

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

«Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы»

для направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная  
техника

профиль подготовки: Программное обеспечение вычислительной техники и  
автоматизированных систем

# 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Очная форма обучения

Наименование дисциплины	Семестр							
	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>ОПК-2</b> Способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач								
Б1.Б10 Математический анализ	+	+						
Б1.Б.12 Информатика	+							
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+				
Б1.В.ОД.5 Вычислительная математика			+	+				
Б1.В.ОД.14 Технология разработки программного обеспечения							+	+
Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных						+		
Б1.В.ДВ.7.1 Экспертные системы							+	
Б1.В.ДВ.7.2 Базы знаний							+	
Б1.В.ДВ.8.1 Интерактивные графические системы							+	
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	
<b>ПК-3</b> Способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности								
Б1.Б13 Программирование	+	+						
Б1.Б14 Базы данных					+			
Б1.Б14 Сети и телекоммуникации					+	+		
Б1.Б17 Компьютерная графика						+		
Б1.В.ОД.1 Иностранный язык в сфере профессиональной коммуникации					+			
Б1.В.ОД.2 Организация и планирование производства								+
Б1.В.ОД.3 Математическая логика и теория алгоритмов		+						
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+				
Б1.В.ОД.6 Физика		+	+					
Б1.В.ОД.7 Электротехника, электроника и схемотехника			+	+				
Б1.В.ОД.8 Объектно-ориентированное программирование			+	+				
Б1.В.ОД.9 Организация ЭВМ и систем			+					
Б1.В.ОД.10 Структуры и алгоритмы обработки данных				+	+			
Б1.В.ОД.12 Технологии WEB-программирования					+			
Б1.В.ОД.13 Разработка приложений для мобильных устройств						+		
Б1.В.ОД.14 Технология разработки программного обеспечения							+	+
Б1.В.ДВ.1.1 Комплексный анализ и уравнения математической физики				+				
Б1.В.ДВ.2.1 Язык Ассемблер и низкоуровневое программирование			+					
Б1.В.ДВ.2.2 Машинно-ориентированное программирование			+					
Б1.В.ДВ.3.1 Компьютерное моделирование					+			
Б1.В.ДВ.3.2 Нейрокомпьютерные системы					+			
Б1.В.ДВ.4.2 Теория автоматов						+		
Б1.В.ДВ.5.2 Программирование микропроцессорных систем							+	
Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных						+		
Б1.В.ДВ.6.2 Системы цифровой обработки сигналов						+		

Б1.В.ДВ.7.1 Экспертные системы							+	
Б1.В.ДВ.7.2 Базы знаний							+	
Б1.В.ДВ.8.1 Интерактивные графические системы							+	
Б1.В.ДВ.8.2 Цифровая схемотехника							+	
Б1.В.ДВ.9.1 Новые информационные технологии								+
Б1.В.ДВ.9.2 Проектирование информационных систем								+
Б1.В.ДВ.10.1 Архитектура ЭВМ				+				
Б1.В.ДВ.10.2 ЭВМ и периферийные устройства				+				
Б2.У1 Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности		+						
Б2.П1 Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности						+		
Б2.П2 Технологическая практика								+
Б2.Пд Преддипломная практика								+
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>ПКв-1</b> Способность применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности								
Б1.Б9 Дискретная математика	+							
Б1.Б10 Математический анализ	+	+						
Б1.Б11 Алгебра и геометрия	+	+						
Б1.Б17 Компьютерная графика						+		
Б1.В.ОД.3 Математическая логика и теория алгоритмов		+						
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+				
Б1.В.ОД.5 Вычислительная математика			+	+				
Б1.В.ОД.6 Физика		+	+					
Б1.В.ОД.7 Электротехника, электроника и схемотехника			+	+				
Б1.В.ДВ.1.1 Комплексный анализ и уравнения математической физики				+				
Б1.В.ДВ.1.2 Численные методы решения дифференциальных уравнений								
Б1.В.ДВ.3.1 Компьютерное моделирование					+			
Б1.В.ДВ.3.2 Нейрокомпьютерные системы								
Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных						+		
Б1.В.ДВ.6.2 Системы цифровой обработки сигналов								
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты								+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>		<b>7</b>

Наименование дисциплины	Семестр									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>ОПК-2</b> Способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач										
Б1.Б10 Математический анализ	+	+	+							
Б1.Б.12 Информатика	+									
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+						
Б1.В.ОД.5 Вычислительная математика				+	+					
Б1.В.ОД.14 Технология разработки программного обеспечения								+	+	
Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных								+		
Б1.В.ДВ.7.1 Экспертные системы									+	
Б1.В.ДВ.7.2 Базы знаний									+	
Б1.В.ДВ.8.1 Интерактивные графические системы								+		
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты										+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>			<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>ПК-3</b> Способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности										
Б1.Б13 Программирование	+	+	+							
Б1.Б14 Базы данных					+					
Б1.Б14 Сети и телекоммуникации						+	+			
Б1.Б17 Компьютерная графика							+			
Б1.В.ОД.1 Иностранный язык в сфере профессиональной коммуникации										+
Б1.В.ОД.2 Организация и планирование производства										+
Б1.В.ОД.3 Математическая логика и теория алгоритмов		+								
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+						
Б1.В.ОД.6 Физика		+	+							
Б1.В.ОД.7 Электротехника, электроника и схемотехника			+	+	+					
Б1.В.ОД.8 Объектно-ориентированное программирование			+	+						
Б1.В.ОД.9 Организация ЭВМ и систем					+					
Б1.В.ОД.10 Структуры и алгоритмы обработки данных					+	+				
Б1.В.ОД.12 Технологии WEB-программирования						+				
Б1.В.ОД.13 Разработка приложений для мобильных устройств							+			
Б1.В.ОД.14 Технология разработки программного обеспечения								+	+	
Б1.В.ДВ.1.1 Комплексный анализ и уравнения математической физики				+						
Б1.В.ДВ.2.1 Язык Ассемблер и низкоуровневое программирование					+					

Б1.В.ДВ.2.2 Машинно-ориентированное программирование					+					
Б1.В.ДВ.3.1 Компьютерное моделирование						+				
Б1.В.ДВ.3.2 Нейрокомпьютерные системы						+				
Б1.В.ДВ.4.2 Теория автоматов							+			
Б1.В.ДВ.5.2 Программирование микропроцессорных систем								+		
Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных								+		
Б1.В.ДВ.6.2 Системы цифровой обработки сигналов								+		
Б1.В.ДВ.7.1 Экспертные системы									+	
Б1.В.ДВ.7.2 Базы знаний									+	
Б1.В.ДВ.8.1 Интерактивные графические системы								+		
Б1.В.ДВ.8.2 Цифровая схемотехника								+		
Б1.В.ДВ.9.1 Новые информационные технологии										+
Б1.В.ДВ.9.2 Проектирование информационных систем										+
Б1.В.ДВ.10.1 Архитектура ЭВМ						+				
Б1.В.ДВ.10.2 ЭВМ и периферийные устройства						+				
Б2.У1 Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности		+								
Б2.П1 Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности								+		
Б2.П2 Технологическая практика										+
Б2.Пд Преддипломная практика										+
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты										+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>ПКв-1</b> Способность применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности										
Б1.Б9 Дискретная математика	+									
Б1.Б10 Математический анализ	+	+	+							
Б1.Б11 Алгебра и геометрия	+	+								
Б1.Б17 Компьютерная графика							+			
Б1.В.ОД.3 Математическая логика и теория алгоритмов		+								
Б1.В.ОД.4 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы				+						
Б1.В.ОД.5 Вычислительная математика				+	+					
Б1.В.ОД.6 Физика		+	+							
Б1.В.ОД.7 Электротехника, электроника и схемотехника			+	+	+					
Б1.В.ДВ.1.1 Комплексный анализ и уравнения математической физики				+						
Б1.В.ДВ.1.2 Численные методы решения дифференциальных уравнений										
Б1.В.ДВ.3.1 Компьютерное моделирование							+			
Б1.В.ДВ.3.2 Нейрокомпьютерные системы										

Б1.В.ДВ.6.1 Обработка экспериментальных данных										
Б1.В.ДВ.6.2 Системы цифровой обработки сигналов								+		
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты										+
<b>Этапы формирования компетенций*</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>		<b>9</b>

\* В качестве этапов формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы определены семестры.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

<i>Индекс</i>	<i>Компетенция</i>	<i>Компоненты</i>
ОПК-2	Способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	1) осваивает методики использования программных средств
		2) использует программные средства для решения практических задач
ПК-3	Способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности	1) обосновывает принимаемые проектные решения
		2) осуществляет постановку экспериментов по проверке их корректности и эффективности
		3) выполняет эксперименты по проверке их корректности и эффективности
ПКВ-1	Способность применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1) использует естественнонаучные и общетеоретические знания
		2) применяет методы математического анализа и моделирования
		3) применяет методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

В рамках данной дисциплины формируются все компоненты компетенций ОПК-2, ПК-3 и ПКВ-1.

**2.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования (промежуточная аттестация)**

Компетенции	Показатели	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное средство (промежуточная аттестация)
		пороговый (удовлетворительно)	стандартный (хорошо)	эталонный (отлично)	
ОПК-2	Знать	1) основные понятия и методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики	1) определение классической вероятности; 2) формулы сложения, умножения и полной вероятности; 3) законы распределения (биномиальный, пуассоновский, нормальный); 4) закон больших чисел	1) знать основные определения и понятия; 2) воспроизводить основные математические факты	Теоретический опрос
	Уметь	1) решать задачи предметной области: решать типовые задачи по предложенным методам и алгоритмам	1) находить вероятности равновероятных событий с применением формул умножения, сложения и полной вероятности; 2) находить числовые характеристики законов распределения	1) рассчитывать вероятности событий с применением законов распределения; 2) оценивать вероятности событий с применением законов больших чисел	Типовые задачи
	Владеть	1) математическим языком предметной области: основными терминами, понятиями, определениями разделов математического анализа	1) основными способами представления математической информации (аналитическим, графическим, символьным, словесным и др.)	1) распознавать математические объекты; 2) понимать связь между различными математическими объектами	Типовые практические задания
ПК-3	Знать	1) основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.	1) методологические основы построения статистических группировок и систем обобщающих статистических показателей, методы их измерения или расчета	1) методологические основы построения статистических группировок и систем обобщающих статистических показателей	Теоретический опрос

	Уметь	1) самостоятельно ставить и формулировать задачи познавательной деятельности	1) представлять опытные данные в виде таблиц, диаграмм и графиков; 2) строить доверительные интервалы для среднего и дисперсии нормально распределённой случайной величины	методологические основы построения статистических группировок и систем обобщающих статистических показателей, методы их измерения или расчета	Типовые задачи
	Владеть	1) математической культурой, необходимой для познавательной деятельности	1) навыками работы с соответствующими формулами	1) навыками использования математических методов и моделей при исследовании конкретных процессов	Типовые практические задания
ПКв-1	Знать	1) основные формулы комбинаторики	1) основные дискретные распределения (Бернулли, Пуассона) и непрерывные распределения (нормальное, равномерное, экспоненциальное)	1) методику моделирования случайных величин, метод статистических испытаний	Теоретический опрос
	Уметь	1) пользоваться расчётными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач;	1) вычислять характеристики выборки: выборочное среднее, выборочную дисперсию, уточнённую выборочную дисперсию, выборочное среднееквадратическое отклонение	1) решать сложные творческие задачи по теории вероятностей и математической статистике	Типовые задачи
	Владеть	1) методами вычисления математического ожидания, дисперсии, среднееквадратического	1) методами решения вероятностных задач на практике	1) математическими методами при решении профессиональных задач повышенной сложности, учитывая границы применимости математической модели	Типовые практические задания

## 2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы (темы) дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

Раздел	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Случайные события	ОПК-2 ПК-3 ПКВ-1	Коллоквиум. Контрольная работа № 1 (задачи 1-6)
2	Случайные величины		Коллоквиум. Контрольная работа № 1 (задачи 7-10)
3	Элементы математической статистики		Коллоквиум. Контрольная работа № 2

### Критерии и шкала оценивания коллоквиума (очная, заочная форма обучения)

Оценка	Критерий оценки
«отлично»	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой;</li> <li>2) изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;</li> <li>3) правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;</li> <li>4) показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;</li> <li>5) продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;</li> <li>6) отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов преподавателя;</li> <li>7) возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил после замечания преподавателя.</li> </ol>
«хорошо»	<p>Ответ оценивается оценкой «хорошо», если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет некоторые из недостатков:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее математическое содержание ответа;</li> <li>2) допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания преподавателя;</li> <li>3) допущены ошибка или более двух недочетов при освещении</li> </ol>

	второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.
«удовлетворительно»	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала</li> <li>2) имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;</li> <li>3) студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;</li> <li>4) при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.</li> </ol>
«неудовлетворительно»	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) не раскрыто основное содержание учебного материала;</li> <li>2) обнаружено незнание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;</li> <li>3) допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.</li> </ol>

### ***Критерии и шкала оценивания контрольных работ (очная, заочная формы обучения)***

По мере изучения теоретического материала и его закрепления на практических занятиях студент информируется о выполнении конкретных заданий из контрольной работы.

После полного выполнения данной работы проводится защита контрольной работы в устной форме: студент объясняет решение каждого задания и отвечает на теоретические вопросы, связанные с этим заданием.

Оценка работы: «зачтено» – текущий контроль.

Задания к Контрольной работе №1 находятся в информационном локальном диске кафедры ИВТ и ПМ: Z\Информация\Для ИВТ\Теория вероятностей\ Варианты контрольных работ по теории вероятностей.doc.

Задания к Контрольной работе №2 находятся в информационном локальном диске кафедры ИВТ и ПМ: Z\Информация\Для ИВТ\Теория вероятностей\Варианты контрольной работы математическая статистика.doc.

Контрольная работа студентов заочной формы обучения выполняется в рукописном виде в тетради. Оформление письменной работы согласно МИ 4.2-5/47-01-2013 [Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации.](#)

<i>Оценка</i>	<i>Критерий оценки</i>
«зачтено»	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Работа выполнена на 100%;</li> <li>2. В обосновании решения нет пробелов и ошибок;</li> <li>3. В решении нет математических ошибок (возможны некоторые неточности, описки, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала);</li> <li>4. Студент полностью объяснил ход решения каждой задачи преподавателю.</li> </ol>
«не зачтено»	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере;</li> </ol>

	2. Студент не смог объяснить ход решения каждого задания в контрольной работе.
--	--

### **2.3. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется двухбалльная шкала: «Зачтено», «Не зачтено».

<i>Шкала оценивания</i>	<i>Критерии оценивания</i>	<i>Уровень освоения компетенций</i>
<i>«зачтено»</i>	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Ответил на все дополнительные вопросы	<i>Эталонный</i>
	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Ответил на большинство дополнительных вопросов	<i>Стандартный</i>
	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	<i>Пороговый</i>
<i>«не зачтено»</i>	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	<i>Компетенции не сформированы</i>

## **3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости**

**Очная форма обучения:**

#### **Вопросы к защите Контрольной работы № 1. Теория вероятностей (показатель «Знать»)**

1. Случайные события. Свойства частот. Статистическое и классическое определение вероятностей. Геометрические вероятности
2. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности
3. Формулы Байеса. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности.
4. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.

5. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел
6. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема.
7. Интегральная функция распределения. Дифференциальная функция распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
8. Равномерное, нормальное, показательное распределение случайных величин
9. Функции случайного аргумента. Особенности линейной функции от аргумента, распределенного нормально. Совместное распределение суммы независимых случайных величин.
10. Двумерные случайные величины. Зависимые случайные величины. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

## Вопросы к защите Контрольной работы № 2 (Математическая статистика)

1. Генеральная совокупность. Выборка и способы ее организации. Вариационный ряд. Эмпирическое распределение. Полигон и гистограмма.
2. Точечные оценки параметров распределения по выборке. Понятие о состоятельности и несмещенности оценок. Исправленная выборочная дисперсия.
3. Понятие о доверительных и интервалах для  $M(x)$  и  $D(x)$ . Выравнивание эмпирических распределений. Подбор теоретического распределения. Распределение  $\chi^2$ . Распределение Стьюдента.
4. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия Пирсона. Критерий Колмогорова.
5. Функциональные и статистические зависимости. Линии регрессии. Нахождение параметров выборочного уравнения линейной регрессии по методу наименьших квадратов.
6. Влияние выборочного коэффициента корреляции на тесноту связи. Корреляция нормально распределенных случайных величин. Нелинейная корреляция.

## Контрольная работа № 1

### Задача 1

- 1) Из отрезка  $[0,3]$  наугад выбираем два числа. Найти вероятность того, что их разность меньше 1.
- 2) На десяти одинаковых карточках написаны числа от 0 до 9. Найти вероятность того, что наудачу образованное с помощью данных карточек трехзначное число делится на 2.
- 3) Из отрезка  $[0,3]$  наугад выбираем два числа. Найти вероятность того, что их сумма больше трех.
- 4) На десяти одинаковых карточках написаны числа от 0 до 9. Найти вероятность того, что наудачу образованное с помощью данных карточек двузначное число делится на 2.
- 5) Бросаем  $n$  игральные кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпало одинаковое число очков.
- 6) Бросаем четыре монеты. Найти вероятность того, что выпало ровно два «герба».
- 7) Бросаем три монеты. Найти вероятность того, что выпало не больше двух «гербов».
- 8) Найти вероятность того, что при случайном упорядочивании множества  $\{1, 2, \dots, 2n\}$  каждое четное число имеет четный номер.
- 9) Из ящика, содержащего три билета с номерами 1, 2, 3 вынимают по одному все билеты. Найти вероятность того, что хотя бы у одного билета порядковый номер совпадает с собственным.
- 10) Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков делится на 6.

- 11) Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых меньше либо равно 1, будет меньше либо равно 1, а их произведение будет не больше  $\frac{2}{9}$ .
- 12) Найти вероятность того, что наудачу взятое трехзначное число окажется кратным 2, либо 5, либо и тому и другому одновременно.
- 13) Из 12 лотерейных билетов, среди которых 4 выигрышных, наудачу берут 6. Какова вероятность того, что хотя бы один из них выигрышный.
- 14) В ящике 20 шаров с номерами  $1, 2, \dots, 20$ . Наудачу выбирается шесть шаров. Найти вероятность того, что среди них есть шары номерами 1 и 2.
- 15) Бросают 4 игральные кости. Найти вероятность того, что на них выпадет по одинаковому числу очков.
- 16) Имеется пять отрезков, длины которых равны соответственно 1, 3, 5, 7, 9 единицам. Найти вероятность того, что с помощью взятых наудачу трех отрезков из данных можно построить треугольник.
- 17) Из колоды (52 карты) наудачу извлекается три карты. Найти вероятность того, что это будут тройка, семерка, туз (в указанном порядке).
- 18) На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник А.С. Пушкина. Найти вероятность того, что эти три тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.
- 19) При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наугад, помня только что эти цифры нечетны и разные. Найти вероятность того, что номер набран правильно.
- 20) Из отрезка  $[a, b]$  наугад выбрали два числа. Найти вероятность того, что их частное больше  $\frac{a+b}{2}$ , если  $a=1, b=4$ .
- 21) Случайно выбран трехзначный телефонный номер. Чему равна вероятность того, что все цифры различные.
- 22) Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков не меньше четырех.
- 23) Найти вероятность того, что у случайно взятого четырехзначного числа каждая следующая цифра меньше предыдущей.
- 24) Из отрезке  $[a, b]$  наугад выбираем два числа. Найти вероятность того, что их произведение меньше  $\frac{ab}{2}$ , если  $a=1, b=5$ .
- 25) Если повернуть лист бумаги на  $180^\circ$ , то цифры 0, 1, 8 не изменятся, цифры 6 и 9 переходят друг в друга, а остальные цифры теряют смысл. Найти вероятность того, что случайно взятое трехзначное число не измениться при повороте листа бумаги на  $180^\circ$ .
- 26) На восьми одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.
- 27) Из отрезка  $[a, b]$  наугад выбираем два числа. Найти вероятность того, что их разность меньше либо равна  $\frac{b}{3}$ , если  $a=0, b=3$ .
- 28) Десять книг на одной полке расставляются наугад. Найти вероятность того, что при этом три определенные книги окажутся поставленные рядом.
- 29) Из отрезка  $[a, b]$  наугад выбираем два числа. Найти вероятность того, что их сумма больше либо равна  $3a$ , если  $a=2, b=5$ .
- 30) Найти вероятность того, что после случайного упорядочивания элементов множества  $\{1, 2, \dots, n\}$  числа 1, 2, 3 стоят рядом в порядке возрастания.

### Задача 2

Игра между  $A$  и  $B$  ведется на следующих условиях: первый ход всегда делает  $A$ , он может выиграть с вероятностью  $p_1$ , если  $A$  не выигрывает, то ход делает  $B$  и может выиграть с вероятностью  $q_1$ . Если  $B$  не выигрывает, то  $A$  делает второй ход, который может привести к его выигрышу с вероятностью  $p_2$ . Если  $A$  вторым ходом проигрывает, то победителем считается  $B$ . Найти вероятность выигрыша  $A$  и для  $B$ .

	$p_1$	$p_2$	$q_1$
1	0,4	0,5	0,8
2	0,5	0,4	0,7
3	0,3	0,5	0,9
4	0,9	0,7	0,9
5	0,2	0,5	0,8
6	0,8	0,9	0,6
7	0,7	0,6	0,5
8	0,1	0,3	0,7
9	0,3	0,3	0,1
10	0,8	0,5	0,3
11	0,5	0,7	0,6
12	0,2	0,5	0,7
13	0,7	0,8	0,9
14	0,6	0,5	0,2
15	0,3	0,4	0,8

	$p_1$	$p_2$	$q_1$
16	0,1	0,3	0,9
17	0,7	0,1	0,9
18	0,2	0,5	0,7
19	0,4	0,3	0,6
20	0,3	0,5	0,6
21	0,9	0,8	0,7
22	0,4	0,6	0,8
23	0,2	0,3	0,8
24	0,3	0,5	0,1
25	0,9	0,7	0,6
26	0,1	0,4	0,3
27	0,7	0,2	0,5
28	0,5	0,3	0,2
29	0,1	0,6	0,4
30	0,4	0,3	0,6

### Задача 3

а) На складе готовой продукции находится  $n$  изделий, среди которых  $k$  высшего качества. Наудачу выбирают  $m$  изделий. Найти вероятность того, что среди них  $l$  изделий высшего качества.

1	$n=7$	$k=4$	$m=2$	$l=1$
2	$n=14$	$k=8$	$m=4$	$l=2$
3	$n=14$	$k=7$	$m=5$	$l=3$
4	$n=7$	$k=5$	$m=3$	$l=2$
5	$n=6$	$k=4$	$m=5$	$l=1$
6	$n=12$	$k=8$	$m=6$	$l=4$
7	$n=12$	$k=6$	$m=4$	$l=2$
8	$n=9$	$k=6$	$m=3$	$l=1$
9	$n=9$	$k=7$	$m=5$	$l=3$
10	$n=8$	$k=4$	$m=3$	$l=1$
11	$n=8$	$k=6$	$m=3$	$l=2$
12	$n=10$	$k=6$	$m=4$	$l=3$
13	$n=10$	$k=5$	$m=3$	$l=2$
14	$n=10$	$k=4$	$m=5$	$l=2$
15	$n=10$	$k=6$	$m=4$	$l=2$

б) Из  $n$  аккумуляторов за год хранения  $k$  выходят из строя. Наудачу выбирают  $m$  аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них  $l$  исправленных.

16	$n=100$	$k=9$	$m=7$	$l=4$
17	$n=100$	$k=8$	$m=6$	$l=3$
18	$n=100$	$k=7$	$m=5$	$l=3$
19	$n=100$	$k=6$	$m=4$	$l=2$
20	$n=100$	$k=5$	$m=3$	$l=1$

21	$n=80$	$k=10$	$m=7$	$l=4$
22	$n=80$	$k=9$	$m=6$	$l=3$
23	$n=80$	$k=8$	$m=5$	$l=2$
24	$n=80$	$k=7$	$m=5$	$l=3$
25	$n=80$	$k=6$	$m=4$	$l=2$
26	$n=80$	$k=5$	$m=3$	$l=2$
27	$n=80$	$k=4$	$m=3$	$l=2$
28	$n=90$	$k=10$	$m=6$	$l=2$
29	$n=90$	$k=20$	$m=6$	$l=3$
30	$n=90$	$k=10$	$m=6$	$l=2$

#### Задача 4

а) На складе находится  $n_1$  изделий, изготовленных на заводе 1,  $n_2$  изделий – на заводе 2,  $n_3$  – на заводе 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе 1, высшего качества равна  $p_1$ . Для деталей изготовленных на заводах 2 и 3, эти вероятности равны  $p_2$  и  $p_3$ . Найти вероятность того, что при проверке наудачу взятая деталь окажется высшего качества. Какова вероятность того, что она была изготовлена на заводе 2?

1	$n_1=10$	$n_2=12$	$n_3=18$	$p_1=0,7$	$p_2=0,8$	$p_3=0,6$
2	$n_1=12$	$n_2=24$	$n_3=14$	$p_1=0,9$	$p_2=0,7$	$p_3=0,9$
3	$n_1=8$	$n_2=18$	$n_3=22$	$p_1=0,8$	$p_2=0,9$	$p_3=0,6$
4	$n_1=20$	$n_2=22$	$n_3=12$	$p_1=0,5$	$p_2=0,6$	$p_3=0,8$
5	$n_1=24$	$n_2=20$	$n_3=16$	$p_1=0,6$	$p_2=0,8$	$p_3=0,5$
6	$n_1=14$	$n_2=16$	$n_3=20$	$p_1=0,8$	$p_2=0,9$	$p_3=0,7$
7	$n_1=15$	$n_2=17$	$n_3=19$	$p_1=0,6$	$p_2=0,9$	$p_3=0,9$
8	$n_1=20$	$n_2=18$	$n_3=12$	$p_1=0,9$	$p_2=0,7$	$p_3=0,8$
9	$n_1=16$	$n_2=18$	$n_3=10$	$p_1=0,8$	$p_2=0,7$	$p_3=0,6$
10	$n_1=10$	$n_2=12$	$n_3=20$	$p_1=0,7$	$p_2=0,8$	$p_3=0,9$
11	$n_1=20$	$n_2=14$	$n_3=18$	$p_1=0,9$	$p_2=0,8$	$p_3=0,8$
12	$n_1=18$	$n_2=12$	$n_3=16$	$p_1=0,8$	$p_2=0,8$	$p_3=0,7$
13	$n_1=12$	$n_2=20$	$n_3=18$	$p_1=0,9$	$p_2=0,6$	$p_3=0,9$
14	$n_1=8$	$n_2=10$	$n_3=10$	$p_1=0,7$	$p_2=0,8$	$p_3=0,6$
15	$n_1=10$	$n_2=8$	$n_3=10$	$p_1=0,5$	$p_2=0,6$	$p_3=0,7$

б) Две перфораторщицы набили на разных перфораторах по одинаковому комплекту перфокарт. Вероятность того, что первая перфораторщица допустила ошибку равна  $p_1$ , вторая  $p_2$ . Какова вероятность, что при проверке наудачу взятая перфокарта оказалась с ошибкой? Какова вероятность, что эта перфокарта была набита первой перфораторщицей?

16	$p_1=0,05$	$p_2=0,2$	23	$p_1=0,9$	$p_2=0,6$
17	$p_1=0,25$	$p_2=0,15$	24	$p_1=0,6$	$p_2=0,9$
18	$p_1=0,15$	$p_2=0,1$	25	$p_1=0,7$	$p_2=0,9$
19	$p_1=0,1$	$p_2=0,5$	26	$p_1=0,8$	$p_2=0,7$
20	$p_1=0,8$	$p_2=0,1$	27	$p_1=0,9$	$p_2=0,8$
21	$p_1=0,9$	$p_2=0,8$	28	$p_1=0,3$	$p_2=0,2$
22	$p_1=0,9$	$p_2=0,7$	29	$p_1=0,1$	$p_2=0,3$
30	$p_1=0,6$	$p_2=0,74$			

#### Задача 5

а) Прибор состоит из  $n$  узлов. Вероятность безотказной работы в течение гарантийного срока для каждого узла одинакова и равна  $p$ . Выход из строя узлов независимы друг от друга. Найти вероятность того, что за указанный срок откажут два узла, не менее двух узлов.

1	$n=10$	$p=0,8$	9	$n=8$	$p=0,8$
---	--------	---------	---	-------	---------

2	$n=6$	$p=0,9$	10	$n=8$	$p=0,6$
3	$n=10$	$p=0,6$	11	$n=4$	$p=0,7$
4	$n=5$	$p=0,8$	12	$n=6$	$p=0,6$
5	$n=7$	$p=0,8$	13	$n=4$	$p=0,8$
6	$n=7$	$p=0,7$	14	$n=9$	$p=0,7$
7	$n=4$	$p=0,9$	15	$n=8$	$p=0,9$
8	$n=5$	$p=0,9$			

б) Вычислительное устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа каждого элемента за смену равна  $p$ . Найти вероятность того, что за смену откажут  $m$  элементов.

16	$m=6$	$p=0,024$	20	$m=6$	$p=0,0022$
17	$m=2$	$p=0,005$	21	$m=5$	$p=0,0015$
18	$m=2$	$p=0,002$	22	$m=4$	$p=0,002$
19	$m=3$	$p=0,0025$	23	$m=4$	$p=0,021$

в) Тираж книги 5000 экземпляров. Вероятность того, что в книге имеется дефект брошюровки, равна  $p$ . Найти вероятность того, что тираж содержит  $m$  неправильно сброшюрованных книг.

24	$m=6$	$p=0,002$	28	$m=7$	$p=0,0001$
25	$m=5$	$p=0,0001$	29	$m=9$	$p=0,0003$
26	$m=28$	$p=0,0006$	30	$m=10$	$p=0,002$
27	$m=10$	$p=0,001$			

### Задача 6

а) Бригада рабочих за смену изготавливает  $n$  деталей. Вероятность того, что каждая изготовленная деталь высшего качества равна  $p$ . Какова вероятность того, что за смену изготовлено  $m$  деталей высшего качества?

1	$n=725$	$p=0,75$	$m=525$
2	$n=750$	$p=0,6$	$m=625$
3	$n=625$	$p=0,8$	$m=570$
4	$n=150$	$p=0,6$	$m=75$
5	$n=400$	$p=0,9$	$m=165$
6	$n=225$	$p=0,8$	$m=165$
7	$n=192$	$p=0,75$	$m=150$
8	$n=245$	$p=0,25$	$m=70$
9	$n=625$	$p=0,65$	$m=370$
10	$n=600$	$p=0,6$	$m=375$
11	$n=300$	$p=0,75$	$m=240$
12	$n=400$	$p=0,9$	$m=372$
13	$n=400$	$p=0,8$	$m=330$
14	$n=800$	$p=0,4$	$m=600$
15	$n=800$	$p=0,5$	$m=650$

б) При установившемся технологическом процессе завод выпускает в среднем  $p\%$  продукции первого сорта. Какова вероятность того, что в партии из  $n$  изделий, прошедших через отдел технического контроля, количество изделий первого сорта будет не менее  $m_1$  и не более  $m_2$ ?

16	$n=725$	$p=65$	$m_1=620$	$m_2=680$
17	$n=1000$	$p=70$	$m_1=652$	$m_2=760$
18	$n=625$	$p=64$	$m_1=400$	$m_2=450$
19	$n=300$	$p=45$	$m_1=75$	$m_2=90$
20	$n=225$	$p=25$	$m_1=45$	$m_2=60$

21	$n=400$	$p=50$	$m_1=190$	$m_2=215$
22	$n=625$	$p=36$	$m_1=225$	$m_2=255$
23	$n=300$	$p=75$	$m_1=215$	$m_2=225$
24	$n=600$	$p=40$	$m_1=210$	$m_2=252$
25	$n=400$	$p=90$	$m_1=345$	$m_2=372$
26	$n=100$	$p=80$	$m_1=72$	$m_2=84$
27	$n=150$	$p=60$	$m_1=78$	$m_2=96$
28	$n=200$	$p=65$	$m_1=0$	$m_2=50$
29	$n=400$	$p=55$	$m_1=100$	$m_2=300$
30	$n=400$	$p=60$	$m_1=50$	$m_2=100$

### Задача 7

а) Вычислительное устройство состоит из  $n$  независимо работающих элементов. Вероятность выхода из строя каждого элемента одинакова и равна  $p$ . Составить закон распределения случайной величины  $\xi$  – числа отказавших элементов. Построить график функции распределения  $F(x)$ . Найти  $M(\xi)$  и  $D(\xi)$ .

1	$n=2$	$p=0,4$	9	$n=4$	$p=0,1$
2	$n=3$	$p=0,12$	10	$n=3$	$p=0,15$
3	$n=4$	$p=0,15$	11	$n=3$	$p=0,2$
4	$n=2$	$p=0,3$	12	$n=2$	$p=0,2$
5	$n=2$	$p=0,25$	13	$n=2$	$p=0,1$
6	$n=3$	$p=0,75$	14	$n=3$	$p=0,1$
7	$n=3$	$p=0,4$	15	$n=4$	$p=0,5$
8	$n=4$	$p=0,2$			

б). При обработке деталей на станке автомате вероятность выхода размеров обрабатываемых деталей за границы «допуска» постоянна и равна  $p$ . Для контроля качества отбирают  $n$  деталей. Построить график функции распределения  $F(x)$  случайной величины  $\xi$  – числа нестандартных деталей. Найти  $M(\xi)$  и  $D(\xi)$ . Определить наивероятнейшее число нестандартных изделий.

16	$n=5$	$p=0,1$	24	$n=3$	$p=0,15$
17	$n=5$	$p=0,15$	25	$n=3$	$p=0,1$
18	$n=2$	$p=0,2$	26	$n=2$	$p=0,1$
19	$n=3$	$p=0,25$	27	$n=2$	$p=0,15$
20	$n=4$	$p=0,15$	28	$n=4$	$p=0,2$
21	$n=4$	$p=0,1$	29	$n=6$	$p=0,1$
22	$n=3$	$p=0,2$	30	$n=5$	$p=0,2$
23	$n=4$	$p=0,2$			

### Задача 8

Задана плотность распределения вероятностей  $f(x)$ . Определить коэффициент  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ ,  $M(\xi)$ ,  $D(\xi)$ , вероятность попадания случайной величины  $\xi$  в интервал  $(\alpha, \beta)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

1. $\alpha=0, \beta=\frac{1}{2}, f(x)=\begin{cases} (a-x)^2, & x \in [-1, 1], \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$	2. $\alpha=\frac{\pi}{2}, \beta=\frac{3\pi}{4}, f(x)=\begin{cases} a \sin 2x, & x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right], \\ 0, & x \notin \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]. \end{cases}$
3. $\alpha=1, \beta=2, f(x)=\begin{cases} a(x+1), & x \in [0, 3], \\ 0, & x \notin [0, 3]. \end{cases}$	4. $\alpha=2, \beta=3, f(x)=\begin{cases} a, & x \in [1, 4], \\ 0, & x \notin [1, 4]. \end{cases}$

5. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a \cos x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$	6. $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1, x \in [0, 1], \\ 0, x \notin [0, 1]. \end{cases}$
7. $\alpha = 0, \beta = \frac{1}{6}, f(x) = \begin{cases} ax + 2, x \in \left[0, \frac{1}{3}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{1}{3}\right]. \end{cases}$	8. $\alpha = 2, \beta = 2, 5, f(x) = \begin{cases} ax^2, x \in [2, 3], \\ 0, x \notin [2, 3]. \end{cases}$
9. $\alpha = 2, \beta = 3, f(x) = \begin{cases} a, x \in [2, 6], \\ 0, x \notin [2, 6]. \end{cases}$	10. $\alpha = 2, \beta = 2, 5, f(x) = \begin{cases} a(x - 2), x \in [2, 3], \\ 0, x \notin [2, 3]. \end{cases}$
11. $\alpha = 4, \beta = 4, 5, f(x) = \begin{cases} a(x - 4), x \in [4, 5], \\ 0, x \notin [4, 5]. \end{cases}$	12. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{12}, f(x) = \begin{cases} a \cos x, x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{6}\right]. \end{cases}$
13. $\alpha = 2, \beta = 2, 5, f(x) = \begin{cases} a, x \in [2, 3], \\ 0, x \notin [2, 3]. \end{cases}$	14. $\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax^2, x \in [0, 1], \\ 0, x \notin [0, 1]. \end{cases}$
15. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{2}, f(x) = \begin{cases} a \sin \frac{x}{3}, x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]. \end{cases}$	16. $\alpha = 0, \beta = \frac{1}{6}, f(x) = \begin{cases} ax + 2, x \in \left[0, \frac{1}{3}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{1}{3}\right]. \end{cases}$
17. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a \sin x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$	18. $\alpha = -\frac{a}{2}, \beta = \frac{a}{2}, f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}},  x  < a, \\ 0, x \geq a. \end{cases}$
19. $\alpha = 2, \beta = 2, 5, f(x) = \begin{cases} a(x - 2), x \in [2, 3], \\ 0, x \notin [2, 3]. \end{cases}$	20. $\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} ax, x \in [0, 1], \\ 0, x \notin [0, 1]. \end{cases}$
21. $\alpha = 0, \beta = 2, f(x) = \begin{cases} a(3x - x^2), x \in [0, 3], \\ 0, x \notin [0, 3]. \end{cases}$	22. $\alpha = 0, \beta = 1, 5, f(x) = \begin{cases} a(x - 1), x \in [1, 2], \\ 0, x \notin [1, 2]. \end{cases}$
23. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{4}, f(x) = \begin{cases} a \cos x, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$	24. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{6}, f(x) = \begin{cases} a \sin 3x, x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{3}\right]. \end{cases}$
25. $\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{6}, f(x) = \begin{cases} a \sin 2x, x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{4}\right]. \end{cases}$	26. $\alpha = 0, \beta = 1, f(x) = \begin{cases} ax, x \in [0, 2], \\ 0, x \notin [0, 2]. \end{cases}$
27. $\alpha = 1, \beta = 2, f(x) = \begin{cases} ax^2, x \in [-2, 2], \\ 0, x \notin [-2, 2]. \end{cases}$	28. $\alpha = -1, \beta = 1, f(x) = \begin{cases} ax^4, x \in [-3, 3], \\ 0, x \notin [-3, 3]. \end{cases}$
29. $\alpha = 1, \beta = 3, f(x) = \begin{cases} a(x + 4), x \in [-3, 3], \\ 0, x \notin [-3, 3]. \end{cases}$	30. $\alpha = 0, \beta = 1, f(x) = \begin{cases} a(x + 3), x \in [-2, 2], \\ 0, x \notin [-2, 2]. \end{cases}$

### Задача 9

Завод выпускает детали, стандартная длина которых  $a$  мм. Рассмотрим длину детали как случайную величину  $\xi$ , распределенную по нормальному закону со средним квадратическим отклонением  $\sigma$  и математическим ожиданием  $a$ , определить:

- 1) вероятность того, что длина наудачу выбранной детали будет больше  $\alpha$  и меньше  $\beta$ .  
 2) вероятность отклонения длины детали от стандартного размера  $a$  более чем  $\delta$  мм.

1. $a=2,5, \sigma=1, \alpha=0, \beta=2, \delta=3$	2. $a=6, \sigma=3, \alpha=0, \beta=5, \delta=2$
3. $a=2,5, \sigma=2, \alpha=0,5, \beta=1,5, \delta=2$	4. $a=15, \sigma=2, \alpha=7, \beta=9, \delta=3$
5. $a=2, \sigma=1, \alpha=0,5, \beta=1, \delta=2$	6. $a=18, \sigma=3, \alpha=10, \beta=24, \delta=2$
7. $a=36, \sigma=6, \alpha=28, \beta=42, \delta=3$	8. $a=64, \sigma=8, \alpha=60, \beta=70, \delta=5$
9. $a=18, \sigma=8, \alpha=12, \beta=27, \delta=1,5$	10. $a=26, \sigma=6, \alpha=20, \beta=30, \delta=2$
11. $a=40, \sigma=4, \alpha=32, \beta=42, \delta=4$	12. $a=27, \sigma=3, \alpha=20, \beta=25, \delta=2,5$
13. $a=65, \sigma=8, \alpha=50, \beta=70, \delta=4$	14. $a=28, \sigma=9, \alpha=20, \beta=32, \delta=3$
15. $a=46, \sigma=9, \alpha=35, \beta=55, \delta=3$	16. $a=55, \sigma=8, \alpha=40, \beta=60, \delta=3,6$
17. $a=12, \sigma=6, \alpha=4, \beta=15, \delta=1,2$	18. $a=14, \sigma=8, \alpha=6, \beta=17, \delta=2$
19. $a=10, \sigma=4, \alpha=2, \beta=15, \delta=1,5$	20. $a=25, \sigma=6, \alpha=20, \beta=27, \delta=1$
21. $a=40, \sigma=6, \alpha=34, \beta=43, \delta=1,5$	22. $a=45, \sigma=5, \alpha=40, \beta=48, \delta=3$
23. $a=35, \sigma=4, \alpha=27, \beta=37, \delta=2$	24. $a=10, \sigma=8, \alpha=8, \beta=16, \delta=0,5$
25. $a=30, \sigma=3, \alpha=24, \beta=33, \delta=1,5$	26. $a=48, \sigma=4, \alpha=45, \beta=56, \delta=3$
27. $a=60, \sigma=6, \alpha=54, \beta=70, \delta=2$	28. $a=36, \sigma=8, \alpha=30, \beta=40, \delta=2$
29. $a=20, \sigma=3, \alpha=17, \beta=26, \delta=1,5$	30. $a=50, \sigma=5, \alpha=45, \beta=52, \delta=3$

### Задача 10

Задана дискретная двумерная случайная величина  $\delta = (\xi, \eta)$ . Найти коэффициент корреляции  $r$ .

1	$\xi$	0,2	0,6	0,9
	$\eta$			
	2	0,1	0,3	0,12
	4	0,07	0,28	0,13

2	$\xi$	2	4	5
	$\eta$			
	1	0,25	0,17	0,13
	1,5	0,16	0,08	0,21

3	$\xi$	1	2	5
	$\eta$			
	0,3	0,22	0,1	0,17
	0,6	0,06	0,27	0,18

4	$\xi$	3	5	6
	$\eta$			
	2	0,18	0,12	0,33
	6	0,2	0,08	0,09

5	$\xi$	2	3	5
	$\eta$			
	5	0,1	0,15	0,25
	7	0,25	0,1	0,15

6	$\xi$	6	9	10
	$\eta$			
	0,1	0,15	0,1	0,25
	0,3	0,1	0,25	0,15

7	$\xi$	0,5	0,9	1,1
	$\eta$			
	2	0,1	0,13	0,26
	5	0,12	0,07	0,32

8	$\xi$	1	3	6
	$\eta$			
	0,8	0,1	0,09	0,2
	1,1	0,16	0,2	0,25

9	$\xi$	1	2	4
	$\eta$			
	0,5	0,09	0,06	0,22
	0,7	0,33	0,12	0,18

10	$\xi$	2	3	6
	$\eta$			
	0,2	0,13	0,21	0,07
	0,7	0,32	0,1	0,17

11	$\xi$	0,2	0,4	0,7
	$\eta$			
	2	0,1	0,15	0,25
	5	0,25	0,1	0,15

12	$\xi$	1	3	5
	$\eta$			
	0,2	0,13	0,21	0,07
	0,9	0,32	0,1	0,17

13	$\xi$	0,1	0,3	0,6
	$\eta$			
	2	0,16	0,2	0,09
	4	0,25	0,2	0,1

14	$\xi$	6	9	11
	$\eta$			
	0,1	0,32	0,12	0,13
	0,3	0,07	0,26	0,1

15	$\xi$	0,5	0,9	1,1
	$\eta$			
	2	0,18	0,12	0,35
	6	0,22	0,06	0,09

16	$\xi$	3	5	6
	$\eta$			
	1	0,1	0,15	0,25
	2	0,25	0,1	0,15

17	$\xi$	2	4	5
	$\eta$			
	0,5	0,1	0,17	0,06
	0,7	0,27	0,18	0,22

18	$\xi$	2	3	6
	$\eta$			
	2	0,06	0,27	0,18
	5	0,22	0,1	0,17

19	$\xi$	1	3	4
	$\eta$			
	0,4	0,13	0,21	0,07
	0,8	0,32	0,1	0,17

20	$\xi$	2	4	5
	$\eta$			
	3	0,16	0,2	0,09
	5	0,25	0,2	0,1

21	$\xi$	0,5	0,9	1,1
	$\eta$			
	1	0,21	0,16	0,08
	3	0,25	0,17	0,13

22	$\xi$	1	3	5
	$\eta$			
	0,2	0,18	0,12	0,35
	0,9	0,2	0,06	0,09

23	$\xi$	6	9	11
	$\eta$			
	2	0,1	0,15	0,25
	5	0,25	0,1	0,15

24	$\xi$	0,1	0,3	0,6
	$\eta$			
	2	0,06	0,27	0,18
	6	0,22	0,1	0,17

25	$\xi$	0,2	0,4	0,7
	$\eta$			
	2	0,18	0,12	0,33
	4	0,2	0,08	0,09

26	$\xi$	3	5	6
	$\eta$			
	0,1	0,32	0,12	0,13
	0,3	0,07	0,26	0,1

27	$\xi$	2	3	6
	$\eta$			
	0,5	0,06	0,27	0,18
	0,7	0,22	0,1	0,17

28	$\xi$	1	3	4
	$\eta$			
	2	0,21	0,16	0,08
	5	0,25	0,17	0,13

29	$\xi$	0,2	0,6	1,0
	$\eta$			
	3	0,13	0,21	0,07
	5	0,32	0,1	0,17

30	$\xi$	2	4	5
	$\eta$			
	0,4	0,1	0,15	0,25
	0,8	0,25	0,1	0,15

### Контрольная работа № 2 (Математическая статистика)

В вариантах заданий приведены результаты наблюдений случайных величин (СВ)  $X, Y$ . Требуется:

1. Представить выборку для СВ  $X$  в виде таблицы частот;
2. Построить гистограмму относительно частот СВ  $X$ ;
3. Рассчитать выборочные средние,  $\bar{X}, \bar{Y}$  «исправленные» выборочные дисперсии  $S^{*2}(X), S^{*2}(Y)$ ;
4. По критерию  $\chi^2$  – Пирсона проверить гипотезу о нормальном распределении СВ  $X$ ;
5. Найти интервальные оценки математического ожидания  $M(X)$  и среднеквадратического отклонения  $\sigma(X)$  в предположении, что СВ  $X$ ; имеет нормальное распределение;
6. Рассчитать выборочный коэффициент корреляции;
7. Проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции;
8. Найти выборочные уравнения линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  и построить их графики.

**Примечание.** В пп. 4, 5, 7 принять уровень значимости  $\alpha=0,05$ .

**Пример.** Результаты наблюдений системы СВ  $X, Y$  представлены в табл. 1.

Таблица 1

$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$	$X$	$Y$
4,4	10,1	4,1	6,9	5,1	7,1	4,8	11,3	4,9	5,6	5,1	6,1	4,7	7,6
4,1	10,7	6,7	10,1	3,3	13,0	5,3	11,5	5,7	8,0	3,0	12,1	2,3	11,4
4,7	7,1	6,1	3,9	3,9	13,5	3,3	10,7	5,1	13,9	4,4	14,4	4,3	9,5
5,9	7,8	5,2	8,3	4,0	11,1	4,9	7,9	4,8	6,2	3,6	7,4	4,6	10,3
4,5	10,7	5,3	4,9	2,3	10,4	2,5	14,2	3,8	10,7	5,0	8,4	4,0	7,1
5,5	9,5	3,2	11,4	4,3	10,6	2,5	12,4	3,5	8,0	3,5	12,1	3,9	8,3
4,1	11,9	4,3	10,9	4,3	11,2	5,0	8,4	3,8	14,1	6,1	5,5	4,6	9,3
4,6	13,9	4,3	10,1	5,9	9,0	5,2	10,7	7,2	12,2	4,3	9,4	3,4	9,9
5,1	9,1	4,4	6,7	6,3	2,8	3,9	11,9	4,5	10,1	3,6	10,0	2,8	16,8
5,5	8,0	5,3	10,8	4,8	10,4	3,7	9,1	4,2	8,5	4,8	13,1	5,5	7,3
3,9	9,6	5,2	7,7	4,6	11,4	4,0	11,6	4,3	10,9	3,9	10,4	4,6	9,5

4,6	9,7	6,2	5,7	3,3	12,8	3,9	13,3	4,1	11,9	3,9	12,6	4,7	12,3
6,5	5,5	4,9	9,1	4,9	9,8	7,2	3,3	5,8	4,5	4,7	11,0	4,9	6,3
5,7	3,9	4,9	9,3	4,0	11,7	3,7	10,6	3,8	9,8	4,2	10,9	4,3	12,0
5,0	13,1	3,4	7,0										

1. Составляем таблицу частот. Длину интервала находим по формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3.322 \lg n}$$

В нашем случае  $n = 100$ ,  $x_{\min} = 2.30$ ,  $x_{\max} = 7.20$ . Следовательно,

$$h = \frac{7.20 - 2.30}{1 + 3.322 \lg 100} = 0.6410.$$

Округляем полученное значение, полагая  $h = 0.70$ . В качестве левого конца первого интервала берем точку

$$x_{\min} - \frac{h}{2} = 2.30 - 0.35 = 1.95.$$

Составим таблицу частот (таблица 2).

Таблица 2

Интервалы ( $a_i; a_{i+1}$ )	$n_i$	$W_i = \frac{n_i}{n}$	$W_i / h$
(1.95; 2.65]	4	0.04	0.057
(2.65; 3.35]	7	0.07	0.100
(3.35; 4.05]	22	0.22	0.314
(4.05; 4.75]	29	0.29	0.414
(4.75; 5.45]	23	0.23	0.329
(5.45; 6.15]	10	0.10	0.143
(6.15; 6.85]	4	0.04	0.057
(6.85; 7.55]	1	0.01	0.014
$\Sigma$	100	1	

2. По таблице частот строим гистограмму (рис. 1) относительно частот, откладывая по оси абсцисс интервалы ( $a_i; a_{i+1}$ ), на оси ординат – соответствующие им значения  $W_i / h$ .

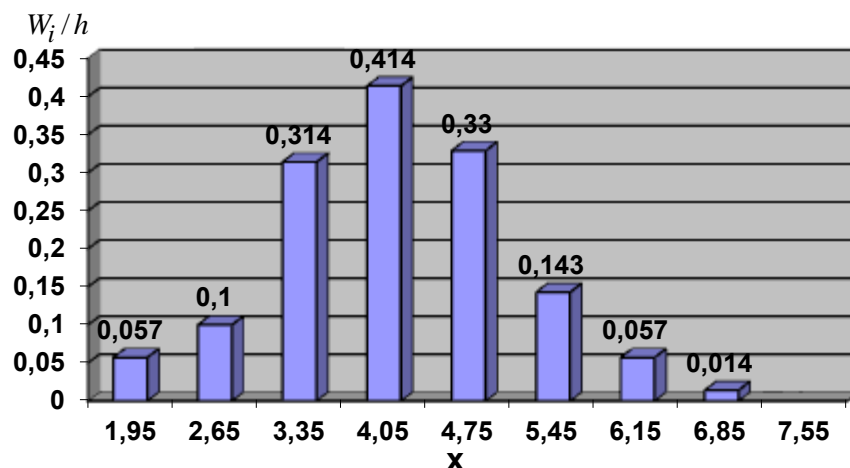


Рисунок 1

3. Числовые характеристики выборки рассчитываем по формулам

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, S^{*2}(X) = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2 \right);$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, S^{*2}(Y) = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{Y}^2 \right).$$

Результаты расчетов

$$\bar{X} = 4.487; S^{*2}(X) = 0.9088; S^*(X) = 0.953.$$

$$\bar{Y} = 9.705; S^{*2}(Y) = 7.2952; S^*(Y) = 2.701.$$

4. Проверим гипотезу о нормальном распределении СВ  $X$  по критерию  $\chi^2$ -Пирсона. Вычисляем:

$$\chi_B^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i},$$

где  $r$  – число интервалов;

$n_i$  – эмпирические (наблюдаемые) частоты (количество элементов выборки, принадлежащих  $i$ -му интервалу);

$np_i$  – теоретические частоты, где  $p_i = P(a_{i-1} < X \leq a_i)$  (вероятность попадания СВ  $X$  на интервал  $(a_{i-1}, a_i)$ ).

Так как проверяется гипотеза о нормальном распределении СВ  $X$  то  $p_i$  рассчитываются по формуле

$$p_i = \Phi\left(\frac{a_i - \bar{X}}{S^*(X)}\right) - \Phi\left(\frac{a_{i-1} - \bar{X}}{S^*(X)}\right),$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа.

Интервалы нужно выбирать так, чтобы в каждом интервале выполнялось условие  $np_i > 10$ . Если для каких-то интервалов это условие не выполнено, их следует объединить с соседними. Первый и последний интервалы расширить до  $-\infty$  и  $+\infty$ , соответственно. Значения функции Лапласа берутся из таблицы 2 (с учетом  $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ ).

Вычисляем вероятность  $p_i$ :

$$p_1 = P(-\infty < x < 2.65) = \Phi\left(\frac{2.65 - 4.487}{0.953}\right) - \Phi(-\infty) = \Phi(-1.93) + 0.5 = -0.4732 + 0.5 = 0.0268;$$

$$p_2 = P(2.65 < x < 3.35) = \Phi\left(\frac{3.35 - 4.487}{0.953}\right) - \Phi\left(\frac{2.65 - 4.487}{0.953}\right) = \Phi(-1.19) - \Phi(-1.93) = \\ = -0.3830 + 0.4732 = 0.0902$$

Аналогично,  $p_3 = 0.2058$ ,  $p_4 = 0.2875$ ,  $p_5 = 0.2335$ ,  $p_6 = 0.1161$ ,  $p_7 = 0.0335$ ,

$$p_8 = P(6.85 < x < +\infty) = \Phi(+\infty) - \Phi\left(\frac{6.85 - 4.487}{0.953}\right) = 0.5 - \Phi(2.48) = 0.5 - 0.4934 = 0.0066.$$

Проверяем условие  $np_i > 10$ .

$$np_1 = 2.690 < 10,$$

$$np_2 = 9.020 < 10,$$

$$np_3 = 20.580 > 10,$$

$$np_4 = 28.750 > 10,$$

$$np_5 = 23.350 > 10,$$

$$np_6 = 11.610 > 10,$$

$$np_7 = 3.350 < 10,$$

$$np_8 = 0.660 < 10.$$

Объединяем первый и второй интервалы в один –  $(-\infty; 3.35]$ , а также шестой, седьмой и восьмой –  $(5.45; +\infty)$ .

Подсчитываем

$$P(-\infty < x \leq 3.35) = P(-\infty < x \leq 2.65) + P(2.65 < x \leq 3.35) = 0.0268 + 0.0902 = 0.117.$$

Аналогично,

$$P(5.45 < x < +\infty) = 0.1562.$$

Составляем таблицу.

Таблица 3

Интервалы ( $a_i; a_{i+1}$ )	Эмпир. частоты $n_i$	Вероятности $p_i$	Теор. частоты $np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-\infty; 3.35)$	11	0.1170	11.70	0.0419
$(3.35; 4.05]$	22	0.2058	20.580	0.0980
$(4.05; 4.75]$	29	0.2875	28.750	0.0022
$(4.75; 5.45]$	23	0.2335	23.350	0.0052
$(5.45; +\infty)$	15	0.1562	15.62	0.0246
$\Sigma$	100	1.0000	100.000	0.1719

Находим критическую точку  $\chi_k^2 = \chi_{0.95}^2$ . Число степеней свободы равно  $r - l - 1$  ( $r$  – число интервалов,  $l$  – число неизвестных параметров распределения). В нашем случае число степеней свободы равно  $5 - 2 - 1 = 2$ . По таблице 6 (см. Приложение) находим  $\chi_k^2 = 5.991$ .

Таким образом,

$$\chi_B^2 = 0.1719, \quad \chi_k^2 = 5.991.$$

Так как  $\chi_B^2 < \chi_k^2$ , то гипотеза о нормальном распределении СВ  $X$  принимается..

5. Находим интервальную оценку параметра  $a = M(X)$  – математического ожидания СВ  $X$ . Доверительный интервал определяется соотношением

$$\bar{X} - \delta < a < \bar{X} + \delta,$$

где  $\delta = \frac{t_\gamma S^*(X)}{\sqrt{n}}$ . Число  $t_\gamma$ , где  $\gamma = 1 - \alpha = 0.95$ , находим по таблице. В нашем случае

$$t_\gamma = 1.984. \quad \text{Тогда } \delta = \frac{1.984 \cdot 0.953}{\sqrt{100}} = 0.189 \text{ и}$$

$$\bar{X} - \delta = 4.487 - 0.189 = 4.298,$$

$$\bar{X} + \delta = 4.487 + 0.189 = 4.676.$$

Таким образом,

$4.298 < a < 4.676$  – искомый доверительный интервал.

Интервальная оценка параметра  $\sigma = \sigma(X)$  находится по формуле

$$S^*(X)(1 - q) < \sigma(X) < S^*(X)(1 + q) \text{ при } q < 1,$$

$$0 < \sigma(X) < S^*(X)(1 + q) \text{ при } q > 1,$$

где  $q$  находим по таблице 4 (см. приложение).

В нашем случае  $q = 0.143$ ,  $S^*(X) = 0.953$ . Получаем

$$0.953(1-0.143) < \sigma < 0.953(1+0.143).$$

$0.817 < \sigma < 1.089$  – искомый доверительный интервал.

Проведем корреляционный анализ случайных величин  $X$  и  $Y$  по выборочным данным.

6. Найдем выборочный коэффициент корреляции

$$r_B = \frac{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{X} \bar{Y} \right)}{\left( S^*(X) S^*(Y) \right)}.$$

Результаты расчета:

$$r_B = \frac{\left( \frac{1}{100} \sum_{i=1}^n x_i y_i - 4.487 \cdot 9.705 \right)}{(0.953 \cdot 2.701)} = -0.5910.$$

7. Проверяем значимость найденного коэффициента корреляции. Для этого вычисляем

$$t_B = r_B \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}$$

и сравниваем с  $t_k = t_\alpha$ , найдем по таблице 7 критических точек распределения Стьюдента

$$t_\alpha = 1.98.$$

В нашем случае

$$t_B = \frac{-0.591 \cdot \sqrt{98}}{\sqrt{1-(-0.591)^2}} = -7.253.$$

Так как  $|t_B| > t_\alpha$ , то выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, т.е. можно считать (с надежностью  $\gamma = 1 - \alpha = 1 - 0.05 = 0.95$ ) что случайные величины  $X$  и  $Y$  коррелированы.

8. Найдем уравнение выборочной прямой среднеквадратической регрессии  $Y$  на  $X$ :

$$y = \bar{Y} + r_B \frac{S^*(Y)}{S^*(X)} (x - \bar{X}).$$

В нашем случае

$$y = 9.705 - 0.591 \frac{2.701}{0.953} (x - 4.487).$$

или

$$y = -1.675x + 17.221.$$

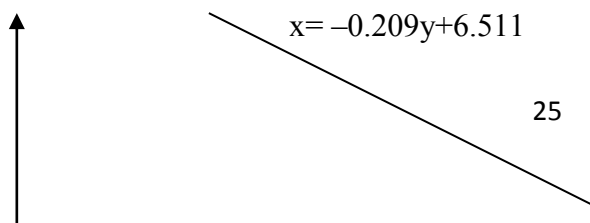
Аналогично находим уравнение линии регрессии  $X$  на  $Y$ .

$$x = \bar{X} + r_B \frac{S^*(X)}{S^*(Y)} (y - \bar{Y}),$$

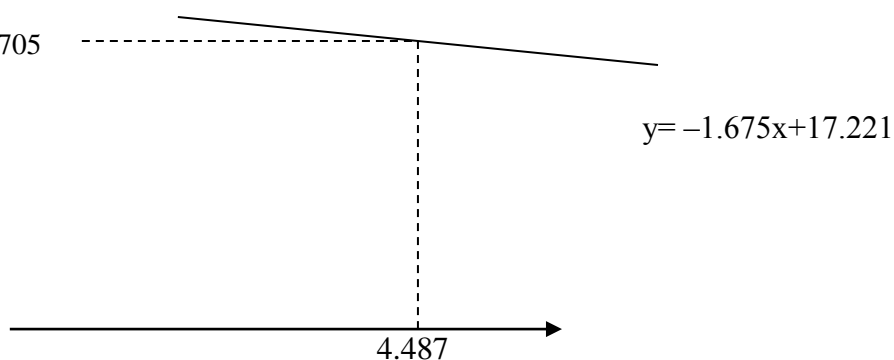
$$x = 4.487 - 0.591 \frac{0.953}{2.701} (y - 9.705),$$

$$x = -0.209y + 6.511.$$

Посмотрим графики полученных линий.



9.705



### Варианты заданий

#### Вариант 1

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
21	17	25	53	31	54	21	31	19	27	16	51
14	24	22	61	23	44	18	55	23	52	19	43
26	37	19	29	12	9	27	67	25	54	26	51
26	85	17	33	22	28	23	57	21	47	31	68
23	68	21	36	22	47	17	32	16	50	25	48
23	56	11	-1	9	24	15	5	13	12	26	70
13	-1	22	63	25	75	19	63	24	73	15	44
23	43	11	34	16	25	20	36	21	52	23	37
30	60	12	2	12	12	27	67	24	49	21	44
13	32	31	69	15	13	36	70	15	23	15	8
24	42	21	60	21	26	33	83	19	56	24	67
31	63	24	36	24	37	23	50	20	38	13	47
12	28	21	45	22	17	16	37	12	22	23	58
23	54	12	16	11	0	26	53	17	34	21	27
24	60	19	39	21	8	20	38	33	78	27	55
23	64	18	43	14	29	21	59	17	48		
22	47	15	38	26	53	23	44	20	17		

#### Вариант 2

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
28	28	15	33	21	36	20	19	16	19	20	32
18	23	23	28	17	17	19	29	34	57	8	17
21	41	20	23	25	27	30	50	15	20	20	16
23	35	21	37	23	25	18	25	23	30	32	67
31	39	35	62	32	48	30	51	21	32	22	26
18	13	22	21	17	26	22	23	26	41	27	49
12	-14	22	43	17	25	21	54	19	20	17	32
25	34	14	21	16	27	15	20	25	43	24	44
25	30	24	23	27	32	32	38	12	29	26	41
15	21	4	-1	19	19	29	59	18	28	21	47
25	38	22	34	24	38	14	15	21	30	24	48
14	23	17	37	31	40	18	16	27	35	26	51
22	49	26	43	23	52	23	31	9	10	16	14
18	13	20	12	26	43	22	23	23	37	22	18
22	42	14	15	20	20	16	26	28	46	21	23
4	11	19	16	19	29	16	13	27	52		
15	19	28	51	18	21	23	23	22	25		

#### Вариант 3

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	14	37	7	23	19	30	12	9	33	32	10
18	22	30	21	15	25	41	15	41	15	27	19
30	12	23	13	23	23	22	14	10	27	28	13
34	18	23	25	33	16	26	13	26	1	26	18
21	13	35	20	26	16	25	17	20	13	30	16
30	13	35	15	32	7	38	12	29	15	27	18
16	21	29	20	34	10	15	26	32	13	20	30
26	12	26	23	24	22	32	18	25	21	35	17
27	27	26	18	19	18	22	14	14	24	14	23
25	22	30	22	22	20	29	17	25	15	29	13
23	16	35	16	36	15	39	9	26	12	35	10
21	14	16	24	35	10	25	16	30	18	24	22
26	8	20	22	30	18	40	10	15	21	36	10
13	24	35	9	31	18	6	32	13	27	31	13
33	17	32	15	42	12	31	17	10	28	28	18
20	20	14	33	15	27	23	23	37	8		
22	17	40	22	20	17	29	9	23	19		

#### Вариант 4

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
15	53	22	37	17	41	24	29	32	11	20	50
24	16	16	45	20	39	26	15	21	38	18	51
21	30	22	39	22	21	18	31	19	34	22	22
20	44	21	38	9	68	20	41	22	42	20	23
25	23	19	29	20	36	26	36	11	51	22	39
16	38	24	30	23	31	11	37	17	51	31	21
19	40	11	52	19	33	9	60	17	22	15	49
29	30	32	12	25	20	13	48	15	52	22	32
29	20	13	55	13	43	16	38	25	32	21	41
27	20	19	46	19	36	25	15	14	35	15	50
26	14	20	25	19	29	14	47	15	53	22	23
13	38	22	26	4	63	20	27	15	42	22	35
20	27	19	47	33	24	23	20	22	33	25	36
17	42	10	47	28	23	15	33	20	34	13	48
21	36	31	21	22	26	15	58	16	43	14	27
13	50	16	42	18	37	18	29	24	32		
16	44	26	39	17	34	19	28	20	29		

#### Вариант 5

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
35	42	28	43	20	47	27	40	20	49	19	67
24	45	23	43	21	59	10	74	21	55	14	92
22	57	33	47	25	30	27	53	21	71	26	48
17	49	24	54	17	57	24	40	24	66	10	84
29	50	18	59	29	54	23	39	35	42	20	54
25	3	22	58	21	56	19	53	28	21	19	66
17	61	11	64	18	75	36	38	31	40	17	41
27	16	23	43	15	48	19	51	19	49	13	69
18	67	26	43	29	43	36	26	17	55	18	59

16	51	27	47	21	56	28	50	20	57	11	71
12	70	17	52	30	34	17	87	23	39	23	61
21	47	26	46	20	46	20	52	20	57	19	67
28	53	22	61	33	35	17	72	8	86	24	65
20	56	26	47	33	44	25	56	11	76	19	45
22	50	19	55	14	62	17	69	25	29	30	37
10	83	20	52	18	50	22	41	22	51		
20	67	25	66	31	64	15	77	24	48		

**Вариант 6**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
22	25	20	14	16	18	17	23	9	33	19	26
25	17	24	10	15	17	16	21	15	22	10	35
17	21	14	22	16	23	21	26	16	22	20	17
18	28	13	21	14	16	15	24	22	21	19	25
11	36	15	28	16	23	19	23	22	18	19	26
13	23	13	31	17	20	22	14	24	17	17	26
17	28	19	22	18	21	23	20	15	17	21	29
19	22	13	27	9	23	30	23	16	26	13	25
21	18	13	28	19	20	20	27	19	18	16	33
19	21	19	14	20	19	20	19	19	27	20	18
15	23	13	36	21	23	23	14	16	24	6	28
14	28	13	30	18	17	25	15	19	25	20	17
9	29	18	20	3	19	21	14	13	32	14	24
19	26	28	18	10	30	13	35	21	19	19	19
21	28	14	21	13	17	23	24	22	23	12	32
15	27	17	26	16	23	14	26	16	32		
15	29	10	30	20	28	11	20	16	20		

**Вариант 7**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
22	48	17	43	14	63	20	62	24	54	23	67
6	82	15	70	22	50	19	38	7	72	13	70
30	27	22	51	21	49	28	42	32	21	33	37
13	44	19	71	29	24	21	50	9	76	21	63
17	67	19	47	16	71	20	56	23	39	22	55
22	45	15	79	21	42	22	47	13	66	23	50
21	47	20	61	14	76	21	48	23	30	30	32
24	56	36	50	29	39	25	62	12	62	21	43
27	42	11	80	26	47	19	47	18	66	25	38
26	36	20	64	23	56	18	63	16	54	28	34
30	33	31	31	23	61	11	54	26	48	25	69
18	77	22	39	21	45	19	59	20	59	20	58
19	67	5	77	17	49	26	30	23	35	20	58
22	49	24	44	22	32	20	29	18	64	25	61
18	58	11	63	14	73	26	44	17	54	23	64
25	68	25	43	27	56	24	67	26	15		
22	44	26	36	15	52	25	34	22	65		

**Вариант 8**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
12	26	11	22	6	11	18	33	16	23	17	22
18	29	19	42	20	33	18	10	12	18	20	20
23	35	22	31	23	38	13	12	25	51	16	19
14	15	9	5	13	26	20	32	24	34	16	34
20	39	15	23	26	47	15	20	21	28	23	37
19	33	13	23	11	15	19	27	20	34	20	28
14	12	17	14	13	26	23	44	15	15	21	29
8	2	15	17	13	15	18	20	12	16	12	14
17	29	10	5	14	24	14	21	16	35	18	14
17	13	20	38	16	19	14	23	16	30	8	12
18	20	11	18	18	27	16	12	19	29	13	22
21	33	20	22	23	42	18	24	21	30	14	10
15	22	12	13	14	19	20	13	9	19	20	33
7	20	17	32	17	34	14	28	15	22	13	22
22	43	12	15	15	26	11	23	10	15	15	27
8	15	17	26	19	45	13	36	13	19		
16	10	6	7	15	30	16	13	16	19		

**Вариант 9**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
15	28	16	40	17	31	13	41	9	49	13	53
14	36	14	48	10	41	13	42	14	27	18	27
11	36	16	30	16	33	14	40	15	49	12	33
14	34	16	35	13	39	12	46	11	49	14	37
11	56	8	50	19	46	14	32	15	40	17	34
10	56	13	36	14	30	13	33	17	39	15	42
12	25	13	37	6	58	12	39	9	59	11	39
9	37	18	36	13	42	13	39	16	40	9	33
15	34	18	28	15	34	19	26	8	41	13	29
10	32	9	34	10	46	16	33	10	37	15	28
12	46	17	30	11	46	13	33	15	32	12	43
21	27	15	39	12	46	14	30	11	45	46	32
16	14	11	42	11	42	13	54	15	39	13	35
12	48	15	38	13	23	17	34	15	35	16	39
12	39	14	22	15	42	11	37	8	51	16	38
11	40	12	39	15	38	14	41	12	37		
12	51	11	48	12	49	13	36	9	39		

**Вариант 10**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
23	31	12	53	23	33	18	37	24	30	27	28
28	28	26	28	10	48	25	25	32	28	17	35
24	29	20	43	22	43	13	47	27	38	17	48
21	37	14	50	21	39	29	28	17	43	23	32
28	30	21	41	17	41	13	64	18	42	9	45
11	39	24	30	8	50	19	44	16	40	22	38
15	42	18	36	25	34	17	45	19	41	23	31
18	42	26	31	9	60	21	35	25	38	23	35
22	33	10	57	30	27	22	34	29	24	27	31

14	44	12	51	29	32	12	42	20	38	13	52
16	43	19	40	26	25	16	43	6	53	18	45
25	24	28	36	25	31	14	41	21	38	24	39
20	39	20	48	32	20	27	31	15	50	15	47
12	39	28	23	24	36	20	44	16	49	20	44
21	36	11	53	21	31	33	25	23	35	20	45
17	47	24	33	27	29	30	21	22	41		
31	24	20	40	19	35	16	48	19	36		

### Вариант 11

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	33	37	17	23	14	30	16	9	16	32	15
18	14	30	24	15	11	40	29	41	30	27	19
30	15	23	9	23	18	22	9	10	10	28	14
34	24	23	21	33	22	26	12	26	14	26	17
21	7	35	28	26	15	25	15	20	5	30	19
30	16	35	24	32	12	38	24	29	17	27	18
16	9	29	23	34	17	15	13	32	18	20	23
26	11	26	22	24	19	32	23	25	19	35	24
27	27	26	17	19	10	22	8	14	11	14	9
25	19	30	25	22	15	29	19	25	13	29	15
23	11	35	24	36	26	39	22	26	11	35	18
21	8	16	14	35	18	25	14	30	21	24	19
26	7	20	14	30	22	40	25	15	9	36	19
13	11	35	18	31	23	6	6	13	12	31	17
33	22	32	21	42	27	31	21	10	10	28	19
20	12	14	19	15	14	23	18	37	18		
22	12	40	35	20	10	29	11	23	15		

### Вариант 12

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
19	36	12	44	21	23	18	24	23	17	16	37
16	39	10	28	17	24	15	27	15	34	15	32
20	26	16	28	16	38	17	40	15	47	19	33
26	19	16	28	18	31	17	20	15	43	12	55
10	50	18	31	19	28	17	32	10	48	16	36
15	36	21	24	21	26	18	29	19	20	15	47
20	40	19	34	13	27	8	36	18	23	19	45
8	42	19	29	12	43	12	44	20	26	25	31
16	13	15	40	22	8	9	38	25	19	17	23
13	33	23	31	12	38	14	41	19	37	24	20
21	29	16	39	10	44	15	19	15	34	13	48
14	35	19	29	15	28	20	33	13	36	20	33
15	18	14	33	13	40	14	29	12	31	14	35
17	40	13	42	12	52	15	46	19	34	15	40
22	35	9	47	23	27	7	48	19	28	45	42
19	34	9	56	18	23	18	25	17	25		
22	35	8	47	19	24	15	35	14	31		

**Вариант 13**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
12,7	21	7,8	37	8,7	47	11,6	39	11,1	28	10,1	29
7,6	43	8,7	45	9,5	41	12,9	29	11,5	22	11,0	36
8,7	44	10,9	38	11,1	16	11,6	48	7,7	41	8,2	43
9,4	44	11,5	36	12,1	42	10,9	34	10,8	49	9,9	35
8,9	48	14,1	26	11,9	13	10,2	37	8,3	50	8,7	60
12,8	26	13,0	27	9,5	41	9,6	44	11,6	37	12,5	31
10,8	22	11,1	39	13,0	30	10,0	41	10,5	32	9,8	48
11,8	25	9,6	38	10,6	45	11,1	45	10,7	29	12,1	21
9,5	32	8,4	53	10,8	36	12,1	12	9,4	55	6,2	73
10,6	35	9,8	26	9,3	57	10,4	31	10,0	27	8,1	47
6,6	41	11,6	33	9,4	32	11,7	44	10,0	51	11,0	25
9,6	50	10,0	48	6,4	59	10,1	34	12,2	39	10,3	42
10,1	37	12,2	42	9,2	33	10,3	33	13,6	31	14,5	30
10,7	38	8,6	37	11,4	42	10,3	32	10,9	39	13,6	28
9,0	53	11,0	30	5,5	75	10,0	37	7,8	37	8,2	43
11,1	35	12,5	33	11,4	27	11,8	22	7,1	53		
11,5	42	10,2	39	14,1	28	14,4	20	77	49		

**Вариант 14**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
9	30	13	21	12	21	13	17	8	39	13	17
15	27	14	21	8	33	13	23	11	35	11	21
10	23	14	23	11	38	12	27	13	22	7	38
10	29	12	31	11	31	15	16	9	27	12	26
12	27	12	17	12	32	10	26	11	24	11	18
14	26	8	38	12	25	12	26	12	28	13	27
7	33	13	27	12	31	15	16	9	38	16	11
14	25	14	20	8	31	10	34	14	22	10	29
14	20	10	33	8	30	13	20	13	27	11	29
13	18	14	25	12	23	12	32	13	32	12	24
17	25	14	28	11	26	13	14	13	21	15	27
6	38	12	31	10	31	16	17	13	20	11	27
13	26	15	13	14	25	12	19	7	31	10	32
10	29	13	16	10	31	16	16	9	32	11	30
10	31	15	13	12	22	10	27	13	25	12	25
13	20	14	18	22	25	12	24	12	23		
13	27	9	25	13	22	13	20	14	21		

**Вариант 15**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
12	42	39	13	38	35	34	39	31	23	41	8
37	23	43	17	19	40	12	39	35	26	40	31
45	7	25	18	36	16	37	28	32	28	28	30
39	35	24	40	30	30	23	39	40	27	38	40
38	20	41	21	35	24	33	25	27	33	49	23
29	25	49	24	30	34	12	33	34	15	24	38
14	16	40	24	22	32	36	37	15	32	33	22
23	44	40	35	29	31	41	40	40	18	26	31
39	24	23	45	33	24	35	31	39	15	27	29

34	13	26	42	28	39	47	30	27	31	47	25
12	34	34	37	38	19	22	35	41	35	16	27
28	19	17	33	49	24	48	34	21	35	57	31
41	48	36	35	40	32	35	27	48	24	25	44
38	32	38	24	45	27	15	34	27	22	24	42
24	44	36	29	21	30	35	18	32	14	32	31
25	35	39	15	45	17	29	30	35	34		
27	37	56	19	32	41	20	32	32	25		

### Вариант 16

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
36	20	18	20	41	20	29	18	41	16	40	20
37	24	35	20	39	18	41	12	40	9	37	17
50	12	42	11	42	20	34	23	38	19	22	21
24	22	42	22	45	15	20	23	36	14	43	14
31	15	24	27	32	21	28	23	38	23	41	14
42	18	40	20	30	31	32	12	31	21	31	20
20	22	39	17	42	17	28	23	44	25	48	5
42	23	34	20	40	15	38	25	34	17	52	8
39	11	15	28	32	20	25	23	21	28	33	26
33	20	46	16	35	18	31	25	28	27	37	23
29	33	21	20	37	17	19	20	12	27	37	15
39	16	17	26	38	18	46	20	46	20	43	17
33	19	28	28	28	24	31	17	33	21	23	25
24	24	36	23	34	16	37	19	32	21	41	24
25	30	40	17	38	15	26	22	42	12	36	27
50	12	33	24	35	13	39	10	31	23		
29	19	29	20	39	25	40	19	38	15		

### Вариант 17

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
21,1	76	16,7	75	18,9	72	14,7	99	18,9	41	20,9	61
9,5	85	25,8	114	15,0	48	25,5	62	23,6	60	32,2	60
24,9	87	25,7	80	22,5	65	16,1	79	15,6	99	20,5	76
20,9	70	18,2	77	15,2	63	16,8	67	21,4	64	19,9	90
14,3	44	27,7	66	18,3	69	15,6	53	15,0	60	25,5	73
10,2	51	23,8	59	13,2	80	8,8	53	15,8	81	19,5	66
14,8	48	22,4	83	19,4	66	23,0	81	23,1	78	16,5	74
16,5	67	20,2	49	20,2	65	29,1	73	24,7	50	19,7	56
24,6	31	20,9	88	25,1	45	13,4	64	10,1	69	13,6	68
18,3	76	17,9	99	18,9	57	23,0	72	12,1	82	27,5	55
16,8	77	23,6	68	31,2	83	23,3	103	7,5	80	14,3	42
28,0	62	4,6	85	15,5	111	11,0	87	25,6	73	17,7	75
21,0	79	21,9	53	21,7	112	12,5	83	18,4	57	19,4	66
17,4	79	15,6	101	10,9	77	23,8	73	30,6	58	25,0	64
15,0	71	15,0	68	23,6	49	26,1	72	18,0	87	21,3	51
20,8	82	20,0	60	18,1	92	21,5	75	26,7	76		
20,1	63	17,7	85	15,6	72	24,5	48	12,4	95		

**Вариант 18**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
26	54	17	25	56	40	41	36	27	51	22	52
41	36	46	34	30	57	36	51	24	47	52	39
54	35	52	38	39	38	40	54	67	41	21	56
34	61	34	32	31	52	54	44	63	37	29	46
48	61	59	18	38	46	25	24	42	51	43	51
25	46	50	40	17	48	57	49	22	56	38	63
42	43	55	33	29	37	28	33	30	37	21	59
52	35	32	48	27	53	41	38	34	43	25	68
46	32	36	46	30	42	27	51	22	52	36	56
49	25	37	58	20	42	26	51	26	56	32	52
38	52	55	46	48	37	35	38	32	41	40	61
45	47	14	56	46	28	29	52	40	46	33	40
68	28	61	38	37	33	58	23	44	24	59	47
47	45	26	63	64	42	56	29	39	35	29	32
39	33	35	55	44	51	21	56	43	52	31	45
73	28	56	29	37	46	42	29	36	39		
39	46	59	40	52	33	25	52	40	54		

**Вариант 19**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
64	20	43	61	56	26	41	35	39	51	11	84
19	84	70	74	22	85	40	55	49	39	19	67
13	87	37	33	34	64	45	59	55	29	24	50
33	60	33	32	29	58	40	72	21	68	53	59
41	63	34	75	42	59	42	39	38	51	42	38
59	67	31	76	63	35	32	44	26	57	32	60
28	81	25	57	28	85	53	40	33	75	30	70
22	75	50	52	26	70	49	40	37	73	18	77
44	48	29	60	21	97	15	95	33	57	44	31
59	16	38	73	27	66	23	69	36	62	38	55
21	49	31	48	35	58	37	51	52	25	33	75
39	46	27	74	26	36	31	53	35	46	23	68
29	44	24	54	38	66	41	51	37	48	28	58
12	80	20	87	41	58	33	82	42	75	47	34
30	76	26	93	39	100	31	42	38	58	28	66
38	80	27	52	15	60	40	75	28	91		
43	65	12	101	46	46	45	56	24	72		

**Вариант 20**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
12,1	32	15,8	22	12,9	27	17,2	15	8,4	30	8,9	30
14,9	22	18,0	24	17,9	18	7,4	32	20,3	17	6,6	36
16,9	17	13,3	29	20,2	20	15,9	13	11,4	27	11,9	33
12,9	28	22,0	18	14,0	33	12,6	26	14,1	19	17,0	11
15,1	24	14,6	23	12,7	27	23,2	8	13,9	21	11,9	20
10,4	30	15,9	22	15,4	21	10,9	28	15,9	17	20,3	19
13,8	24	12,7	22	21,4	15	15,8	25	15,9	27	13,5	20
9,3	34	13,8	21	22,1	16	18,8	17	13,1	27	13,4	24
15,1	33	20,8	22	13,2	16	24,3	15	13,9	27	4,8	36

15,0	28	13,9	18	11,3	30	9,4	21	13,3	28	15,3	20
18,1	19	16,2	19	15,7	20	10,7	32	15,3	21	14,5	31
18,9	20	17,3	27	15,1	23	10,3	29	17,5	13	11,4	27
20,0	12	16,1	21	17,9	25	9,0	26	9,6	30	15,8	27
12,2	33	17,8	16	15,4	26	11,7	28	16,2	11	13,6	24
17,7	13	13,9	24	14,3	31	10,3	30	14,2	19	18,3	21
15,4	14	16,8	20	17,1	18	18,2	10	18,7	21		
16,0	15	15,6	15	11,0	27	18,9	23	10,7	21		

### Вариант 21

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
12,2	24	14,1	12	11,1	27	9,9	34	12,3	35	12,9	22
13,1	27	13,2	29	10,1	36	11,3	39	7,1	45	10,8	25
13,1	23	11,5	29	12,2	36	11,0	26	12,4	23	11,8	36
11,0	32	11,0	29	12,4	26	10,9	28	8,9	35	12,3	31
12,2	36	11,6	28	11,2	24	10,1	28	11,2	31	11,6	32
8,9	38	11,6	25	10,8	34	14,2	17	11,9	19	11,7	20
10,4	38	14,7	24	13,4	18	10,5	28	12,2	34	10,5	27
9,3	37	7,9	42	12,7	31	12,9	22	7,1	48	10,2	31
8,1	39	11,5	32	11,9	21	9,8	27	11,2	29	8,0	38
10,8	27	10,7	41	9,1	40	11,0	16	9,8	32	9,0	41
7,9	47	10,8	43	12,8	27	10,2	36	9,6	41	9,5	29
9,8	31	9,3	32	11,3	35	14,2	32	12,0	34	11,1	35
12,1	31	12,6	20	10,7	32	10,8	35	10,3	25	8,7	30
8,9	31	11,8	34	8,4	42	11,4	31	12,1	22	12,7	33
13,3	15	8,5	30	11,1	34	7,4	36	11,2	34	12,3	23
10,6	31	7,1	39	9,3	37	11,0	31	11,7	30		
9,9	39	9,4	34	8,7	42	6,4	37	11,5	25		

### Вариант 22

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
60	37	55	50	50	41	44	51	47	34	34	68
35	71	47	50	68	44	78	38	30	58	39	80
45	63	39	36	53	41	44	41	50	58	62	35
67	25	45	83	54	42	56	46	35	59	53	37
39	57	47	26	34	50	43	57	44	61	47	48
49	37	57	19	60	40	50	55	41	40	36	57
63	50	47	69	74	40	57	36	52	59	61	43
55	55	50	54	53	28	28	60	52	33	48	59
46	33	40	65	61	43	59	45	46	65	50	24
39	58	45	34	48	41	47	73	80	20	61	49
40	62	52	47	48	49	56	51	60	60	62	59
40	48	30	43	75	36	31	72	40	60	36	68
59	41	36	63	64	45	25	67	40	54	75	18
51	43	40	80	45	41	42	54	50	52	52	39
43	66	53	45	44	62	74	47	46	36	70	32
60	25	52	49	71	20	34	46	49	49		
61	25	37	55	65	34	57	24	66	44		

**Вариант 23**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
17	34	18	32	9	41	3	47	9	42	13	37
10	31	14	38	15	35	11	30	16	35	15	36
11	37	5	33	13	40	11	39	11	40	21	30
18	33	13	36	14	37	14	36	14	37	14	37
21	32	16	38	13	39	12	38	20	34	10	41
17	33	16	37	14	37	15	33	18	36	14	36
6	49	9	37	12	39	14	35	16	40	13	38
9	42	19	28	15	38	11	40	13	38	15	35
13	39	11	39	13	37	11	41	13	36	18	33
15	39	5	48	13	38	8	44	7	41	15	37
8	47	12	37	7	43	8	43	14	39	20	29
15	37	13	38	16	36	14	40	7	44	12	40
11	39	15	34	17	32	16	36	7	43	11	41
15	36	19	31	14	37	10	39	13	37	10	41
13	34	9	38	17	34	18	34	11	36	10	42
12	39	12	40	20	30	8	41	9	41		
10	41	12	42	18	34	17	36	13	37		

**Вариант 24**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
4,8	7,2	5,9	4,8	6,1	7,3	5,2	4,6	5,2	8,0	4,3	6,1
5,7	10,2	6,0	8,5	5,0	5,9	6,4	5,7	6,0	5,9	4,8	4,9
6,2	8,7	7,3	6,7	6,2	7,6	6,3	7,6	5,9	5,4	4,0	3,5
5,0	4,8	5,6	7,8	6,9	6,9	5,0	9,6	3,8	6,5	4,0	3,9
4,0	7,0	4,5	3,5	8,2	6,7	6,3	4,3	6,2	7,6	4,7	6,7
4,4	6,4	6,6	6,7	4,0	5,9	6,0	4,8	5,6	6,8	5,6	9,2
6,1	7,5	5,9	6,0	4,6	4,3	2,7	4,0	6,2	8,3	4,6	7,6
7,2	8,0	7,4	6,5	4,4	7,3	4,5	7,0	5,8	6,6	3,8	6,5
6,1	6,5	4,7	9,7	3,4	9,1	7,3	9,0	9,0	9,7	6,3	7,5
5,6	7,1	5,0	5,7	5,2	5,0	5,5	4,5	5,2	7,5	2,7	3,9
6,1	10,1	5,1	5,3	4,8	6,0	6,8	7,9	5,5	6,7	4,1	5,2
5,1	7,0	4,6	6,7	3,9	8,2	7,2	6,9	5,3	5,0	3,4	2,9
5,8	7,6	3,4	1,8	4,3	4,6	4,5	8,1	5,5	8,3	7,1	6,6
4,6	5,5	5,2	6,9	5,7	9,0	6,9	8,1	6,9	6,2	4,5	3,6
4,3	5,6	5,0	6,7	6,2	5,1	2,7	3,4	5,5	7,7	3,6	6,7
4,6	7,9	5,4	7,3	2,7	4,9	6,4	8,7	5,0	5,8		
5,5	6,4	4,9	9,5	4,4	5,2	6,5	6,1	4,8	8,6		

**Вариант 25**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
32	5,2	52	5,4	41	3,8	44	3,9	13	5,1	30	4,4
23	3,4	18	6,1	25	4,2	8	6,9	12	4,4	46	5,0
38	3,9	30	3,8	39	4,7	23	5,7	32	3,9	31	5,6
42	2,7	32	4,9	33	3,6	27	6,3	38	4,7	35	3,8
25	6,2	18	5,1	35	3,2	39	3,5	22	6,6	22	4,2
40	4,8	33	3,5	31	4,3	25	5,6	35	4,9	22	5,2
21	4,7	42	4,3	23	6,0	20	6,6	38	4,7	14	6,3
34	3,3	33	5,0	28	5,0	44	2,4	32	3,9	24	6,3
42	2,9	35	4,4	25	4,7	46	5,7	15	7,3	34	4,5

36	4,1	29	5,5	25	5,3	24	4,6	21	5,5	36	3,5
24	5,5	38	3,2	23	5,6	39	5,3	36	5,7	26	4,6
44	4,0	24	8,1	31	4,0	26	6,1	47	3,0	33	5,5
36	5,0	41	4,0	36	5,0	26	6,1	43	4,6	27	6,9
37	3,3	23	4,1	34	6,0	40	4,3	46	5,0	34	5,4
43	2,9	29	6,7	37	4,7	21	7,4	30	3,7	18	6,1
36	4,8	51	3,0	30	4,8	36	5,6	34	4,5		
31	4,0	30	3,8	20	4,9	25	6,6	25	5,8		

### Вариант 26

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
22	17	34	31	29	29	37	38	37	28	31	19
30	32	36	29	14	12	42	39	33	16	34	35
24	27	31	20	23	24	31	34	18	15	15	13
20	24	29	21	28	31	22	19	26	18	20	22
31	24	27	33	32	30	26	22	37	24	25	18
26	23	25	24	31	31	16	18	16	10	28	18
24	28	26	30	18	20	36	35	37	33	31	24
22	28	33	25	15	22	12	6	29	29	27	19
18	29	18	23	41	44	14	29	44	30	23	31
46	39	35	34	22	26	27	18	28	37	36	36
41	25	25	26	32	27	42	28	13	20	41	20
29	33	24	21	18	37	18	28	21	21	32	28
20	29	14	18	28	24	23	32	36	34	23	16
24	33	34	21	26	13	34	35	22	23	27	19
46	36	22	23	23	26	32	22	25	22	21	14
40	24	30	32	10	24	43	32	39	29		
19	32	24	21	34	25	35	24	17	27		

### Вариант 27

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
6,8	8,7	6,5	4,9	4,7	5,3	2,9	4,4	6,6	5,8	3,2	2,9
5,4	4,7	7,1	3,8	6,7	5,8	5,1	6,2	5,6	5,0	2,4	3,9
5,0	5,4	8,3	6,5	7,9	7,1	4,5	3,1	4,9	3,3	4,5	4,4
4,5	5,7	5,3	4,3	4,2	5,2	4,9	2,4	7,0	6,8	4,8	5,7
4,6	7,0	5,7	4,6	3,9	3,6	4,2	4,7	4,8	5,1	7,3	7,8
3,2	3,9	3,1	4,8	4,6	5,1	5,1	4,8	6,1	4,6	7,1	6,0
3,5	5,0	3,9	3,0	4,0	3,7	5,3	6,3	7,4	5,3	7,9	6,1
5,0	7,5	1,5	4,1	6,2	5,9	5,8	8,7	7,5	4,8	4,6	4,0
6,3	5,6	6,0	6,5	4,0	3,9	2,5	2,3	6,6	4,7	5,1	5,8
2,9	3,9	6,9	6,9	3,8	5,2	6,2	5,4	6,4	6,4	6,3	6,7
2,4	4,1	6,2	5,3	6,2	5,5	6,3	6,9	6,4	7,6	6,1	7,2
5,1	2,9	4,8	5,7	3,7	3,7	6,8	4,0	7,6	7,9	4,9	4,8
4,8	5,7	4,2	2,8	3,9	5,4	5,8	4,1	8,3	5,9	6,3	6,7
2,8	3,0	2,2	4,3	5,8	7,4	3,7	4,0	6,8	7,3	3,9	4,6
4,6	6,0	6,2	7,7	9,6	7,2	2,8	4,7	3,8	6,2	7,0	7,0
3,6	5,4	6,9	5,8	4,4	6,7	3,9	4,6	7,7	6,2		
8,6	8,8	4,6	4,2	5,3	6,3	5,1	5,7	4,2	4,9		

**Вариант 28**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
2,7	4,2	6,1	7,1	3,1	3,2	3,4	5,2	4,3	5,2	5,2	5,4
3,0	2,5	2,8	4,2	3,5	6,0	3,2	4,6	4,7	6,4	4,4	5,1
4,4	4,3	3,3	3,2	3,4	5,6	5,6	6,1	4,4	5,8	4,1	4,6
5,2	6,1	4,8	5,5	4,8	4,1	4,1	4,9	4,5	4,2	1,6	3,0
3,3	5,8	3,4	4,7	4,2	5,9	4,0	4,5	2,1	4,4	3,9	4,7
3,2	5,5	4,1	5,4	3,8	4,4	5,8	6,1	2,8	3,7	2,9	5,5
5,8	7,1	1,9	3,5	3,7	3,9	4,1	6,6	3,6	6,2	5,3	6,7
4,0	4,5	4,4	5,6	4,8	7,4	3,1	4,5	3,9	5,4	5,6	8,0
3,2	3,1	3,0	3,5	1,2	2,4	5,0	5,2	4,9	4,1	4,4	7,1
2,4	4,9	4,1	5,9	5,5	5,4	4,4	6,2	4,5	5,5	3,3	5,8
4,4	5,5	2,3	3,9	5,0	5,5	3,9	5,3	2,1	5,0	4,0	5,4
3,6	3,6	3,8	2,9	3,2	4,9	4,3	6,2	3,5	5,0	2,2	2,6
4,3	5,7	4,8	5,9	3,6	4,8	3,8	5,3	3,7	5,0	4,7	5,7
5,6	6,0	4,3	5,7	4,2	6,0	6,2	6,3	3,1	7,3	4,1	5,5
4,4	5,5	2,9	3,8	4,6	5,1	6,2	7,7	4,1	4,4	3,4	4,5
4,7	4,8	4,5	5,9	5,0	7,0	3,7	4,7	5,3	6,0		
1,7	2,5	4,0	5,0	3,0	4,4	3,3	2,8	4,3	6,8		

**Вариант 29**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
18	72	17	68	14	91	16	86	19	55	13	103
16	75	20	57	11	101	15	77	15	96	16	94
17	86	13	89	20	69	22	54	27	26	22	85
15	59	18	86	22	54	20	67	9	103	17	76
16	78	18	66	15	86	8	93	10	87	12	91
16	74	7	104	9	103	20	75	14	80	10	83
14	86	17	97	17	89	20	92	8	89	11	103
14	98	16	95	15	75	25	39	18	69	15	93
16	68	13	66	18	86	12	78	17	78	16	86
10	104	12	90	17	81	13	111	15	98	17	98
17	86	16	56	10	127	16	84	16	83	14	98
14	80	17	103	10	99	15	83	16	86	12	113
12	88	9	119	15	82	18	51	17	93	14	101
14	94	12	99	18	98	16	64	19	64	16	102
15	107	17	73	13	106	12	101	20	61	14	70
20	74	11	116	21	88	10	99	20	62		
13	83	8	130	21	45	16	113	13	100		

**Вариант 30**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
37	7,0	34	7,2	40	7,2	32	6,2	17	4,8	28	6,0
16	8,5	23	6,7	47	5,9	47	4,9	27	6,7	24	7,4
33	6,8	42	5,4	29	6,7	30	6,6	23	6,7	12	6,5
43	6,4	31	7,4	19	8,6	42	6,4	26	6,9	16	8,2
41	6,6	43	7,1	32	7,6	30	6,8	35	6,9	52	4,5
46	6,2	15	8,5	30	7,2	39	6,9	34	6,9	40	7,0
24	7,6	29	7,1	23	7,4	36	7,1	31	7,0	29	6,4
32	7,2	21	7,9	15	7,9	27	7,3	44	6,0	29	7,1
36	6,2	42	5,7	32	7,1	25	7,2	47	7,2	16	8,0

42	6,8	44	6,1	31	8,1	39	7,3	42	6,2	24	7,7
36	6,9	19	7,1	15	6,8	31	7,5	24	8,0	23	6,2
32	6,2	39	5,6	40	6,7	53	6,3	24	7,0	34	6,9
28	6,3	22	7,4	30	7,0	49	5,5	31	7,0	37	6,2
22	7,2	39	5,6	19	7,6	36	7,3	47	5,8	28	6,7
36	6,2	7	7,8	43	5,8	23	7,5	37	7,7	31	7,3
27	6,6	39	6,9	37	7,2	19	7,5	34	6,7		
30	7,9	38	5,9	22	7,7	35	6,0	14	8,0		

### **Вопросы к защите Контрольной работы № 1 (заочная форма обучения, показатель «Знать»)**

Контрольная работа состоит из шести заданий. Номер варианта определяется по последней цифре шифра зачетной книжки.

После полного выполнения данной работы проводится защита контрольной работы в устной форме: студент объясняет решение каждого задания и отвечает на теоретические вопросы, связанные с этим заданием:

1. Случайные события. Свойства частот. Статистическое и классическое определение вероятностей. Геометрические вероятности
2. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности
3. Формулы Бейеса. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности.
4. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
5. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел
6. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема.
7. Интегральная функция распределения. Дифференциальная функция распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
8. Равномерное, нормальное, показательное распределение случайных величин
9. Функции случайного аргумента. Особенности линейной функции от аргумента, распределенного нормально. Совместное распределение суммы независимых случайных величин.
10. Двумерные случайные величины. Зависимые случайные величины. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

### **Контрольная работа №1 (заочная форма обучения)**

#### **Вариант 1**

1. В шкафу находится 10 пар туфель. Случайно выбираются 4 туфли. Найти вероятность того, что среди выбранных туфель окажется хотя бы одна пара.
2. Бомбардировщик для выполнения задания должен пройти через зону зенитной обороны противника, в которой по нему, независимо друг от друга, ведут огонь 4 зенитных орудия. Каждое орудие производит по 10 выстрелов, вероятность попадания в самолет при каждом выстреле равна  $\alpha$ . Для уничтожения самолета достаточно одного попадания. Если самолет не будет сбит, он выходит на цель и сбрасывает бомбы. Вероятность выполнения боевого задания при этом равна  $\beta$ . Найти вероятность, что бомбардировщик выполнит задание.
3. На 10 карточках написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Две из них вынимаются

одна за другой. Число, написанное на первой карточке берется за числитель, на второй – за знаменатель дроби. Найти вероятность того, что дробь будет правильной.

4. Испытуемый прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов независимы, а их вероятности равны 0,1, 0,2 и 0,3 соответственно. Определить математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов.

5. Случайная величина  $X$  распределена равномерно с  $M[X]=3$  и  $D[X]=4/3$ . Найти функцию распределения, плотность,  $P(0 < X < 2)$  случайной величины  $X$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $Y = 2X + 1$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 2

1. В лотерее сто билетов, среди них один выигрыш в  $A$  руб., три выигрыша по  $B$  руб., шесть выигрышей по  $C$  руб. и 15 выигрышей по  $D$  руб. Найти вероятность хоть какого-нибудь выигрыша, если куплено три билета.

2. По мосту, независимо друг от друга производят серийное бомбометание три самолета. Каждый самолет сбрасывает одну серию бомб. Вероятность попадания хотя бы одной бомбы из серии для первого самолета равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что мост будет разрушен.

3. Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложено 2 шара в урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность вынуть после этого из второй урны белый шар.

4. Найти закон распределения ДСВ, которая может принимать только два значения:  $X_1$  с вероятностью 0,2 и  $X_2$ , причем  $X_1 < X_2$ . Известно, что  $M[X]=2$ ,  $D[X]=4$ .

5. Найти дисперсию случайной величины  $X$ , если ее функция распределения имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ 1 - A/x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

Найти  $P(2 < X < 4)$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание случайной величины  $Y = 1 - X$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 3

1. В ящике 20 коробок по 10 карандашей. При вскрытии ящика 4 коробки уронили и графиты в карандашах поломались. Все 20 коробок положили в шкаф, откуда затем взяли 2 коробки и карандаши раздали ученикам. Найти вероятность того, что взятый наугад один из этих карандашей будет со сломанным графитом.

2. Из сосуда, содержащего 2 белых и 4 черных шара, двое поочередно извлекают шары. Найти вероятность вынуть первым белый шар каждому из участников.

3. В первой урне – 3 белых и 1 черный шар, во второй – 6 белых и 4 черных, в третьей – 9 белых и 1 черный шар. Из наугад выбранной урны случайным образом извлекается шар. Найти вероятность того, что он – белый.

4. Производятся испытания 10 изделий на надежность, причем вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна 0,9. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание случайного числа изделий, выдержавших испытания.

5. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения  $f(x) = ax + 1$  в интервале  $(0; 2)$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти дисперсию, функцию распределения величины  $X$  и вероятность  $P(1/2M[X] < X < 2M[X])$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание случайной величины  $Y = X - 1$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 4

1. В партии  $m$  изделий I сорта и  $n$  изделий II сорта. Проверка первых  $k$  изделий ( $k < n$ ), выбранных наугад, показала, что все они II сорта. Найти вероятность того, что среди следующих двух, наугад выбранных изделий из числа непроверенных, по меньшей мере одно окажется II сорта.

2. Стрелок  $A$  попадает в цель с вероятностью 0,7, стрелок  $B$  – с вероятностью 0,8 и стрелок  $C$  – с вероятностью 0,9. Найти вероятность двух попаданий при одновременном выстреле всех стрелков по мишени.

3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы для лыжника равна 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,7. Найти вероятность того, что вызванный наугад спортсмен выполнит норму.

4. Подлежит исследованию 1200 проб руды. Пусть вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе равна 0,09. Найти математическое ожидание и дисперсию числа проб с промышленным содержанием металла.

5. Найти функцию распределения и дисперсию случайной величины  $X$ , если ее плотность изменения равна

$$f(x) = \begin{cases} a(x^2 + 1), & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$$

Найти  $P(X - M[X] > \sigma)$ , где  $\sigma = \sqrt{D[X]}$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = 2X - 1$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 5

1. Из колоды в 32 карты наугад выбирают 4. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз.

2. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет услышан первый вызов равна 0,2, второй – 0,3, третий – 0,4. По условиям приема события, состоящие в том, что будет услышан данный вызов, не зависимы. Найти вероятность того, что корреспондент вообще услышит вызов.

3. Детали на сборку поступают с 4 автоматов. Среди деталей, поступающих с первого автомата 0,1 % – бракованные, со второго – 0,2 %, с третьего – 0,25 %, с четвертого – 0,5 %. Производительности автоматов относятся как 4:3:2:1 соответственно. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена на четвертом автомате.

4. Произвести три независимых опыта, в каждом из которых с равной вероятностью может быть получено целое число от нуля до двух. Построить ряд распределения суммы полученных чисел.

5. Найти вероятность попадания в интервал (4,8) нормально распределенной случайной величины  $X$ , если  $M[X] = 2$  и  $D[X] = 25$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = \frac{X - 4}{4}$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 6

1. Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы появление 6 очков имело вероятность, большую 0,5?

2. Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что из 3 наугад выбранных билетов 2 окажутся выигрышными.

3. В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятность того, что кинескопы

выдержат гарантийный срок службы соответственно равны 0,8, 0,85, 0,9 и 0,95. Найти вероятность того, что взятый наугад кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

4. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Стрельба ведется до первого попадания, после чего прекращается. Найти среднее число израсходованных патронов, если у стреляющего 4 патрона.

5. Найти плотность распределения и дисперсию случайной величины  $X$ , если ее функции распределения равна

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{a^3}{x^3}, & x \geq a, \\ 0, & x < a. \end{cases}$$

Найти  $P(X < M[X])$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = \frac{X - M[X]}{\sqrt{D[X]}}$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 7

1. Бросаются одновременно 2 игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2. В первой урне 5 белых, 11 черных и 8 красных шаров, а во второй – 10 белых, 8 черных и 6 красных. Из обеих урн наугад извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара одного цвета.

3. Имеются 3 партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой партии равно 20, во второй – 15, в третьей – 10. Из наудачу выбранной партии наугад извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наугад извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

4. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события  $A$  в каждом испытании. Найти вероятность появления события  $A$ , если дисперсия числа появлений события в трех независимых испытаниях равна 0,63.

5. Найти функцию распределения и дисперсию случайной величины  $X$ , если ее плотность равна

$$f(x) = \begin{cases} a \sin 2x, & x \in (0, \pi/2), \\ 0, & x \notin (0, \pi/2). \end{cases}$$

Найти  $P(\pi/6 \leq X \leq \pi/3)$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = 1 - X$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 8

1. Вероятность появления события  $A$  в каждом испытании равна  $p$ . Сколько раз нужно повторить испытание, чтобы с вероятностью не меньшей  $\alpha$  утверждать, что хотя бы один раз произойдет событие  $A$ ?

2. Трое поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше появится герб. Определить вероятность выигрыша первого из бросавших.

3. В коробке 15 теннисных шаров, из которых 9 новых. Для первой игры наудачу берут 3 шара, которые после игры возвращаются в коробку. Для второй игры также наугад берутся 3 шара. Найти вероятность того, что шары для второй игры все новые.

4. Из урны с 3 белыми и 3 черными шарами наудачу извлекаются шары до тех пор, пока не появится черный шар. Найти математическое ожидание и дисперсию числа вынутых

белых шаров.

5. Дана функция распределения случайной величины  $X$ :  $F(x) = C \arctg e^x$ ,  $-\infty < x < \infty$ . Найти  $C$ , плотность распределения и дисперсию случайной величины  $X$ . Найти  $P(X < 0)$ .

6. Найти плотности распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = -X$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 9

1. Бросаются 3 игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадет одно очко, если на всех трех костях выпали равные грани.

2. На участке  $AB$  десять светофоров, вероятность остановки перед каждым равна 0,2. Вероятность того, что от пункта  $B$  до конечного пункта  $C$  автомобиль пройдет без остановок равна 0,6. Определить вероятность того, что на участке  $AC$  не будет ни одной остановки.

3. Три охотника одновременно выстрелили по кабану, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что кабан был убит первым охотником, если вероятность попадания для них равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6.

4. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие.  $X$  – число снарядов, израсходованных первым орудием. Найти  $M[X]$ .

5. Задана плотность распределения случайной величины

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2 x, & x \in (0, \pi), \\ 0, & x \notin (0, \pi). \end{cases}$$

Найти функцию распределения и вероятность  $P(0 < x < \pi)$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = -\frac{1}{2}X$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### Вариант 10

1. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны  $p_1$  и  $p_2$ . Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

2. Игрок  $A$  поочередно играет с игроками  $B$  и  $C$  по 2 партии. Вероятности выигрыша первой партии для  $B$  и  $C$  равны 0,1 и 0,2 соответственно. Вероятность выиграть во второй партии для  $B$  равна 0,3, для  $C$  – 0,4. Определить вероятность того, что первым выиграет игрок  $B$ .

3. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9 находится по 2 черных и 2 белых шара, а в одной 5 белых и 1 черный. Из урны, взятой наугад, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны с пятью белыми шарами?

4. Из большой партии, содержащей 10 % нестандартных деталей, наудачу извлекаются 5 деталей.  $X$  – число нестандартных деталей среди отобранных. Составить ряд распределений, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

5. Функция плотности распределения случайной величины  $X$  равна

$$f(x) = \begin{cases} a \sin^2 x, & x \in (0, \pi/2), \\ 0, & x \notin (0, \pi/2). \end{cases}$$

Найти вероятность  $P(X > M[X])$ .

6. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = -2X$ , где  $X$  – случайная величина из предыдущей задачи.

### 3.2. *Оценочные средства промежуточной аттестации*

В данном разделе представляются теоретические вопросы (для оценки знаний), типовые контрольные задания (для оценки умений), типовые практические задания (для оценки навыков и (или) опыта деятельности).

#### *Перечень теоретических вопросов к зачету (для оценки знаний):*

1. Испытания. Случайные события и их классификация.
2. Алгебра событий.
3. Элементы комбинаторики.
4. Аксиомы теории вероятностей. Понятие вероятности события.
5. Частота события. Статистическое и классическое определение вероятности события.
6. Геометрическая вероятность.
7. Операции над вероятностями. Условная вероятность.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Повторения испытаний. Формула Бернулли.
10. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
11. Простейший поток событий. Формула Пуассона.
12. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
13. Интегральная и дифференциальная функции распределения случайной величины. Их свойства.
14. Числовые характеристики случайной величины.
15. Основные классические закономерности распределения дискретной случайной величины.
16. Законы распределения непрерывной случайной величины (равномерное, показательное, нормальное, гамма, Стьюдента, Фишера распределения).
17. Системы случайных величин. Законы распределения. Условные законы распределения.
18. Числовые характеристики системы случайных величин.
19. Корреляционная зависимость. Функции регрессии. Линии регрессии.
20. Предельные теоремы теории вероятностей.
21. Основные задачи математической статистики.
22. Простая статистическая совокупность. Статистическая функция распределения.
23. Числовые характеристики статистического распределения.
24. Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
25. Статистическая проверка гипотез.
26. Критерии согласия Пирсона.

#### *Перечень примерных типовых задач (для оценки умений):*

1. Задана плотность распределения вероятностей  $f(x)$ . Определить коэффициент  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ ,  $M(\xi)$ ,  $D(\xi)$ , вероятность попадания случайной величины  $\xi$  в интервал  $(\alpha, \beta)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$\alpha = 0, \beta = \frac{\pi}{12}, f(x) = \begin{cases} a \cos x, x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right], \\ 0, x \notin \left[0, \frac{\pi}{6}\right]. \end{cases}$$

2. При обработке деталей на станке автомате вероятность выхода размеров

обрабатываемых деталей за границы «допуска» постоянна и равнее  $p$ . Для контроля качества отбирают  $n$  деталей. Построить график функции распределения  $F(x)$  случайной величины  $\xi$  – числа нестандартных деталей. Найти  $M(\xi)$  и  $D(\xi)$ . Определить наивероятнейшее число нестандартных изделий.

$n=4$	$p=0,15$
-------	----------

3. На складе находится  $n_1$  изделий, изготовленных на заводе 1,  $n_2$  изделий – на заводе 2,  $n_3$  – на заводе 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе 1, высшего качества равна  $p_1$ . Для деталей изготовленных на заводах 2 и 3, эти вероятности равны  $p_2$  и  $p_3$ . Найти вероятность того, что при проверке наудачу взятая деталь окажется высшего качества. Какова вероятность того, что она была изготовлена на заводе 2?

$n_1=20$	$n_2=22$	$n_3=12$	$p_1=0,5$	$p_2=0,6$	$p_3=0,8$
----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------

4. Игра между  $A$  и  $B$  ведется на следующих условиях: первый ход всегда делает  $A$ , он может выиграть с вероятностью  $p_1$ , если  $A$  не выигрывает, то ход делает  $B$  и может выиграть с вероятностью  $q_1$ . Если  $B$  не выигрывает, то  $A$  делает второй ход, который может привести к его выигрышу с вероятностью  $p_2$ . Если  $A$  вторым ходом проигрывает, то победителем считается  $B$ . Найти вероятность выигрыша  $A$  и для  $B$ .

$p_1$	$p_2$	$q_1$
0,8	0,9	0,6
0,7	0,6	0,5

5. Из отрезка  $[a, b]$  наугад выбрали два числа. Найти вероятность того, что их частное больше  $\frac{a+b}{2}$ , если  $a=1, b=4$ .

**Перечень примерных типовых практических заданий (для оценки навыков и (или) опыта деятельности)**

1. Проверка гипотезы о распределении по закону Пуассона. В первых двух столбцах таблицы 1 приведены данные об отказах аппаратуры за 10000 часов работы. Общее число обследованных экземпляров аппаратуры  $n = 757$ . Проверить гипотезу о том, что число отказов имеет распределение Пуассона.

Число отказов, $k$	Количество случаев, в которых наблюдалось $k$ отказов, $n_k$
0	427
1	235
2	72
3	21
4	1
5	1
$\geq 6$	0
Сумма	757

2. Проверить гипотезу о нормальном распределении выборки объемом  $n = 55$ , используя 7 интервалов. Выборка:

20,3	15,4	17,2	19,2	23,3	18,1	21,9
15,3	16,8	13,2	20,4	16,5	19,7	20,5
14,3	20,1	16,8	14,7	20,8	19,5	15,3

19,3	17,8	16,2	15,7	22,8	21,9	12,5
10,1	21,1	18,3	14,7	14,5	18,1	18,4
13,9	19,1	18,5	20,2	23,8	16,7	20,4
19,5	17,2	19,6	17,8	21,3	17,5	19,4
17,8	13,5	17,8	11,8	18,6	19,1	

3. Записать в виде вариационного и статистического рядов выборку 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4. Определить размах выборки.

Анализировалась среднемесячная выручка (тыс. руб.) в 5 магазинах торговой организации. Результаты представлены в таблице. Построить выборочную функцию распределения по данным таблицы 1. Результат вывести на экран в аналитическом и графическом виде.

Номер магазина	Выручка, тыс. р.
1	205
2	255
3	195
4	220
5	235

4. Для компьютерной реализации данной задачи студенту требуется самостоятельно выбрать методику построения интервального вариационного ряда.

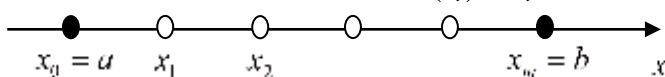
Выручка магазина, тыс. руб.									
24,9	32,2	26,3	39,9	26,1	33	24,1	35,6	26,1	35,4
42	34,3	39,5	29,4	38,1	29,3	30,1	26,2	30,9	21,8
41,1	23	34,2	25	28,9	22,7	30,2	30,8	23,1	30,7
39,1	36,1	26,4	35,8	18,1	33,1	22,1	30,3	22,2	29,1
38,4	20,7	30,4	31,1	32,3	27,1	31,1	22,9	53,6	26,5
26,1	29,3	29,9	30,2	35,8	25,1	27,1	19,9	29,1	32,3
41,7	36,2	25,9	32,2	44,8	33,1	48	33,7	17,9	33,8
45	31,6	32,1	22,7	31,5	28	19,4	28	26,5	26,6
38,6	27	37,9	36,3	27,8	35	31,8	22	32,5	27,4

5. В результате исследования взаимосвязи двух показателей, получены следующие пары чисел:

$X_i$	1	2	3	4	5
$Y_i$	5,3	6,3	4,8	3,8	3,3

Программно реализовать метод наименьших квадратов, чтобы найти линейную функцию, которая наилучшим образом приближает эмпирические (*опытные*) данные. На экран вывести график, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построены экспериментальные данные  $M_i = (x_i, y_i)$  и график аппроксимирующей функции  $y = f(x) = ax + b$ . Найти сумму квадратов отклонений между эмпирическими  $y_i$  и теоретическими  $f(x_i)$  значениями.

6. Программно построить гладкую на отрезке  $[a, b]$  функцию  $\sigma(x)$ , которая принимает в узлах сетки  $\omega$  заданные значения, то есть  $\sigma(x_i) = y_i, i = 0, 1, \dots, m-1, m$



7. Пусть  $x=(x_1, \dots, x_7)$  – случайная 7-мерная величина, координаты которой распределены равномерно в интервале (3,7). Произвести 50 ее реализаций и распределить их на минимальное число кластеров, каждый из которых помещается в сфере радиуса 0.15.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов**

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины, и процедур оценивания результатов обучения с помощью запланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Коллоквиум	Коллоквиум проводится по результатам освоения разделов дисциплины во время внеаудиторных занятий. Во время проведения коллоквиума пользоваться учебниками, справочниками, конспектами лекций, тетрадями для практических занятий не разрешено. Преподаватель на лекционном занятии, предшествующем занятию проведения коллоквиума, доводит до обучающихся: темы, количество вопросов, время и место проведения коллоквиума.
Контрольная работа	Варианты контрольных работ выдаются студенту на первом практическом занятии по указанной дисциплине. Преподаватель знакомит студентов с критериями оценивания. И указывает дату сдачи конкретного задания из контрольной работы.

##### **4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации Зачет (очная и заочная формы обучения)**

При определении уровня сформированности компетенций ОПК-2, ПК-3, ПКв-1 у обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала дисциплины (показатель «знать»);
- знания, необходимые для выполнения типовых заданий (показатель «уметь»);
- владение методологией дисциплины, умение применять теоретические и практические знания в нестандартных ситуациях при решении типовых практических заданий, обосновывать свои действия (показатель «владеть»).

При проведении промежуточной аттестации в форме зачета преподавателем пользуются результатами текущего контроля успеваемости в течение семестра.

Оценочные средства и типовые контрольные задания, используемые при текущем контроле, позволяют оценить знания, умения и владения навыками/опытом деятельности обучающихся при освоении дисциплины. С целью использования результатов текущего контроля успеваемости, преподаватель подсчитывает среднюю оценку уровня сформированности компетенций обучающегося.

Если оценка уровня сформированности компетенций обучающегося не соответствует критериям получения зачета без дополнительного аттестационного испытания, то промежуточная аттестация в форме зачета проводится в форме теоретического опроса по перечню теоретических вопросов и типовых практических задач (не более двух теоретических и двух практических). Промежуточная аттестация в форме зачета с проведением аттестационного испытания в форме опроса проходит на последнем занятии по дисциплине.