящихся сил в плоскости

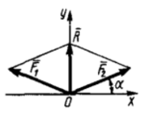
1.1.1

Определить модуль равнодействующей двух равных по модулю сходящихся сил $F_1 = F_2 = 5$ Н, образующих между собой угол $\alpha = 45°$. (9,24)



1.1.2.

Определить угол в градусах между равнодействующей двух сил $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 8$ Н и осью Ox, если угол $\alpha = 30°$. (56,3)



1.1.3

Равнодействующая $\bar{R}$ двух равных по модулю сходящихся сил $F_1 = F_2 = 15$ Н направлена по оси Oy и равна по модулю 10 Н. Определить в градусах угол α, образованный вектором силы F_1 с положительным направлением оси Ox. (19,5)

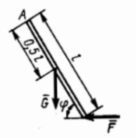
1.1.4

Определить модуль равнодействующей сходящихся сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 15$ Н и $F_3 = 20$ Н, если известны углы, образованные векторами этих сил с осью Ox: $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 45°$ и $\alpha_3 = 60°$. (44,1)

2.2. Главный вектор и главный момент плоской системы сил. Приведение к простейшему виду

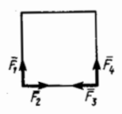
2.2.1

Определить главный вектор плоской системы сил, если заданы его проекции на координатные оси $R_x = 300$ Н, $R_y = 400$ Н. (500)



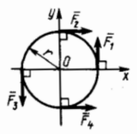
2.2.2

Определить главный момент системы двух сил относительно точки A, если силы $G = 1$ Н, $F = 5$ Н, расстояние $l = 0,2$ м, угол $\varphi = 60°$. (–0,916)



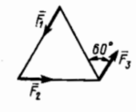
2.2.3

К вершинам квадрата приложены четыре силы $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 1$ Н. Определить модуль равнодействующей этой системы сил. (2,0)



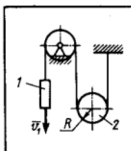
2.2.4

За центр приведения данной системы сил выбрана точка, расположенная на оси Oy, в которой главный момент равен нулю. Определить ординату этой точки, если силы $F_1 = F_2 = F_3 = 1$ Н, $F_4 = 2$ Н, радиус $r = 1$ м: (–1,0)



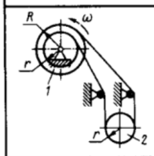
2.2.5

К вершинам равностороннего треугольника приложены силы $F_1 = F_2 = F_3 = 1$ Н. Определить модуль равнодействующей этой системы сил. (1,0)



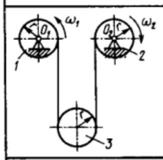
9.2.6

Скорость груза 1 $v = 0,5$ м/с. Определить угловую скорость подвижного блока 2, если его радиус $R = 0,1$ м. (2,5)



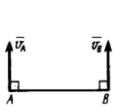
9.2.7

Барабан лебедки 1 вращается с угловой скоростью $\omega = 6$ рад/с. Определить угловую скорость поднимаемой трубы 2, если отношение радиусов $r/R = 2/3$. (1,5)



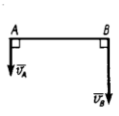
9.2.8

Блоки 1 и 2 вращаются вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 с угловыми скоростями $\omega_1 = 4$ рад/с и $\omega_2 = 8$ рад/с. Определить угловую скорость подвижного блока 3. Радиусы блоков одинаковы и равны $r = 10$ см. (2)



9.2.9

Стержень AB длиной 60 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $v_A = v_B = 0,5$ м/с. Определить модуль мгновенной угловой скорости стержня. (0)



9.2.10

Стержень AB длиной 80 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $v_A = 0,2$ м/с, $v_B = 0,6$ м/с. Определить угловую скорость стержня. (0,5)

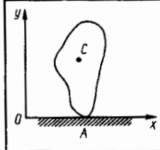
9.2. Угловая скорость плоской фигуры

9.2.1

Зависит ли угловая скорость твердого тела при плоскопараллельном движении от выбора полюса? (Нет)

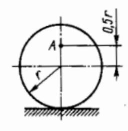
9.2.2

Твердое тело совершает плоскопараллельное движение согласно уравнениям $x_A = 2t^2$, $y_A = 0,2$ м, $\varphi = 10t^2$. Определить угловую скорость тела в момент времени $t_1 = 1$ с. (20)



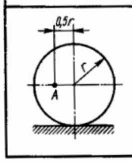
9.2.3

В данный момент времени тело совершает мгновенное вращение относительно точки касания его с плоскостью. Определить угловую скорость тела, если скорость точки C равна 10 м/с, а расстояние $AC = 20$ см. (50)



9.2.4

Определить угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $v_A = 10$ м/с, а радиус колеса $r = 0,2$ м. (33,3)



9.2.5

Определить угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $v_A = 2$ м/с, а радиус колеса $r = 1$ м. (1,79)

9.2. Угловая скорость плоской фигуры

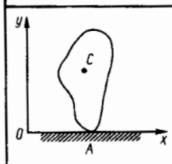
9.2.1

Зависит ли угловая скорость твердого тела при плоскопараллельном движении от выбора полюса? (Нет)

9.2.2

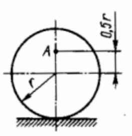
Твердое тело совершает плоскопараллельное движение согласно уравнениям $x_A = 2t^2$, $y_A = 0{,}2$ м, $\varphi = 10t^2$. Определить угловую скорость тела в момент времени $t_1 = 1$ с. (20)

9.2.3



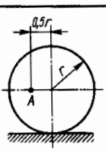
В данный момент времени тело совершает мгновенное вращение относительно точки касания его с плоскостью. Определить угловую скорость тела, если скорость точки C равна 10 м/с, а расстояние $AC = 20$ см. (50)

9.2.4



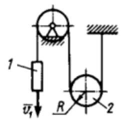
Определить угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $v_A = 10$ м/с, а радиус колеса $r = 0{,}2$ м. (33,3)

9.2.5



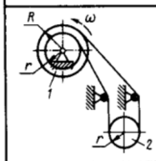
Определить угловую скорость колеса, если точка A имеет скорость $v_A = 2$ м/с, а радиус колеса $r = 1$ м. (1,79)

9.2.6



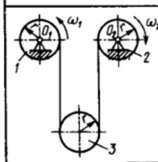
Скорость груза 1 $v = 0{,}5$ м/с. Определить угловую скорость подвижного блока 2, если его радиус $R = 0{,}1$ м. (2,5)

9.2.7



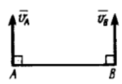
Барабан лебедки 1 вращается с угловой скоростью $\omega = 6$ рад/с. Определить угловую скорость поднимаемой трубы 2, если отношение радиусов $r/R = 2/3$. (1,5)

9.2.8



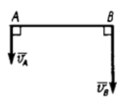
Блоки 1 и 2 вращаются вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 с угловыми скоростями $\omega_1 = 4$ рад/с и $\omega_2 = 8$ рад/с. Определить угловую скорость подвижного блока 3. Радиусы блоков одинаковы и равны $r = 10$ см. (2)

9.2.9



Стержень AB длиной 60 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $v_A = v_B = 0{,}5$ м/с. Определить модуль мгновенной угловой скорости стержня. (0)

9.2.10



Стержень AB длиной 80 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки A и B стержня имеют скорости $v_A = 0{,}2$ м/с, $v_B = 0{,}6$ м/с. Определить угловую скорость стержня. (0,5)

15.2. Кинетическая и потенциальная энергия материальной точки

15.2.1

Материальная точка массой $m = 1$ кг движется по окружности со скоростью $v = 1$ м/с. Определить кинетическую энергию этой точки. (0,5)

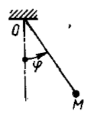
15.2.2

Прямолинейное движение материальной точки массой $m = 4$ кг задано уравнением $s = 4t + 2t^2$. Определить кинетическую энергию этой точки в момент времени $t = 2$ с. (288)

15.2.3

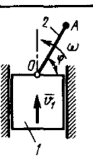
Груз массой $m = 5$ кг, подвешенный к вертикальной пружине, совершает свободные колебания по закону $y = 0{,}1\sin(14t + 1{,}5\pi)$. Определить наибольшее значение кинетической энергии груза. (4,9)

15.2.4



Материальная точка M массой $m = 0{,}5$ кг прикреплена к гибкой нити длиной $OM = 2$ м и совершает вместе с нитью колебания в вертикальной плоскости согласно уравнению $\varphi = (\pi/6)\sin 2\pi t$. Определить кинетическую энергию материальной точки в нижнем ее положении. (10,8)

15.2.5



Тело 1 движется вертикально вверх со скоростью $v_1 = 1$ м/с. К стержню 2 длиной $OA = 0{,}2$ м, который вращается вокруг горизонтальной оси O с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с, прикреплен точечный груз A массой 0,1 кг. Определить кинетическую энергию груза при $\varphi = 60°$. (0,35)

15.2. Кинетическая и потенциальная энергия материальной точки

15.2.1

Материальная точка массой $m = 1$ кг движется по окружности со скоростью $v = 1$ м/с. Определить кинетическую энергию этой точки. (0,5)

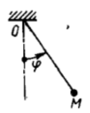
15.2.2

Прямолинейное движение материальной точки массой $m = 4$ кг задано уравнением $s = 4t + 2t^2$. Определить кинетическую энергию этой точки в момент времени $t = 2$ с. (288)

15.2.3

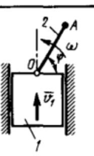
Груз массой $m = 5$ кг, подвешенный к вертикальной пружине, совершает свободные колебания по закону $y = 0{,}1\sin(14t + 1{,}5\pi)$. Определить наибольшее значение кинетической энергии груза. (4,9)

15.2.4



Материальная точка M массой $m = 0{,}5$ кг прикреплена к гибкой нити длиной $OM = 2$ м и совершает вместе с нитью колебания в вертикальной плоскости согласно уравнению $\varphi = (\pi/6)\sin 2\pi t$. Определить кинетическую энергию материальной точки в нижнем ее положении. (10,8)

15.2.5



Тело 1 движется вертикально вверх со скоростью $v_1 = 1$ м/с. К стержню 2 длиной $OA = 0{,}2$ м, который вращается вокруг горизонтальной оси O с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с, прикреплен точечный груз A массой 0,1 кг. Определить кинетическую энергию груза при $\varphi = 60°$. (0,35)

Варианты заданий для выполнения самостоятельной работы

Из прямоугольного треугольника BCD

$$\sin\beta = BD/BC = 2{,}0/\sqrt{2^2+3^2} = 2{,}0/3{,}61 = 0{,}555;$$
$$\cos\beta = CD/BC = 3{,}0/3{,}61 = 0{,}832.$$

Решая уравнения (5)—(7) относительно M_C, X_B, Y_B, получим:

$$M_C = 8{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м}; \qquad X_B = 5{,}82 \text{ кН}; \qquad Y_B = 4{,}37 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения реакций убедимся, что соблюдается не использованное ранее уравнение равновесия для сил, приложенных ко всей конструкции (см. рис. 21), например

$$\sum M_{iA} = P_1' \cdot 4 + P_1'' \cdot 3 - Q \cdot 2 - M - P_2 \sin\beta \cdot 4 + P_2 \cos\beta \cdot 2{,}5 - X_B \cdot 1 +$$
$$+ Y_B \cdot 5 = 2{,}5 \cdot 4 + 4{,}33 \cdot 3 - 8 \cdot 2 - 22 - 7 \cdot 0{,}555 \cdot 4 + 7 \cdot 0{,}832 \cdot 2{,}5 -$$
$$-5{,}82 \cdot 1 + 4{,}37 \cdot 5 = 59{,}40 - 59{,}36 \approx 0.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.

Таблица 7

	Силы, кН						Момент, кН · м
	X_A	Y_A	R_A	Y_C	X_B	Y_B	M_C
Для схемы на рис. 20	−7,97	3,36	8,65	–	–	–	–
Для схемы на рис. 23	−5,50	3,85	6,71	±0,48	5,82	4,37	±8,44

Задание С.4. Определение реакций опор составной конструкции (система трех тел)

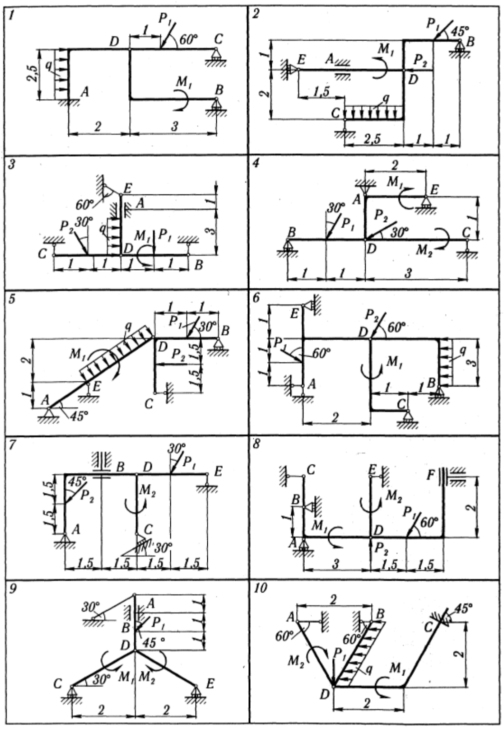
Найти реакции опор конструкции, состоящей из трех тел, соединенных либо в одной точке (варианты 1–20), либо в двух точках (варианты 21—30). Схемы конструкций представлены на рис. 25—27 (размеры — в м), нагрузка указана в табл. 8. В вариантах 1—15, 21—30 составные части соединены с помощью шарниров, а в вариантах 16—20 — с помощью гладкой втулки малой длины.

Пример выполнения задания. Дано: схема конструкции (рис. 28); нагрузка: $P_1 = 10$ кН, $P_2 = 204$ кН, $M = 40$ кН · м, $q = 2$ кН/м.

Определить реакции опор в точках A, B, C и E.

Решение. На рис. 29 изображены отдельно все три тела, образующие систему. К каждому из тел приложены задаваемые (активные) силы и реакции связей.

Так как направления составляющих реакций и реактивных моментов в соединении D заранее не известны, покажем их направленными



Проекции ускорения точки

$$w_x = \ddot{x} = \frac{8}{(t+1)^3}; \quad w_y = \ddot{y} = 0; \quad w_z = \ddot{z} = 0.$$

Модуль ускорения

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} = \frac{8}{(t+1)^3} \text{ см/с}^2.$$

Координаты точки, ее скорость, ускорение и их проекции на оси координат для заданного момента времени $t = 0$ приведены в табл. 24.

Таблица 24

Координаты, см			Скорость, см/с				Ускорение, см/с²						Радиус кривизны, см
x	y	z	v_x	v_y	v_z	v	w_x	w_y	w_z	w	w_τ	w_n	ρ
4	−4	2	−4	−4	2	6	8	0	0	8	5,33	5,96	6,04

Модуль касательного ускорения

$$w_\tau = \left| \frac{dv}{dt} \right|,$$

где $\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z}{v} = \dfrac{-4 \cdot 8}{6} = -5{,}33 \text{ см/с}^2.$

Знак «—» при dv/dt показывает, что движение точки замедленное.

Касательное ускорение $\vec{w}_\tau$ направлено в сторону, противоположную скорости.

Нормальное ускорение

$$w_n = \sqrt{w^2 - w_\tau^2} = \sqrt{8^2 - 5{,}33^2} = 5{,}96 \text{ см/с}^2.$$

Радиус кривизны

$$\rho = v^2/w_n = 6^2/5{,}96 = 6{,}04 \text{ см}.$$

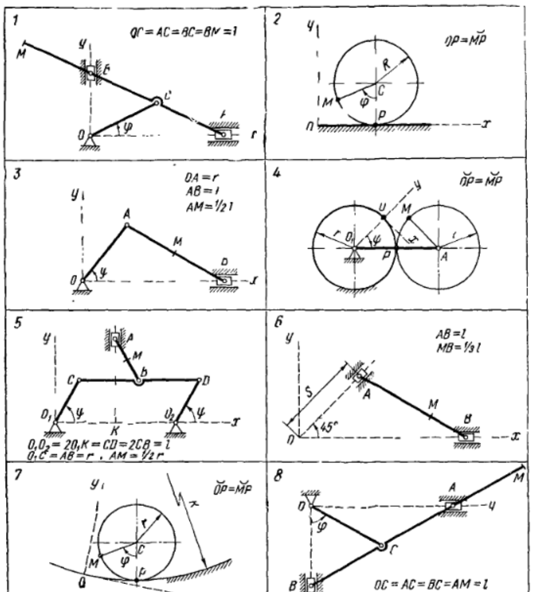
Полученные значения w_τ, w_n и ρ также приведены в табл. 24.

На рис. 73 показаны положение точки M в заданный момент времени, а также ее скорость и ускорение, построенные по составляющим $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$, $\vec{v}_z$ и $\vec{w}_x$, $\vec{w}_y$, $\vec{w}_z$.

Вектор $\vec{w}_\tau$ откладываем по касательной к траектории в сторону, противоположную направлению скорости. Вектор $\vec{w}_n$ определяется как разность $\vec{w}_n = \vec{w} - \vec{w}_\tau$.

Задание К-2. Составление уравнений движения точки и определение ее скорости и ускорения

Для точки M заданного механизма составить уравнения движения, вычертить участок ее траектории и для момента времени $t = t_1$ найти скорость точки, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории в соответствующей точке.



($\vec{r}_B$ — радиус-вектор точки B, проведенный из центра O),

$$x_B = a = \text{const}. \qquad (5)$$

Проецируя (4) на ось x, с учетом (5) имеем

$$-OA \cdot \sin\alpha + AB \cdot \sin\beta = a. \qquad (6)$$

Для определения угловой скорости $\omega_{AB} = \dot\beta$ звена AB и углового ускорения $\varepsilon_{AB} = \ddot\beta$ нет необходимости выражать β из (6). Проще непосредственно дважды продифференцировать (6).

Имея в виду, что $\dot\alpha = \omega_{OA}$, получаем в результате первого дифференцирования

$$-OA \cdot \cos\alpha \cdot \omega_{OA} + AB \cdot \cos\beta \cdot \omega_{AB} = 0. \qquad (7)$$

Отсюда

$$\omega_{AB} = \omega_{OA} \cdot OA \cos\alpha / (AB \cdot \cos\beta). \qquad (8)$$

Дифференцируя (7) и учитывая, что $\dot\omega_{OA} = \varepsilon_{OA}$, имеем

$$OA \cdot \sin\alpha \cdot \omega_{OA}^2 - OA \cdot \cos\alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \sin\beta \cdot \omega_{AB}^2 + AB \cdot \cos\beta \cdot \varepsilon_{AB} = 0;$$

$$\varepsilon_{AB} = \omega_{AB}^2 \operatorname{tg}\beta + OA(\varepsilon_{OA}\cos\alpha - \omega_{OA}^2 \sin\alpha)/(AB \cdot \cos\beta). \qquad (9)$$

Выражения (8) и (9) позволяют вычислять ω_{AB} и ε_{AB} для любого положения механизма, в частности для заданного ($\alpha = 0°$, $\beta = 30°$).

Заметим, что ω_{OA} и ε_{OA} входят в эти выражения со знаком «+» или «−» в соответствии с принятым направлением отсчета угла α. В данном случае $\omega_{OA} = 1{,}5$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = -2{,}0$ рад/с^2. Смысл знаков ω_{AB} и ε_{AB} определяется направлением отсчета угла β.

Модуль скорости точки B $v_B = |\dot y_B|$. Модуль ускорения $a_B = |\ddot y_B|$. Проецируя (4) на ось y, получаем

$$y_B = OA \cdot \cos\alpha + AB \cdot \cos\beta.$$

Отсюда после дифференцирования получаем

$$\dot y_B = -OA \cdot \sin\alpha \cdot \omega_{OA} - AB \cdot \sin\beta \cdot \omega_{AB};$$

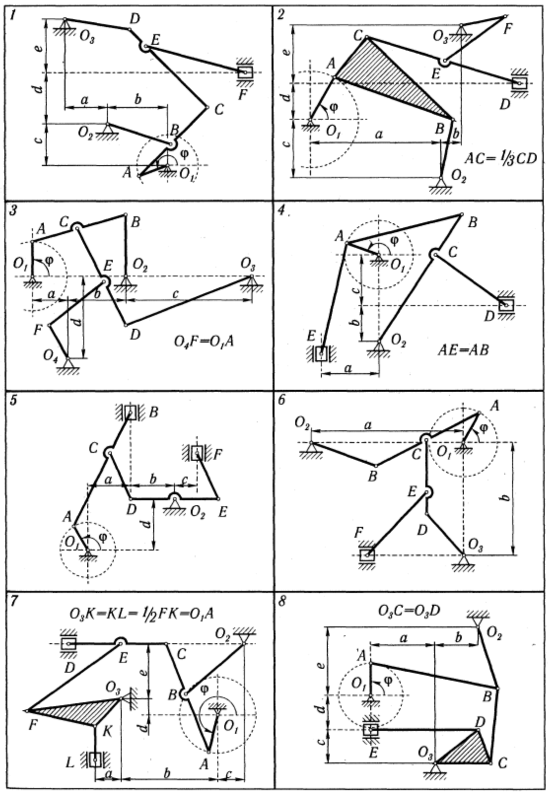
$$\ddot y_B = -OA \cdot \cos\alpha \cdot \omega_{OA}^2 - OA \cdot \sin\alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \cos\beta \cdot \omega_{AB}^2 - AB \cdot \sin\beta \cdot \varepsilon_{AB}.$$

Для определения скорости и ускорения точки C следует составить уравнения ее движения в координатной форме, проецируя радиус-вектор $\vec{r}_C = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$ на оси x и y.

Задание К.4. Кинематический анализ многозвенного механизма

Кривошип O_1A вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1A} = 2$ рад/с. Определить для заданного положения механизма:

1) скорости точек A, B, C, ... механизма и угловые скорости всех его звеньев с помощью плана скоростей;



Для определения $\varphi = \varphi(t)$ заметим, что угловые скорости $\dot\varphi$ и $\dot\psi$ обратно пропорциональны длинам окружностей или радиусам оснований конусов, т. е.

$$\dot\varphi = [\sin(\beta/2)/\sin(\alpha/2)]\dot\psi \quad \text{(то же следует из рис. 96)},$$

или

$$\varphi = [\sin(\beta/2)/\sin(\alpha/2)]\psi \qquad (\varphi_0 = 0).$$

Следовательно,

$$\varphi = [\sin(\beta/2)/\sin(\alpha/2)](\omega_1 t + \varepsilon_1 t^2/2).$$

В условиях данной задачи

$$\psi = 1{,}35t^2 + 1{,}20t;\ \theta = 5\pi/12;\ \varphi = \sqrt{2}\psi.$$

Координаты точки M в подвижной системе координат:

$$\xi = l\sin(\alpha/2) - M_0M = 30 \cdot 0{,}5 - 10 = 5{,}0 \text{ см},$$

$$\eta = 0,$$

$$\zeta = l\cos(\alpha/2) = 30 \cdot 0{,}866 = 26{,}0 \text{ см}.$$

Порядок решения такой задачи показан в примере выполнения задания К.5.

III. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

Задание К.7. Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Точка M движется относительно тела D. По заданным уравнениям относительного движения точки M и движения тела D определить для момента времени $t = t_1$ абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M.

Схемы механизмов показаны на рис. 99 — 101, а необходимые для расчета данные приведены в табл. 34.

Пример выполнения задания. Дано: схема механизма (рис. 102),

$$s_r = OM = 16 - 8\cos 3\pi t \text{ см};\ \varphi_e = 0{,}9t^2 - 9t^3 \text{ рад};\ t_1 = 2/9 \text{ с}.$$

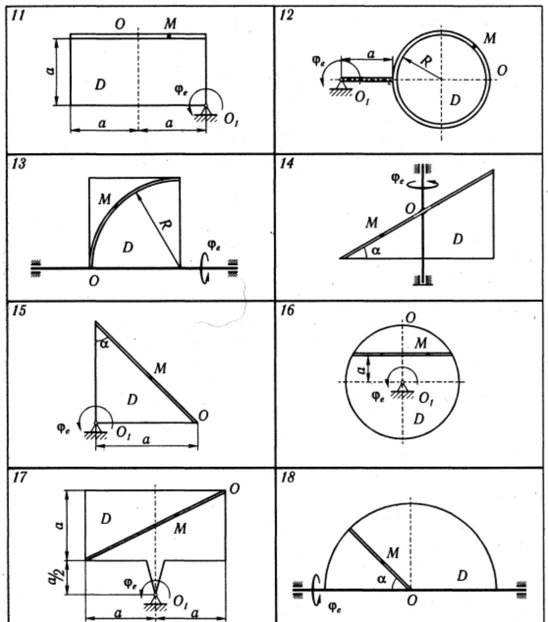
Решение. Будем считать, что в заданный момент времени плоскость чертежа (рис. 102) совпадает с плоскостью треугольника D. Положение точки M на теле D определяется расстоянием $s_r = OM$.

При $t = 2/9$ с

$$s_r = 16 - 8\cos(3\pi \cdot {}^2/_9) = 20{,}0 \text{ см}.$$

Абсолютную скорость точки M найдем как геометрическую сумму относительной и переносной скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_e.$$



I. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Задание Д.1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки, находящейся под действием постоянных сил

Варианты 1—5 (рис. 117, схема 1). Тело движется из точки A по участку AB (длиной l) наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, в течение τ с. Его начальная скорость v_A. Коэффициент трения скольжения тела по плоскости равен f.

В точке B тело покидает плоскость со скоростью v_B и попадает со скоростью v_C в точку C плоскости BD, наклоненной под углом β к горизонту, находясь в воздухе T с.

При решении задачи тело принять за материальную точку; сопротивление воздуха не учитывать.

Вариант 1. Дано: $\alpha = 30°$; $v_A = 0$; $f = 0{,}2$; $l = 10$ м; $\beta = 60°$. Определить τ и h.

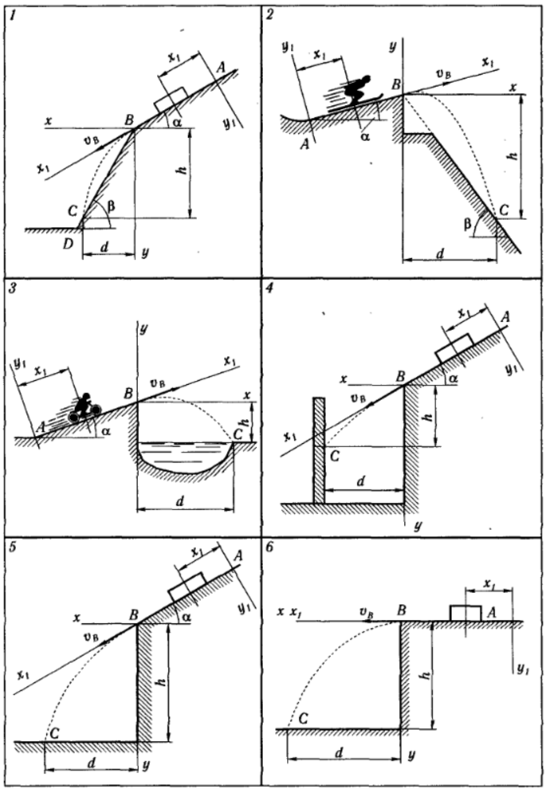
Вариант 2. Дано: $\alpha = 15°$; $v_A = 2$ м/с; $f = 0{,}2$; $h = 4$ м; $\beta = 45°$. Определить l и уравнение траектории точки на участке BC.

Вариант 3. Дано: $\alpha = 30°$; $v_A = 3{,}5$ м/с; $f \neq 0$; $l = 8$ м; $d = 10$ м; $\beta = 60°$. Определить v_B и τ.

Вариант 4. Дано: $v_A = 0$; $\tau = 2$ с; $l = 9{,}8$ м; $\beta = 60°$; $f = 0$. Определить α и T.

Вариант 5. Дано: $\alpha = 30°$; $v_A = 0$; $l = 9{,}8$ м; $\tau = 3$ с; $\beta = 45°$. Определить f и v_c.

Варианты 6—10 (рис. 117, схема 2). Лыжник подходит к точке A участка трамплина AB, наклоненного под углом α к горизонту и имеющего длину l, со скоростью v_A. Коэффициент трения скольжения лыж на участке AB равен f. Лыжник от A до B движется τ с; в точке B со скоростью v_B он покидает трамплин. Через T с лыжник приземляется со скоростью v_C в точке C горы, составляющей угол β с горизонтом.



Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 найдем, кроме того, уравнение для $\dot{x}$

$$\dot{x} = -C_1 k \sin kt + C_2 k \cos kt + [hp/(k^2 - p^2)] \cos pt$$

и используем начальные условия задачи.

Рассматриваемое движение начинается в момент ($t = 0$), когда деформация пружины является статической деформацией под действием грузов D и E. При принятом положении начала отсчета O начальная координата груза D равна $x_0 = -f_{\text{ст}E}$, причем $f_{\text{ст}E} = G_E \sin\alpha / c$ — статическая деформация пружины под действием груза E.

Таким образом, при $t = 0$

$$x_0 = -f_{\text{ст}E}, \qquad \dot{x}_0 = 0.$$

Составим уравнения $x = x(t)$ и $\dot{x} = \dot{x}(t)$ для $t = 0$:

$$x_0 = C_1; \qquad \dot{x}_0 = C_2 k + hp/(k^2 - p^2),$$

откуда

$$C_1 = -f_{\text{ст}E}, \qquad C_2 = -hp/[k(k^2 - p^2)].$$

Уравнение движения груза D имеет следующий вид:

$$x = -f_{\text{ст}E} \cos kt - \frac{hp}{k(k^2 - p^2)} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin pt.$$

Найдем числовые значения входящих в уравнение величин:

$$k = \sqrt{\frac{c}{m_D}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 100}{2}} = 17{,}3 \text{ с}^{-1};$$

$$f_{\text{ст}E} = \frac{G_E \sin\alpha}{c} = \frac{3 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5}{6 \cdot 100} = 0{,}0245 \text{ м};$$

$$\frac{h}{k^2 - p^2} = \frac{cd}{m_D(k^2 - p^2)} = \frac{600 \cdot 0{,}02}{2(300 - 100)} = 0{,}03 \text{ м};$$

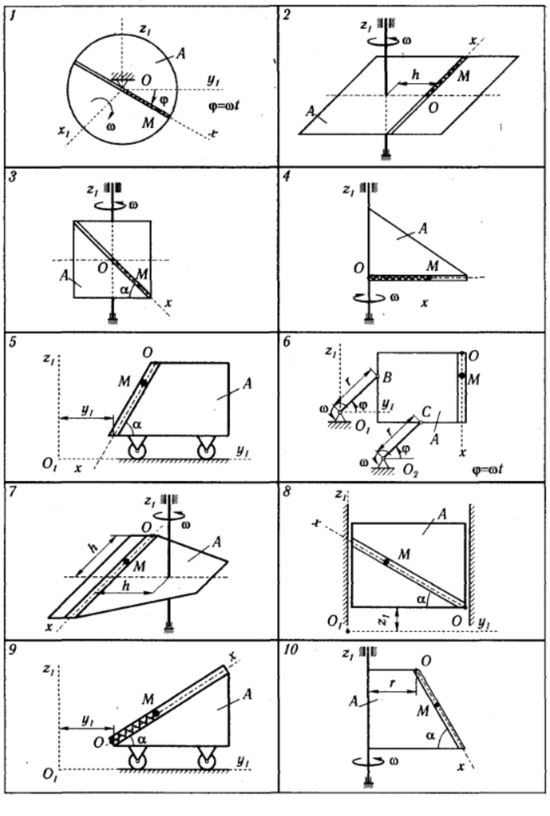
$$\frac{hp}{k(k^2 - p^2)} = \frac{0{,}03 \cdot 10}{17{,}3} = 0{,}0173 \text{ м}.$$

Следовательно, уравнение движения груза D

$$x = -2{,}45 \cos 17{,}3t - 1{,}73 \sin 17{,}3t + 3 \sin 10t \ \text{(см)}.$$

Задание Д.4. Исследование относительного движения материальной точки

Шарик M, рассматриваемый как материальная точка, перемещается по цилиндрическому каналу движущегося тела A (рис. 129—131). Найти уравнение относительного движения этого шарика $x = f(t)$, приняв за начало отсчета точку O.



Определим значения кинетических моментов L_{z0} при $t_1 = 0$ и L_{zT} при $t_1 = T$ и приравняем эти значения.

Для $t_1 = 0$

$$L_{z0} = (J_z + m_2 \cdot O_1O^2)\omega_\tau = 2368 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

При $t_1 > 0$ скорость точки K складывается из относительной скорости $\vec{v}_r$ по отношению к телу H и переносной скорости $\vec{v}_e$ в движении вместе с телом H. Поэтому для $t_1 = T$ покажем два вектора количества движения точки: $m_2\vec{v}_r$ и $m_2\vec{v}_e$ (рис. 151).

Для $t_1 = T$

$$L_{zT} = J_z\omega_\tau + m_2\omega_T(O_1K_T)^2 + m_2 v_r \cdot O_1C.$$

Найдем

$$(O_1K_T)^2 = (O_1C)^2 + (CK_T)^2,$$

где

$$CK_T = OK_T - OC, \qquad OK_T = s_{t_1=T} = 0{,}5T^2 = 0{,}5 \cdot 2^2 = 2 \text{ м},$$

т. е.

$$CK_T = 2 - 1{,}6 = 0{,}4 \text{ м}, \qquad (O_1K_T)^2 = 1{,}2^2 + 0{,}4^2 = 1{,}6 \text{ м}^2.$$

Относительная скорость

$$v_r = \mathrm{d}\,s/\mathrm{d}t = t_1,$$

при $t_1 = T = 2$ с

$$v_r = 2 \text{ м/с}.$$

Поэтому

$$L_{zT} = 864\omega_T + 80\omega_T \cdot 1{,}6 - 80 \cdot 2 \cdot 1{,}2 = 992\omega_T - 192.$$

Приравнивая L_{z0} и L_{zT}:

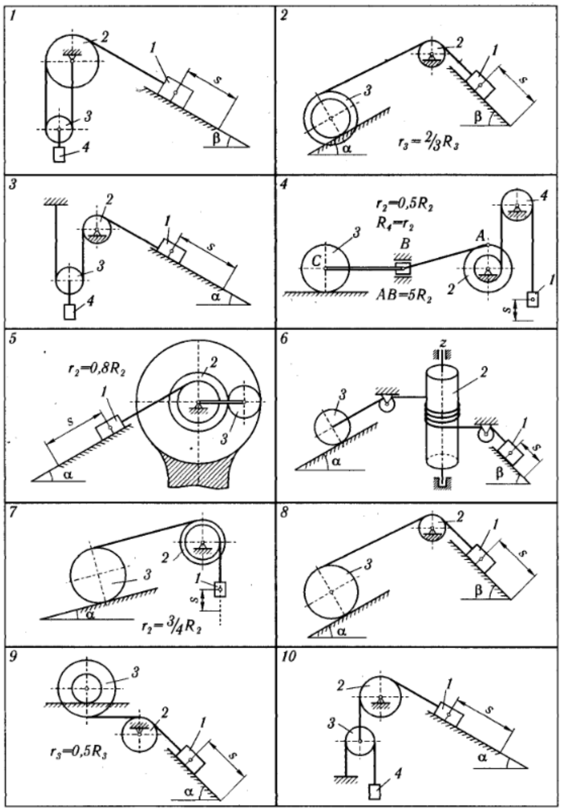
$$2368 = 992\omega_T - 192,$$

находим

$$\omega_T = 2{,}58 \text{ рад/с}.$$

Задание Д.10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рис. 152—154. Учитывая трение скольжения тела *1* (варианты 1—3, 5, 6, 8—12, 17—23, 28—30) и сопротивление качению тела *3*, катящегося без скольжения (варианты 2, 4, 6—9, 11, 13—15, 20, 21, 24, 27, 29), пренебрегая другими силами сопротивления и массами



В этом выражении следует принять:

$$x_1 = 0, \quad \dot{x}_1 = v_*, \quad M_1 = M_* = a_2/a_1,$$
$$x_2 = s, \quad \dot{x}_2 = 0{,}9v_*.$$

Подставляя эти значения в (28), получим

$$\frac{a_3}{2}(0{,}9^2 - 1)v_*^2 = -\frac{\alpha a_1}{2rb_1}s^2.$$

Путь s торможения, на котором скорость снижается до значения $0{,}9\ v_*$,

$$s = v_*\sqrt{\frac{a_3rb_1}{\alpha a_1}0{,}19}. \tag{29}$$

2-й режим торможения. Уравнение, характеризующее движение системы при втором режиме торможения, получается из (28) при $a_1 = 0$:

$$\frac{a_3}{2}(\dot{x}_2^2 - \dot{x}_1^2) = -a_2(x_2 - x_1). \tag{30}$$

Принимая $x_1 = 0$; $\dot{x}_1 = v_*$; $x_2 = l$; $\dot{x}_2 = 0{,}9v$, получаем

$$l = \frac{0{,}19a_3}{2a_2}v_*^2. \tag{31}$$

Подставляя значения параметров в формулы (29) и (31), получаем

$$s = 3{,}43 \text{ м}; \qquad l = 37{,}39 \text{ м}.$$

Сравнивая пути s и l при первом и втором режимах торможения, заключаем, что приложение тормозного момента двигателя значительно сокращает тормозной путь.

ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ

Задание Д.19. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы с одной степенью свободы

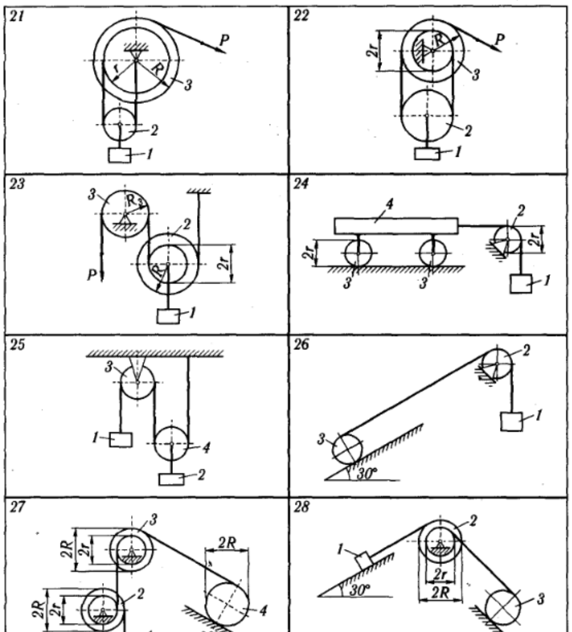
Для заданной механической системы определить ускорения грузов и натяжения в ветвях нитей, к которым прикреплены грузы. Массами нитей пренебречь. Трение качения и силы сопротивления в подшипниках не учитывать. Система движется из состояния покоя.

Варианты механических систем показаны на рис. 198—200, а необходимые для решения данные приведены в табл. 55.

Блоки и катки, для которых радиусы инерции в таблице не указаны, считать сплошными однородными цилиндрами.

Пример выполнения задания. Дано: $G_1 = G_2 = 2G$; $G_3 = G_4 = G$; $R = 2r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$; $f = 0{,}2$.

Блок *3* — сплошной однородный цилиндр (рис. 201). Определить ускорения грузов *1* и *4* и натяжения ветвей нити *1—2* и *3—4*.



имеем

$$\left.\begin{aligned}
&F = fG_1 \cos 60^\circ = fmg;\\
&\Phi_1 = m_1 a_1 = 2ma_1;\\
&M_2^\Phi = J_{2x}\varepsilon_2 = m_2 i_{2x}^2 \varepsilon_2 = 4mr^2\varepsilon_2;\\
&\Phi_3 = m_3 a_3 = ma_3;\\
&M_3^\Phi = J_{3x}\varepsilon_3 = [m_3(1{,}5r)^2/2]\varepsilon_3 = 9mr^2\varepsilon_3/8;\\
&\Phi_4 = m_4 a_4 = ma_4.
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

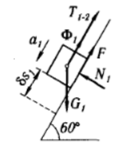


Рис. 203

Зависимости между ускорениями в соответствии с (2)

$$\left.\begin{aligned}
&\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_1/(2r);\\
&a_3 = a_4 = a_1/4.
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (4), получим

$$g\sqrt{3} - fg - 2a_1 - a_1 - g/4 - a_1/16 - 9a_1/32 - g/4 - a_1/16 = 0,$$

откуда

$$a_1 = \frac{g(\sqrt{3} - f - 0{,}5)}{3{,}41}; \qquad a_1 = 2{,}69 \text{ м/с}^2;$$

$$a_4 = a_1/4; \qquad a_4 = 0{,}74 \text{ м/с}^2.$$

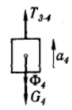


Рис. 204

Для определения натяжения в ветви нити *1—2* мысленно разрежем нить и заменим ее действие на груз *2* реакцией T_{1-2} (рис. 203).

Общее уравнение динамики

$$G_1\delta s_1 \sin 60^\circ - F\delta s_1 - \Phi_1\delta s_1 - T_{1-2}\delta s_1 = 0,$$

откуда

$$T_{1-2} = G_1 \sin 60^\circ - F - \Phi_1 = 2G \sin 60^\circ - 2Gf\cos 60^\circ - 2(G/g)a_1;$$

$$T_{1-2} = 0{,}93G.$$

Для определения натяжения в нити *3—4* мысленно разрежем эту нить и заменим ее действие на груз *4* реакцией T_{3-4} (рис. 204).

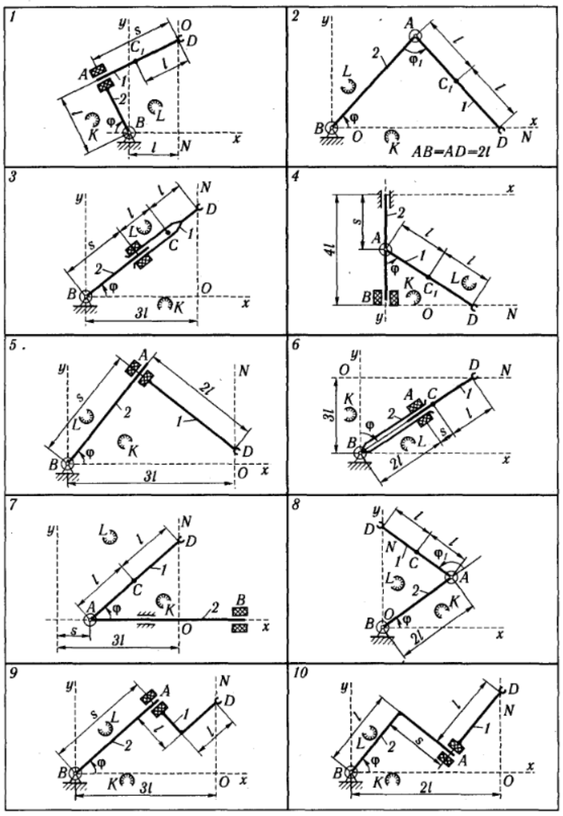
Не составляя общего уравнения динамики, на основании принципа Даламбера имеем

$$T_{3-4} = G_4 + \Phi_4 = G + (G/g)a_4; \qquad T_{3-4} = 10{,}8G.$$

УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА II РОДА

Задание Д.20. Применение уравнений Лагранжа II рода к определению сил и моментов, обеспечивающих программное движение манипулятора

Манипулятор (рис. 205—207), состоящий из звеньев *1*, *2* и захвата D, приводится в движение приводами A и B. Захват D перемещается вдоль прямой ON. Со стороны привода A к звену *1* прикладывается



Вопросы к зачету и экзамену

Статика. Кинематика

Система параллельных сил. Условие равновесия системы параллельных сил

Количество движения материальной точки. Теорема об изменении количества движения

Что изучает теоретическая механика. Основные понятия статики

Кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении кинетической энергии

Аксиомы статики

Момент количества движения материальной точки. Теорема об изменении момента количества движения материальной точки

Система сходящихся сил .Определение скоростей точек простых механизмов с помощью проекций скоростей

Пара сил. Момент пары

Определение скоростей точек простых механизмов с помощью мгновенного центра скоростей

Теорема о независимости момента пары сил от выбора центра приведения.

Определение скоростей точек простых механизмов с помощью мгновенного центра скоростей.
Момент силы относительно точки и оси
Определение скоростей точек простых механизмов с помощью плана скоростей
Аналитическое вычисление момента силы относительно координатных осей.
Мгновенный центр скоростей
Теорема Вариньона
План скоростей
Теорема Пуансо
Теорема о проекциях скоростей
Основные уравнения статики
Определение скорости точки при плоско-параллельном движении
Центр параллельных сил . Центр тяжести
Классификация движения точки по её ускорениям
Центр тяжести дуги
Теорема об ускорениях при естественном способе задания движе-ния.
Центр тяжести сектора
Естественный способ задания движения. Определение скорости движения точки при естественном способе задания движения Центр тяжести треугольника
Годограф скорости
Центр тяжести сложных фигур. Определение центра тяжести сложных фигур
*Определение ускорения движения материальной точки при векторном и координатном способах задания движения Устойчивость. Виды устойчивости_*
Определение скорости движения материальной точки при вектор-ном и координатном способах задания движения
Трение качения
Способы задания движения точки
Трение скольжения
Основные понятия кинематики Основные понятия кинематики
Движение тела брошенного под углом к горизонту Способы задания движения точки
Главный вектор силы, главный момент. Различие между главным вектором равнодействующей системы сил, главным моментом и моментом равнодействующей.

Динамика

Теорема об изменении количества движения материальной точки
Малые колебания математического маятника
Работа силы на конечном пути. Мощность
Дифференциальное уравнение относительного движения материальной точки
Работа механической силы. Элементарная работа силы
Частные случаи относительного движения материальной точки
Теорема об изменении кинетической энергии системы и твердого тела
Движение тела под действием силы, зависящей от времени
Принцип возможных перемещений
Момент инерции полого цилиндра
Количество движения материальной точки. Теорема об изменении количества движения материальной точки. Теорема импульсов
Свободные колебания груза, подвешенного на пружине
Определение динамических реакций подшипников при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси
Затухающие колебания материальной точки
Приведение сил инерции точек твердого тела к простейшему виду
Дифференциальное уравнение движения свободной материальной точки в естественной форме
Понятие об устойчивом состоянии покоя механической системы с одной степенью свободы
Вторая (обратная) задача динамики
Случай сил, имеющих потенциал
Случай относительного покоя
Кинетическая энергия системы и твердого тела
Дифференциальное уравнение движения материальной точки по заданной неподвижной поверхности в естественной форме
Работа силы тяжести
Дифференциальное уравнение движения материальной точки по заданной неподвижной поверхности в координатной форме
Работа силы упругости
Вынужденные колебания материальной точки
Принцип Эйлера-Даламбера для материальной точки
Дифференциальное уравнение движения свободной материальной точки в декартовых координатах
Уравнение Лагранжа 2-го рода
Движение тела брошенного под углом к горизонту без учета сил сопротивления
Уравнение движения системы в обобщенных координатах. Обобщенные координаты и обобщенные скорости
Отклонение падающих тел к Востоку
Теорема об изменении кинетической энергии системы и твердого тела
Движение материальной точки под действием силы постоянной по модулю и направлению (тело опущено вниз без начальной скорости)
Обобщенные силы