

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

«МАТЕМАТИКА»

для направления подготовки 05.03.04 Гидрометеорология

Профиль программы: Гидрология

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

В качестве этапов формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы определены семестры.

Семестр	1	2	3	4	5	6	7	8
Наименование дисциплины								
<b>ОК-7 Способность к самоорганизации и самообразованию</b>								
Б1.Б1 История	+							
Б1.Б2 Философия	+							
Б1.Б3 Иностранный язык	+	+						
Б1.Б4 Профессиональный иностранный язык			+	+				
Б1.Б6 Социальная антропология							+	
Б1.Б.7 Математика	+	+	+	+				
Б1.Б.9 Физика	+	+	+					
Б1.Б.11 Химия		+	+					
Б1.Б12 Биология с основами экологии		+						
Б1.Б14 Геоморфология с основами геологии		+						
Б1.Б23 Мониторинг окружающей среды						+		
Б1.В.ОД.7 Теоретическая механика							+	
Б1.В.ОД.8 Механика жидкости и газа			+	+				
Б1.В.ОД.9 Гидравлика							+	
Б1.В.ДВ.1.1 История гидрометслужбы Забайкалья	+							
Б1.В.ДВ.2.1 Управление поведением персонала в организации					+			
Б1.В.ДВ.2.2 Социология трудового коллектива					+			
Б1.В.ДВ.3.1 Психология и педагогика					+			
Б1.В.ДВ.3.2 Педагогика					+			
Б1.В.ДВ.8.1 Русский язык и культура речи	+							
Б1.В.ДВ.8.2 Культурология	+							
Б1.В.ДВ.9.1 Введение в специальность	+							
Б1.В.ДВ.9.2 Основы научных исследований	+							
Б2.У Практика по получению		+		+		+		

первичных умений и навыков									
Б2.П1 Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности									+
Б2.П2 Преддипломная практика									+
Этапы формирования компетенции	1	2	3	4	5				6
<b>ОПК-1 Владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрометеорологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик</b>									
Б1.Б.7 Математика	+	+	+	+					
Б1.В.ОД.11 Моделирование гидрологических процессов							+		
Б1.В.ДВ.5.1 Гидрологические расчеты						+	+		
Б1.В.ДВ.5.2 Синоптическая метрология						+	+		
Б1.В.ДВ.6.1 Гидрометрия					+				
Б1.В.ДВ.6.2 Агрометеорология					+				
Б1.В.ДВ.7.1 Гидрологические прогнозы						+			
Б1.В.ДВ.7.2 Авиационная метеорология						+			
Б3.ГЭ Подготовка и сдача государственного экзамена									+
Б3.ВКР Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты									+
Этапы формирования компетенции	1	2	3	4				5	6

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

### **2.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования (промежуточная аттестация)**

Компетен	Показате	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочно е
		пороговый (удовлетворительно)	стандартный (хорошо)	эталонный (отлично)	
ОК-7	Знать	<p>Знает основные понятия и утверждения изученных разделов программы дисциплины, их простейшие приложения.</p> <p>Знает простейшие формулы и алгоритмы решения типовых заданий разделов дисциплины.</p>	<p>Знает фундаментальные понятия и утверждения изученных разделов программы дисциплины, их основные приложения, в том числе, в профессиональной деятельности.</p> <p>Знает основные формулы и алгоритмы решения типовых заданий разделов дисциплины.</p>	<p>Знает точные формулировки фундаментальных понятий и утверждений изученных разделов программы дисциплины, имеет представление о математических моделях, применяемых в профессиональной деятельности.</p> <p>Знает различные алгоритмы и методы решения задач разделов дисциплины.</p>	Теоретические вопросы, типовые задания, контрольные работы
	Уметь	<p>Умеет использовать математические методы при решении простейших задач с использованием алгоритмов.</p> <p>Умеет решать задачи только по стандартному образцу, оперировать лишь элементарными приемами решений.</p>	<p>Умеет использовать математические методы при решении типовых задач, строить алгоритм решения конкретной типовой задачи, выбирать метод ее решения и обосновывать свой выбор.</p> <p>Умеет корректировать свои действия в процессе выполнения заданий, объяснять правильность своего решения.</p>	<p>Умеет использовать математический аппарат в профессиональной деятельности, применять его при решении профессиональных задач, выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат, строить математические модели профессиональных задач.</p> <p>Умеет анализировать условия задачи и логически обосновывать выбор наиболее оптимального способа решения.</p>	Типовые задания, контрольные работы, кейс-задания

	Владеть	Владеет определением области применения математического знания к решению конкретной задачи. Владеет алгоритмами решений простейших задач, элементарными методами решения задач.	Владеет методами построения простейших математических моделей типовых задач, конкретным представлением словесных задач в математической форме, математической постановкой задачи. Владеет техникой применения всех приёмов и алгоритмов решений задач.	Владеет методами построения математических моделей профессиональных задач, методами интерпретации полученных результатов. Владеет способностью решать задачи повышенной сложности, самостоятельно подбирая метод решения.	Кейс-задания
ОПК-1	Знать	Знает базовые методы сбора и анализа литературных источников; простейшие принципы математического исследования и математической обработки данных.	Знает стандартные методы сбора и анализа литературных источников; теоретические основы математического исследования и математической обработки данных.	Знает различные методы сбора и анализа литературных источников; специализированные и оригинальные методики математического исследования и математической обработки данных.	Теоретические вопросы, типовые задания, контрольные работы
	Уметь	Умеет при постоянном наблюдении преподавателя собирать, систематизировать и анализировать учебную и научную литературу по заданной теме; проводить математическое исследование и математическую обработку данных; умеет осуществлять поиск решения задачи по заданному алгоритму.	Умеет при консультационной поддержке преподавателя собирать, систематизировать и анализировать учебную и научную литературу по заданной теме; проводить математическое исследование и математическую обработку данных с использованием теоретических основ соответствующих методов; умеет осуществлять поиск решения типовых задач.	Умеет самостоятельно собирать, систематизировать и анализировать учебную и научную литературу по заданной теме; проводить математическое исследование и математическую обработку данных с использованием, в том числе, специализированных и оригинальных методик; умеет осуществлять поиск разных способов решения задач.	Типовые задания, контрольные работы, кейс-задания

	Владеть	Владеет базовыми навыками целенаправленного сбора и анализа литературных источников; простейшими методами математического исследования и математической обработки данных; владеет навыками поиска решения элементарных задач.	Владеет стандартными навыками целенаправленного сбора и анализа литературных источников; основными методами математического исследования и математической обработки данных; владеет логическим обоснованием выбора и применения конкретного метода решения при поиске решения задачи.	Владеет различными навыками целенаправленного сбора и анализа литературных источников; различными, в том числе, специализированными и оригинальными, методами математического исследования и математической обработки данных; владеет оценкой адекватности и оптимальности выбранного способа решения при поиске решения задачи.	Кейс-задания
--	---------	---	---	--	--------------

## ***2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости***

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы (темы) дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Определители второго и третьего порядков, их свойства. Определители n-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя методом разложения по строке (столбцу) и применением основных свойств. Матрицы. Действия с ними. Нахождение обратной матрицы. Системы двух и трех линейных уравнений.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий

	Матричная запись системы линейных уравнений. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Система $m$ линейных уравнений с $n$ неизвестными. Метод Гаусса.		
2	Раздел «Элементы линейной алгебры»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
3	Геометрические векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора и их свойства.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
4	Длина вектора. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства. Выражение через координаты сомножителей. Физический и геометрический смысл. Угол между двумя векторами, условие ортогональности.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
5	Раздел «Элементы векторной алгебры»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
6	Уравнение прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
7	Плоскость в пространстве. Различные виды уравнений плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя плоскостями, между прямыми, между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых, плоскостей	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
8	Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий

	свойства и уравнения. Классификация кривых второго порядка. Полярные координаты на плоскости. Полярное уравнение кривой. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду		
9	Раздел «Элементы аналитической геометрии»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
10	Числовая функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Построение графиков функций одной переменной с помощью преобразований графиков простейших элементарных функций	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
11	Предел функции. Односторонние и бесконечные пределы. Бесконечно большие и неограниченные функции. Бесконечно малые функции и их свойства. Основные теоремы о пределе функции. Неопределенности. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Вычисление пределов функций	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
12	Непрерывные функции и их свойства. Непрерывность сложной функции, элементарной функции. Классификация точек разрыва	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
13	Раздел «Введение в математический анализ»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
14	Производная. Дифференцирование результатов арифметических действий над функциями. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Техника дифференцирования	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания.



15	Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
16	Правила Лопиталья.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
17	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Исследование функции средствами дифференциального исчисления	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
18	Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания. Выполнение кейс-задания
19	Разделы «Дифференциальное исчисление функций одной переменной», «Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
20	Простейшие приемы отыскания первообразной. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, интегрирование подстановкой, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей; интегрирование простейших дробей. План интегрирования рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование иррациональных выражений	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий.
21	Раздел «Неопределенный интеграл»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
22	Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла: интегрирование подстановкой и по частям.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий

	Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Исследование несобственных интегралов		
23	Приложения определенного интеграла	ОК-7, ОПК-1	Выполнение кейс-задания
24	Вычисление частных производных и полных дифференциалов первого и второго порядков от функции двух переменных. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы полного дифференциала сложной функции. Дифференцирование неявных функций двух переменных	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
25	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной в ограниченной замкнутой области	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
26	Раздел «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
27	Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формулы Муавра	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
28	Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, однородные относительно переменных. Линейные уравнения и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
29	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания

	понижение порядка. Задача Коши		
30	Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Структура общего решения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Метод Лагранжа отыскания частного решения. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типového задания
31	Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение методом исключения, методом Эйлера	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типového задания
32	Раздел «Обыкновенные дифференциальные уравнения»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
33	Исследование сходимости знакоположительных рядов с помощью признаков сходимости. Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость. Ряд Лейбница и его приложения к приближенным вычислениям	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типových заданий
34	Степенные ряды по степеням $x$ и по степеням $(x - x_0)$ . Интервал и радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям значений функций и интегралов	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типových заданий
35	Разложение $2\pi$ -периодических функций в тригонометрические ряды Фурье. Ряд Фурье четных и	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типového задания

	нечетных $2\pi$ -периодических функций. Разложение в ряд Фурье периодических функций с произвольным периодом, непериодических функций		
36	Разделы «Числовые ряды», «Степенные ряды», «Ряды Фурье»	ОК-7, ОПК-1	Аудиторная контрольная работа
37	Вычисление двойного интеграла в прямоугольной декартовой системе координат повторным интегрированием. Двойной интеграл в полярной системе координат.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий
38	Скалярное поле. Векторное поле. Производная скалярного поля по направлению. Градиент функции, свойства.	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типового задания
39	Решение комбинаторных задач. Понятие случайного события. Классификация событий. Действия над событиями. Классическое и геометрическое определение вероятности. Совместные и несовместные события. Сложение вероятностей несовместных событий. Зависимые и независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Совместное применение теорем сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей зависимых событий. Сложение вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра–Лапласа, Пуассона. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий Выполнение кейс-задания
40	Дискретные случайные величины. Закон распределения. Функция	ОК-7, ОПК-1	Выполнение типовых заданий

	<p>распределения, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Биномиальное, пуассоновское распределения. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины. Равномерное, показательное распределения, их характеристики. Нормальное распределение, его характеристики</p>		
41	<p>Раздел «Элементы теории вероятностей»</p>	<p>ОК-7, ОПК-1</p>	<p>Аудиторная контрольная работа</p>
42	<p>Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки. Интервальный статистический ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон, гистограмма. Числовые характеристики статистического распределения. Кейс-задание «Простая статистическая совокупность и методы ее обработки». Кейс-задание «Интервальный статистический ряд и его характеристики»</p>	<p>ОК-7, ОПК-1</p>	<p>Выполнение кейс-заданий</p>
43	<p>Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы. Кейс-задание «Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Нормальное распределение». Кейс-задание «Выравнивание статистических рядов по методу</p>	<p>ОК-7, ОПК-1</p>	<p>Выполнение кейс-заданий</p>

	моментов. Равномерное распределение»		
44	Статистическая проверка статистических гипотез. Виды статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения. Кейс-задание «Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию согласия Пирсона»	ОК-7, ОПК-1	Выполнение кейс-задания
45	Элементы теории корреляции. Понятие корреляционной зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Линейная корреляция. Выборочный коэффициент корреляции. Кейс-задание «Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным методом наименьших квадратов». Кейс-задание «Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным». Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции	ОК-7, ОПК-1	Выполнение кейс-заданий

***Критерии и шкала оценивания типового задания***

Оценка	Критерий оценки
«зачтено»	Обучающийся правильно выполнил и оформил типовое задание (контрольную работу)
«не зачтено»	При выполнении типового задания (контрольной работы) студент допустил хотя бы одну ошибку, нарушил требования к оформлению

***Критерии и шкала оценивания аудиторной контрольной работы***

***1) Критерии и шкала оценивания решения задачи контрольной работы***

Оценка	Критерий оценки
3 балла	Задача решена правильно.
2 балла	Задача решена или с недочетом, или с негрубой ошибкой, или решено 2/3 задачи.
1 балл	В решении задачи содержатся грубые ошибки.

0,5 балла	В решении задачи приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него
0 баллов	Отсутствует решение задачи или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

## 2) Критерии и шкала оценивания контрольной работы

Суммарный балл работы является суммой баллов, полученных за решение задач.

Оценка	Критерий оценки
«отлично»	Набранный студентом балл работы составляет от максимального балла работы 95-100 %.
«хорошо»	Набранный студентом балл работы составляет от максимального балла работы 76-94 %.
«удовлетворительно»	Набранный студентом балл работы составляет от максимального балла работы 50-75 %.
«неудовлетворительно»	Набранный студентом балл работы составляет от максимального балла работы 49 % и менее.

Контрольная работа должна быть зачтена. Требования к зачету зависят от оценки за работу.

Если за работу получена оценка «отлично», то работа зачтена;

«хорошо» или «удовлетворительно» – для зачета работы студенту нужно сделать работу над ошибками;

«неудовлетворительно» – для зачета работы студент во время внеаудиторной работы должен сдать темы, за соответствующие которым задания контрольной работы он получил менее 2 баллов;

если работа не написана, то для зачета работы студент во время внеаудиторной работы должен сдать все темы, входящие в работу.

## *Критерии и шкала оценивания кейс-задания*

Оценка	Критерий оценки
«зачтено»	Обучающийся правильно выполнил и оформил задание, самостоятельно или при небольшой консультационной поддержке. При этом он использовал математический аппарат, методы математического моделирования, логически обосновав выбор способа решения. Применил методы интерпретации полученных результатов. Применил навыки целенаправленного сбора и анализа литературных источников, методы математического исследования и математической обработки данных
«не зачтено»	Студент не продемонстрировал достаточный уровень владения математическим аппаратом, методами математического моделирования, интерпретации полученных результатов, навыками целенаправленного сбора и анализа литературных источников, методами математического исследования и математической обработки данных. Задание не выполнено или выполнено с серьезными ошибками

## 2.3. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

**Критерии и шкала оценивания результатов обучения  
при проведении зачета**

*1) Критерии и шкала оценивания ответа на теоретический вопрос*

Оценка	Критерий оценки
3 балла	Дан точный и полный ответ на вопрос
2 балла	Вопрос раскрыт удовлетворительно, имеются неточности, недостатки по полноте и содержанию ответа
1 балл	Ответ не является логически законченным и обоснованным и / или содержит грубые ошибки; поставленный вопрос раскрыт неудовлетворительно с точки зрения полноты и глубины изложения материала
0 баллов	В ответе приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует ответ на вопрос; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

*2) Критерии и шкала оценивания решения задачи*

Оценка	Критерий оценки
4 балла	Решение – полное и правильное
3 балла	Решение, в целом, правильное, но содержит недочеты
2 балла	Решение содержит негрубые ошибки или решено 2/3 задачи
1 балл	В решении содержатся грубые ошибки или решено менее 2/3 задачи, но не менее 1/2
0 баллов	В решении приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует решение; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

*3) Критерии и шкала оценивания практического задания*

Оценка	Критерий оценки
6 баллов	Решение – полное и правильное
5 баллов	Решение, в целом, правильное, но содержит недочеты
4 балла	Решено правильно 2/3 задания
3 балла	Решено правильно менее 2/3 задания, но не менее 1/2
2 балла	Решение содержит негрубые ошибки
1 балл	В решении содержатся грубые ошибки, но оно доведено до конца и в нем продемонстрированы верные действия
0 баллов	В решении приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует решение; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

*4) Критерии и шкала оценивания результатов обучения*

Суммарный балл зачета является суммой баллов, полученных за решение задач, практических заданий и ответы на теоретические вопросы билета.

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
отлично	Набранный студентом балл составляет от максимального балла зачета 95-100 %. Обучающийся продемонстрировал отличные знания, умения и навыки в рамках учебного материала. Верно ответил на теоретические	Эталонный



	вопросы, правильно выполнил практические задания. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «отлично».	
хорошо	Набранный студентом балл составляет от максимального балла зачета 75-94 %. Обучающийся продемонстрировал хорошие знания, умения и навыки в рамках учебного материала. С небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы, выполнил практические задания. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «хорошо».	Стандартный
удовлетворительно	Набранный студентом балл составляет от максимального балла зачета 60-74 %. Обучающийся продемонстрировал удовлетворительные знания, умения и навыки в рамках учебного материала. С существенными неточностями ответил на теоретические вопросы, выполнил практические задания. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «удовлетворительно»; или не сдана небольшая часть «контрольных точек».	Пороговый
неудовлетворительно	Набранный студентом балл составляет от максимального балла зачета 59 % и менее. Обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень знаний, умений и навыков при ответе на теоретические вопросы учебного материала и при выполнении практических заданий. Кроме этого, у студента зачтены не все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «неудовлетворительно» или не выполнен.	Компетенции не сформированы

**Критерии и шкала оценивания результатов обучения при проведении экзамена**

*1) Критерии и шкала оценивания ответа на теоретический вопрос*

Оценка	Критерий оценки
3 балла	Дан точный и полный ответ на вопрос
2 балла	Вопрос раскрыт удовлетворительно, имеются неточности, недостатки по полноте и содержанию ответа
1 балл	Ответ не является логически законченным и обоснованным и / или содержит грубые ошибки; поставленный вопрос раскрыт неудовлетворительно с точки зрения полноты и глубины изложения материала
0 баллов	В ответе приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует ответ на вопрос; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

2) Критерии и шкала оценивания решения задачи

Оценка	Критерий оценки
4 балла	Решение – полное и правильное
3 балла	Решение, в целом, правильное, но содержит недочеты
2 балла	Решение содержит негрубые ошибки или решено 2/3 задачи
1 балл	В решении содержатся грубые ошибки или решено менее 2/3 задачи, но не менее 1/2
0 баллов	В решении приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует решение; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

3) Критерии и шкала оценивания практического задания

Оценка	Критерий оценки
6 баллов	Решение – полное и правильное
5 баллов	Решение, в целом, правильное, но содержит недочеты
4 балла	Решено правильно 2/3 задания
3 балла	Решено правильно менее 2/3 задания, но не менее 1/2
2 балла	Решение содержит негрубые ошибки
1 балл	В решении содержатся грубые ошибки, но оно доведено до конца и в нем продемонстрированы верные действия
0 баллов	В решении приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; или отсутствует решение; или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом

4) Критерии и шкала оценивания результатов обучения

Суммарный балл экзамена является суммой баллов, полученных за решение задач, практических заданий и ответы на теоретические вопросы экзаменационного билета.

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
отлично	Набранный студентом балл составляет от максимального балла экзамена 95-100 %. Обучающийся продемонстрировал наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «отлично»	Эталонный
хорошо	Набранный студентом балл составляет от максимального балла экзамена 75-94 %. Обучающийся продемонстрировал наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад	Стандартный

	выполнен на «хорошо»	
удовлетворительно	Набранный студентом балл составляет от максимального балла экзамена 60-74 %. Обучающийся продемонстрировал наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике. Кроме этого, у студента зачтены все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «удовлетворительно»; или не сдана небольшая часть «контрольных точек»	Пороговый
неудовлетворительно	Набранный студентом балл составляет от максимального балла экзамена 59 % и менее. Обучающийся продемонстрировал наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике. Кроме этого, у студента зачтены не все «контрольные точки» семестра: типовые задания, контрольные работы, кейс-задания, реферат-доклад выполнен на «неудовлетворительно» или не выполнен	Компетенции не сформированы

### **3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости**

##### *Образцы типовых заданий*

*Темы: Определители второго и третьего порядков, их свойства. Определители n-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя методом разложения по строке (столбцу) и применением основных свойств. Матрицы. Действия с ними. Нахождение обратной матрицы. Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Система m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса*

1. Установить, что система уравнений имеет единственное решение и найти решение тремя способами: методом Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ x + y + z = 6, \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

2. Исследовать систему уравнений на совместность и найти общее решение в случае совместности методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 3, \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = 4 \end{cases}$$

*Тема: Геометрические векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора и их свойства*

Установить, что векторы  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$  образуют базис и найти разложение вектора  $\vec{x}$  по этому базису, если  $\vec{x} = (11; -1; 4)$ ,  $\vec{p} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{q} = (3; 2; 0)$ ,  $\vec{r} = (-1; 1; 1)$ .

*Темы: Длина вектора. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их свойства. Выражение через координаты сомножителей. Физический и геометрический смысл. Угол между двумя векторами, условие ортогональности*

1. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ . Зная, что  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , найти угол между векторами  $\vec{p} = 2\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ .

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$  и  $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 4$ ,  $|\vec{q}| = 2$  и векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  образуют угол  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

3. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$  и его высоту, опущенную из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ , если  $A_1(1; 3; 0)$ ,  $A_2(4; -1; 2)$ ,  $A_3(3; 0; 1)$ ,  $A_4(-4; 3; 5)$ .

*Тема: Уравнение прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой*

Даны две вершины  $A(-2; 1)$  и  $B(3; -4)$  треугольника и точка  $K(5; -1)$  пересечения его высот. Найти уравнения сторон треугольника.

*Темы: Плоскость в пространстве. Различные виды уравнений плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя плоскостями, между прямыми, между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых, плоскостей*

Составить уравнение плоскости, проходящей через две прямые  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$  и

$$\begin{cases} x = 2 + 2t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = -2 + t. \end{cases}$$

*Темы: Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Классификация кривых второго порядка. Полярные координаты на плоскости. Полярное уравнение кривой. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду*

1. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить кривую:  $9x^2 + 5y^2 + 18x - 30y + 9 = 0$ .

2. Найти полярное уравнение заданной кривой и построить эту кривую:

$$(x^2 + y^2)^3 = x^4$$

3. Линия задана уравнением  $r = \frac{5}{3 - 4 \cos \varphi}$  в полярной системе координат.

Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от  $\varphi = 0$ , до  $\varphi = 2\pi$ , придавая  $\varphi$  значения через промежуток  $\frac{\pi}{8}$ ; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью, привести уравнение линии к каноническому виду; 3) определить, какая это линия.

*Темы: Числовая функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Построение графиков функций одной переменной с помощью преобразований графиков простейших элементарных функций*

1. Найти область определения функций. Ответ проиллюстрировать графически.

$y = \log_3(x^2 - 7x + 12) + \arccos \frac{x+2}{x-1}$	$z = \arcsin \frac{x+2}{y-3}$
$y = \sqrt{4 -  x-12 } - \frac{2}{\ln(3+x)}$	$z = \sqrt{y + \sqrt{x}}$

2. Построить графики функций одной переменной с помощью преобразований графиков простейших элементарных функций:

$$y = 3^{\log_3 \sqrt{\frac{1}{(x+4)^2}}}; \quad y = 2 - \arctg|x+3|; \quad y = \left| \left( \frac{1}{4} \right)^{3x-3} - 2 \right|$$

*Темы: Предел функции. Односторонние и бесконечные пределы. Бесконечно большие и неограниченные функции. Бесконечно малые функции и их свойства. Основные теоремы о пределе функции. Неопределенности. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Вычисление пределов функций*

Найти пределы, не пользуясь правилами Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x^{100} - x^{50} + 100}{2x + 3}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 12x - 32}{x^3 - 3x^2 + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+4}{5x-2} \right)^{18x-10};$$

$$\lim_{x \rightarrow 10 \pm} \arctg \frac{x}{10-x}$$

*Тема: Непрерывные функции и их свойства. Непрерывность сложной функции, элементарной функции. Классификация точек разрыва*

Найти множество точек непрерывности функции, точки ее разрыва. Определить вид точек разрыва. Изобразить график функции в окрестностях точек разрыва, график кусочно-аналитической функции – в окрестностях точек «стыка»:

$$y = \frac{3 - \sqrt{x+7}}{3+x}; \quad y = \begin{cases} -x-3, & x < -2, \\ x^2-4, & -2 \leq x < 3, \\ 2x-1, & x \geq 3. \end{cases}$$

*Темы: Производная. Дифференцирование результатов арифметических действий над функциями. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование основных*

элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Техника дифференцирования

Найти производную от функции:

$$y = 5^{\sqrt{x}} + 8 \cdot \sqrt[3]{x^2 - 2x - 7}; \quad y = \sin 5x \cdot \arcsin \frac{x}{5} + (\operatorname{ctg} x)^x; \quad y = \arccos^3 x - \log_4 \operatorname{tg} 3x;$$

$$y = e^{-x+6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}; \quad y = \frac{\sqrt{x+2}}{\ln 4x - x}$$

Тема: Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций

1. Найти двумя способами производную от функции  $y = f(x)$ , заданной неявно:

$$e^y \cdot \sin x = e^{-x} \cdot \cos y$$

2. Найти производные первого и второго порядков от функции  $y = f(x)$ , заданной параметрически:  $x = \frac{1}{t}$ ,  $y = \operatorname{tg} 2t$

Тема: Правила Лопиталя

Найти пределы функций с помощью правил Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right); \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \frac{\pi \cdot x}{2}}$$

Тема: Общая схема исследования функции и построения ее графика. Исследование функции средствами дифференциального исчисления

Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{2 - 2x - x^2}{x + 3}$$

Тема: Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции

Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$  на отрезке  $[\sqrt{3}; 2]$ .

Темы: Простейшие приемы отыскания первообразной. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, интегрирование подстановкой, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей; интегрирование простейших дробей. План интегрирования рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование иррациональных выражений

1. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{5 - \sin x}}; \quad \int \frac{dx}{2 + 9x^2}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 2x^2}}; \quad \int \frac{e^x dx}{\sqrt{5 + 2e^{2x}}}; \quad \int \frac{dx}{x^2 + 6x - 7}$$

2. Найти неопределенный интеграл:

$$\int (2x + 3) \sin 4x dx; \quad \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}; \quad \int \frac{dx}{x^3 + 8}; \quad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}}; \quad \int \frac{dx}{1 + 6 \sin x + \cos x}; \quad \int \sin^4 x dx$$

*Темы: Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла: интегрирование подстановкой и по частям. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Исследование несобственных интегралов*

1. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx; \int_0^1 (x^2 + 2) \cdot e^{3x} dx$$

2. Вычислить или доказать расходимость несобственного интеграла:

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

*Темы: Вычисление частных производных и полных дифференциалов первого и второго порядков от функции двух переменных. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы полного дифференциала сложной функции. Дифференцирование неявных функций двух переменных*

1. Найти частные производные и полные дифференциалы первого и второго порядков от функции  $z = \ln(x^2 y + xy^2)$ .

2. Найти частные производные первого порядка от функции  $z = f(x, y)$ , заданной неявно уравнением  $\operatorname{tg}(x+z) = y \cdot e^z$

3. Пусть  $z = \arcsin(x^2 y)$ , где  $x = u^v$ ,  $y = u - v^3$ . Найти  $z'_u$  и  $z'_v$ .

*Темы: Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной в ограниченной замкнутой области*

1. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $3x^4 - 4y^3 z + 4xyz^2 - 4xz^3 + 1 = 0$  в точке  $M(1;1;1)$ .

2. Исследовать функцию  $z = x^2 + xy - 4x + 8y$  на экстремум.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - 3y^2 + y$  в области  $D$ , заданной неравенствами  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq x + y \leq 1$ .

*Темы: Комплексные числа, действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формулы Муавра*

Дано комплексное число  $z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}$ . Требуется: 1) записать число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; 2) найти все корни уравнения  $w^3 + z = 0$ .

*Темы: Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, однородные относительно переменных. Линейные уравнения и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах*

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$$

*Тема: Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши*

Найти частное решение уравнения  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ , удовлетворяющее начальным условиям:  $y|_{x=1} = \frac{e}{2}$ ;  $y'|_{x=1} = e^2$ .

*Темы: Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Структура общего решения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Метод Лагранжа отыскания частного решения. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения*

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 3y' = 2e^{3x}$$

2. Записать вид общего решения уравнения (без отыскания неопределенных коэффициентов):

$$y'' + 4y' + 13y = \sin 3x + e^{-2x} \cos 3x + x^2 e^{-2x}$$

3. Получить общее решение уравнения методом вариации произвольных постоянных:

$$y'' + 4y = \operatorname{tg} 2x$$

*Тема: Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение методом исключения, методом Эйлера*

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений двумя способами, методом исключения и методом Эйлера:

$$\begin{cases} x'_t = x + y, \\ y'_t = 2x + 3y \end{cases}$$

*Темы: Исследование сходимости знакоположительных рядов с помощью признаков сходимости. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Ряд Лейбница и его приложения к приближенным вычислениям*

1. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2 + 3n + 1}$$

2. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд и определить характер сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

3. Найти приближенно сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$  с точностью до 0,01.

*Темы: Степенные ряды по степеням  $x$  и по степеням  $(x - x_0)$ . Интервал и радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций*



в степенные ряды. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям значений функций и интегралов

1. Найти интервал, радиус сходимости степенного ряда и выяснить поведение ряда на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot (x-1)^n}{2^n \cdot 3^{n+1}}$$

2. Разложить функцию  $f(x) = e^{3x}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0 = 1$  с помощью «готовых» рядов Маклорена и указать интервал сходимости.

3. Вычислить приближенно  $\int_0^1 \sin x^2 dx$  с точностью до 0,001.

*Темы: Разложение  $2\pi$ -периодических функций в тригонометрические ряды Фурье. Ряд Фурье четных и нечетных  $2\pi$ -периодических функций. Разложение в ряд Фурье периодических функций с произвольным периодом, непериодических функций*

Разложить в ряд Фурье функцию:

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -\pi < x \leq 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

*Темы: Вычисление двойного интеграла в прямоугольной декартовой системе координат повторным интегрированием. Двойной интеграл в полярной системе координат*

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f(x, y) dx$$

2. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{3}{x}$ ,  $y = 4e^x$ ,  $y = 3$ ,  $y = 4$ .

*Тема: Скалярное поле. Векторное поле. Производная скалярного поля по направлению. Градиент функции, свойства*

Даны скалярное поле  $z = 3x^4 + 2x^2y^3$ , точка  $A(-1; 2)$  и вектор  $\vec{a} = (4; -3)$ . Найти: 1) градиент поля в точке  $A$ ; 2) производную поля в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

*Темы: Решение комбинаторных задач. Понятие случайного события. Классификация событий. Действия над событиями. Классическое и геометрическое определение вероятности. Совместные и несовместные события. Сложение вероятностей несовместных событий. Зависимые и независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Совместное применение теорем сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей зависимых событий. Сложение вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра–Лапласа, Пуассона. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях*

1. 25 экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются. Экзаменуемый может ответить только на 45 вопросов. Какова вероятность того, что вытянутый билет состоит из подготовленных им вопросов?

2. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне – 5 белых, 11 черных и 8 красных шаров, а во второй – соответственно, 10, 8 и 6. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара одного цвета?

3. Лаборант забывает бросить кипелку в емкость для проведения химической реакции с вероятностью 0,4. Вероятность растрескивания емкости без кипелки составляет 80%, с кипелкой – 10%. Найти вероятность появления трещин.

4. В партии 2% бракованных изделий. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание 4-х изделий: а) не окажется ни одного бракованного; б) будет 2 бракованных; в) окажется не более одного изделия?

5. На заводе по производству химического оборудования рабочий за смену изготавливает 625 деталей. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется первого сорта, равна 0,9. Какова вероятность того, что рабочий за смену изготовит: а) не менее 270 и не более 370 деталей первого сорта; б) 560 деталей первого сорта?

*Темы: Дискретные случайные величины. Закон распределения. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Биномиальное, пуассоновское распределения. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины. Равномерное, показательное распределения, их характеристики. Нормальное распределение, его характеристики*

1. Дан закон распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	18	22	23	26
$p$	0,2	0,3	0,4	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение величины.

2. Дан закон распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	3	5	7	9	11
$p$	0,1	0,15	0,35	0,1	0,25	0,05

Найти функцию распределения величины и вычертить ее график.

3. Производится  $n$  независимых испытаний, в каждом из которых событие  $A$  появляется с постоянной вероятностью  $p$  ( $0 < p < 1$ ). Написать для числа появления события  $A$  в этих испытаниях: а) биномиальный закон распределения; б) распределение Пуассона.

а)  $n = 5$ ;  $p = 0,8$ ; б)  $n = 600$ ;  $p = 0,01$

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin 2x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения  $f(x)$ ; б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение величины; в) вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $\left(\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right)$ . Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

5. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $a=10$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma=2$ . Найти вероятность того, что: а)  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $(5;15)$ ; б) абсолютная величина отклонения будет меньше 1.

### Образцы аудиторных контрольных работ

*Разделы: Элементы линейной алгебры. Элементы векторной алгебры. Элементы аналитической геометрии*

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

2. Уравнения двух сторон параллелограмма  $x+2y+2=0$  и  $x+y-4=0$ , а уравнение одной из его диагоналей  $x-2=0$ . Найти координаты вершин параллелограмма.

3. Точки  $A(3;5;4)$ ,  $B(8;7;4)$ ,  $C(5;10;4)$ ,  $D(4;7;8)$  – вершины пирамиды. Найти: 1) длину ребра  $AB$ ; 2) угол между ребрами  $AB$  и  $AD$ ; 3) уравнение плоскости  $ABC$ ; 4) объем пирамиды; 5) уравнения высоты, опущенной из вершины  $D$  на грань  $ABC$ .

4. Даны векторы  $\vec{a}=(3;5;4)$ ,  $\vec{b}=(8;-7;4)$  и  $\vec{c}=(5;10;-4)$ . Найти скалярное произведение векторов  $[\vec{a}, \vec{b}]$  и  $\vec{a}\vec{c}$ , где  $\alpha = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ .

*Раздел: Введение в математический анализ*

1. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x}{x-2}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2+2}{2x^2-4} \right)^{x^2+1}$ .

2. Сравнить бесконечно малые функции

$$\alpha(x) = \arctg 7x \text{ и } \beta(x) = \ln(1 + \sin 3x) \text{ при } x \rightarrow 0.$$

3. Найти множество точек непрерывности функции, точки ее разрыва. Определить тип точек разрыва:

$$y = \frac{2}{1 + e^{\frac{1}{x+1}}}$$

4. Найти область определения функции:  $y = \frac{\sqrt{32+6x-5x^2}}{125-5^{x^2-2x}}$ .

5. Построить график функции:  $y = \frac{2x-2}{|2x-2|} - x^2$ .

*Разделы: Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению их графиков*

1. Найти производную от функции:

$$y = x^3 \cdot \ln \frac{x}{2}; \quad y = \frac{x}{\sin 2x}; \quad y = \ln^5 \operatorname{tg} 3x; \quad y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\cos x}; \quad y = \frac{1}{2x} \cdot e^{\sqrt{x} - \operatorname{arctg} x + \ln x}$$

2. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции

$$y = x^2 \cdot e^{-x}$$

3. Найти интервалы выпуклости, вогнутости кривой, точки ее перегиба:

$$y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 3}$$

4. Найти асимптоты кривой  $y = \left( \frac{x-4}{x+4} \right)^2$ .

5. Применяя правило Лопиталя, найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ .

*Раздел: Неопределенный интеграл*

Найти неопределенный интеграл:

1)  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ; 2)  $\int (x^2 + x) \cdot \ln^2 x dx$ ; 3)  $\int \frac{x^6}{5 + x^{14}} dx$ ; 4)  $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$

5)  $\int \frac{dx}{4 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 2}$ ; 6)  $\int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x}$ ; 7)  $\int \frac{\sqrt{x+2} + 1}{\sqrt{x+2} - 1} dx$

*Раздел: Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных*

1. Найти  $dz$ , если  $z = \sin \frac{x}{y} \cdot \cos \frac{y}{x}$ .

2. Найти  $z'_x$  и  $z'_y$ , если  $\sin(xyz) = e^{-xy} + x^2 yz$ .

3. Найти  $\frac{dz}{dt}$ , если  $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1+xy}$ ,  $x = t^2$ ,  $y = \sin t$ .

4. Для функции  $z = \ln(e^x + e^y)$  показать, что  $z''_{xx} \cdot z''_{yy} - (z''_{xy})^2 = 0$ .

*Раздел: Обыкновенные дифференциальные уравнения*

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{3}{y}$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1 + (y')^2 + yy'' = 0$$

3. Решить задачу Коши:

$$y'' + 5y' + 6 = x^2 - x + 3; \quad y|_{x=0} = 4; \quad y'|_{x=0} = 1$$

4. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'_t = 3x - 2y, \\ y'_t = 2x + 8y \end{cases}$$

*Разделы: Числовые ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье*

1. Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(4n+1)^3}$ .

2. Исследовать на сходимость числовой ряд, установить характер сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^2 + 2n + 5}}$$

3. Найти интервал сходимости степенного ряда и выяснить поведение ряда на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(3n-1) \cdot 5^{2n-1}}$$

4. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию:

$$f(x) = x + 2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

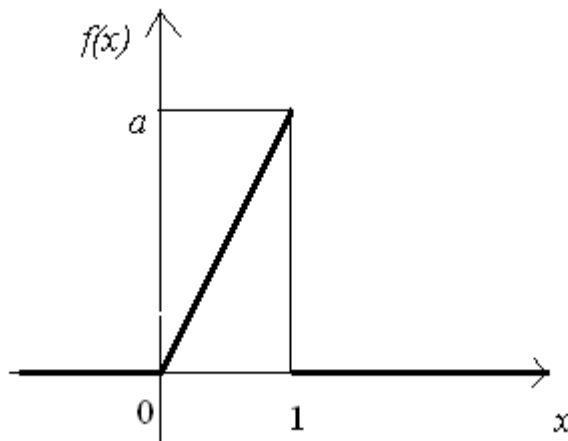
### *Раздел: Элементы теории вероятностей*

1. Подбрасывается игральный кубик. Какова вероятность выпадения на верхней грани четного числа очков?

2. Петя и Ваня пришли сдавать экзамен по математике. Петя знает ответы на все вопросы программы, а Ваня лишь на 80% из них. Чтобы определить, кому войти первым, они подбрасывают монету. Известно, что вошедший первым сдал экзамен. Какова вероятность того, что это был Ваня?

3. Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину при броске равна 0,4. Произведено 10 бросков. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность.

4. Случайная величина  $X$  подчинена закону распределения, плотность которого задана графически:



- Найти параметр  $a$ .
- Написать аналитическое представление плотности  $f(x)$ .
- Найти числовые характеристики случайной величины  $X$ .
- Найти функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  и построить ее график.

### *Образцы кейс-заданий*

*Тема: Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции*

Ряд опытов привел к  $n$  различным значениям  $x_1, x_2, \dots, x_n$  для исследуемой величины  $A$ . Часто принимают в качестве значения  $A$  такое значение  $x$ , что сумма

квадратов отклонений его от  $x_1, x_2, \dots, x_n$  имеет наименьшее значение. Найти  $x$ , удовлетворяющее этому требованию.

*Тема: Приложения определенного интеграла*

Воздух содержит 8%  $CO_2$ ; он пропускается через цилиндрический сосуд с поглотительной массой. Тонкий слой массы поглощает количество газа, пропорциональное его концентрации и толщине слоя. 1) Если воздух, прошедший слой в 10 см толщиной, содержит 2%  $CO_2$ , то какой толщины должен быть поглотительный слой, для того чтобы, выходя из поглотителя, воздух содержал только 1% углекислоты? 2) Сколько углекислоты (в %) останется в воздухе, прошедшем поглотитель, если толщина поглотительного слоя будет равна 30 см?

*Темы:*

*Решение комбинаторных задач. Понятие случайного события. Классификация событий. Действия над событиями. Классическое и геометрическое определение вероятности. Совместные и несовместные события. Сложение вероятностей несовместных событий. Зависимые и независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Совместное применение теорем сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей зависимых событий. Сложение вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра–Лапласа, Пуассона. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях*

1. В органической молекуле 6 различных мест, к которым могут присоединиться (путем реакции замещения) атомы галогенов (хлора, брома и йода), независимо друг от друга. Определить, сколькими способами могут присоединиться к молекуле:

- 2 атома хлора;
- атом хлора и атом брома;
- 2 атома хлора и атом брома;
- 2 атома хлора и 2 атома йода;
- 3 атома хлора, 2 атома брома и атом йода;
- 4 атома хлора, атом брома и атом йода.

2. В ходе технологической обработки концентрация вещества  $A$  случайна и равномерно распределена от 0,5 до 1, концентрация вещества  $B$  – от 0 до 1. Реакция проходит, когда концентрация вещества  $A$  больше, чем вдвое, превышает концентрацию вещества  $B$ . Найти вероятность прохождения реакции.

3. Как показывает практика, условия на химическом производстве вредны для здоровья с вероятностью 0,25. Датчик обнаруживает это с вероятностью 0,75. Датчик не выявил вред для здоровья. Найти вероятность, что вред есть.

*Темы: Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки. Интервальный статистический ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон, гистограмма. Числовые характеристики статистического распределения. Кейс-задание «Простая статистическая совокупность и методы ее обработки». Кейс-задание «Интервальный статистический ряд и его характеристики»*

1. Простая статистическая совокупность и методы ее обработки.

Случайная величина  $X$  – процент содержания отложений в воде в 10 пробах донного отложения. Результаты приведены в таблице:

№ опыта $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение $x_i$ случайной величины	2,6	3,6	3,7	5,1	3,6	2,1	3,7	2,9	5,2	3,8

Требуется:

- 1) записать результаты наблюдений в вариационный ряд;
- 2) составить статистический ряд распределения с частотами и относительными частотами;
- 3) построить полигон относительных частот распределения;
- 4) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- 5) найти числовые характеристики распределения.

2. Интервальный статистический ряд и его характеристики.

Случайная величина  $X$  – процент содержания хлор-иона в пробах воды. Результаты 100 измерений приведены в таблице:

52,3	53,9	54,2	53,8	54,9	54,2	53,8	53,2	52,9	53,9
54,6	50,6	50,3	50,7	54,0	53,6	50,1	50,6	53,9	49,8
49,6	50,1	52,4	51,9	49,9	49,7	48,2	55,4	50,1	49,0
49,9	54,5	53,5	50,3	48,5	50,4	52,3	49,3	51,0	47,4
51,5	52,9	50,5	49,9	49,9	55,2	52,1	49,0	49,1	53,8
53,5	50,4	50,8	50,3	53,5	50,1	51,1	49,6	52,4	54,3
51,8	48,6	49,2	54,0	50,0	50,3	49,7	55,5	56,2	50,3
52,2	49,6	53,1	49,0	51,7	52,2	52,1	51,6	50,3	50,1
49,5	54,2	49,9	48,7	51,9	54,3	54,2	49,5	49,6	50,5
53,9	49,6	49,8	51,3	53,7	54,2	46,7	50,4	50,1	51,1

Требуется:

- 1) записать результаты наблюдений в виде вариационного ряда;
- 2) найти размах варьирования и разбить его на 9 одинаковых по длине интервалов;
- 3) составить интервальный статистический ряд распределения с частотами и относительными частотами;
- 4) построить полигон частот распределения;
- 5) построить гистограмму относительных частот распределения;
- 6) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее «ступенчатый» график;
- 7) построить приближенно непрерывный график эмпирической функции распределения;
- 8) найти числовые характеристики распределения.

*Темы: Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы. Кейс-задание «Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Нормальное распределение». Кейс-задание «Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Равномерное распределение»*

1. Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Нормальное распределение.

Случайная величина  $X$  – относительная ошибка (%) опытов гравиметрического анализа. Результаты опытов приведены в виде статистического ряда:

Разряд	Частота
0,005–0,01	5
0,01–0,015	7
0,015–0,02	9

0,02–0,025	10
0,025–0,03	17
0,03–0,035	16
0,035–0,04	8
0,04–0,045	7
0,045–0,05	6
0,05–0,055	5

Выполнить необходимую обработку данных и выровнять статистический ряд с помощью нормального закона распределения вероятностей. В одной системе координат построить гистограмму относительных частот распределения и график оценки теоретической плотности распределения. Найти доверительный интервал для математического ожидания при надежности  $\gamma = 0,95$ .

2. Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Равномерное распределение.

Случайная величина  $X$  – процентное содержание темноцветных минералов в 100 шлифтах песчаников одного возраста. Результаты опытов приведены в виде статистического ряда:

Разряд	1–1,6	1,6–2,2	2,2–2,8	2,8–3,4	3,4–4,0	4,0–4,6	4,6–5,2	5,2–5,8	5,8–6,4
Частота	5	14	12	10	9	14	18	13	5

Выполнить необходимую обработку данных и выровнять статистический ряд с помощью равномерного закона распределения вероятностей. В одной системе координат построить гистограмму относительных частот распределения и график оценки теоретической плотности распределения.

3. Выровнять статистический ряд, полученный в кейс-задании «Интервальный статистический ряд и его характеристики» с помощью нормального закона распределения или закона равномерной плотности, в зависимости от вида построенной гистограммы.

*Темы: Статистическая проверка статистических гипотез. Виды статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения. Кейс-задание «Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию согласия Пирсона»*

Пользуясь результатами или кейс-задания «Интервальный статистический ряд и его характеристики», или кейс-задания «Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Нормальное распределение», проверить согласованность теоретического нормального закона распределения и статистического распределения по критерию  $\chi^2$  Пирсона при уровне значимости  $\alpha = 0,025$ .

*Темы: Элементы теории корреляции. Понятие корреляционной зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Линейная корреляция. Выборочный коэффициент корреляции. Кейс-задание «Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным методом наименьших квадратов». Кейс-задание «Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным». Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции*

1. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным методом наименьших квадратов.



В результате эксперимента получены эмпирические значения для факториального и результативного признаков  $X$  и  $Y$ ; значения сведены в таблицу:

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	2,6	3,6	2,1	0,1	0,6

Требуется:

- 1) методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ ;
- 2) вычислить выборочный коэффициент корреляции и оценить тесноту связи между признаками  $X$  и  $Y$ ;
- 3) в одной системе координат построить график найденной линейной функции и эмпирические точки.

2. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.

В результате эксперимента получены эмпирические значения для факториального и результативного признаков  $X$  и  $Y$ . Значения сведены в корреляционную таблицу:

$Y$	$X$						$n_y$
	10	15	20	25	30	35	
6	4	2					6
12		6	2				8
18			5	40	5		50
24			2	8	7		17
30				4	7	8	19
$n_x$	4	8	9	52	19	8	$n = 100$

Выполнив необходимую обработку данных, найти выборочный коэффициент корреляции, выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ . Сравнить расчетное и наблюдаемое условные средние.

### 3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

#### Перечень теоретических вопросов (для оценки знаний)

1. Определители, их свойства и вычисление.
2. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица и ее нахождение. Ранг матрицы. и его нахождение.
3. Системы линейных алгебраических уравнений. Критерий существования и единственности решения. Теорема Кронекера-Капелли. Методы решения: правило Крамера, матричный способ, метод Гаусса.
4. Понятие и примеры линейного пространства.
5. Геометрические векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов Базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора и их свойства. Критерии коллинеарности и компланарности векторов.
6. Декартова система координат. Радиус-вектор точки. Координаты вектора, заданного началом и концом. Деление отрезка в данном отношении.
7. Декартова прямоугольная система координат. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Орт вектора. Расстояние между двумя точками.
8. Полярная система координат. Связь между координатами вектора, заданными в полярной и декартовой прямоугольных системах координат.

9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Теорема об ортогональности двух ненулевых векторов. Скалярное произведение векторов, заданных своими координатами. Выражение длины вектора и угла между векторами, заданными координатами, через их скалярное произведение.
10. Правый и левый базисы векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение координат векторного произведения через координаты сомножителей.
11. Смешанное произведение векторов и его свойства. Связь между скалярным, векторным и смешанным произведениями векторов. Выражение смешанного произведения векторов через координаты сомножителей.
12. Уравнение линии на плоскости. Параметрические уравнения линии. Полярное уравнение кривой. Уравнение прямой на плоскости (всевозможные способы задания). Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
13. Плоскость в пространстве (различные виды уравнений). Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
14. Уравнения прямой в пространстве (всевозможные способы задания). Угол между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.
15. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Классификация кривых второго порядка. Кривые в полярных координатах.
16. Уравнение поверхности. Поверхности второго порядка. Сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндрические и конические поверхности. Классификация поверхностей второго порядка.
17. Комплексные числа. Геометрическое изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. Операции над комплексными числами. Формулы Муавра-Лапласа.
18. Многочлены и алгебраические уравнения в комплексной области. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
19. Множества и операции над ними.
20. Элементы топологии: понятия открытого, замкнутого, связного множеств, окрестности точки, области, замкнутой области, граничных точек, границы множества.
21. Понятие числовой функции, область ее определения, множество значений. Способы задания числовой функции. Суперпозиция функций. Функции одной переменной: основные свойства. Обратная функция. График функции.
22. Понятие элементарной функции. Простейшие элементарные функции, их свойства и графики. Классификация элементарных функций.
23. Числовые последовательности. Предел последовательности. Число  $e$ .
24. Предел функции одной переменной (в точке, в "бесконечности"). Бесконечно большие функции. Односторонние пределы.
25. Бесконечно малые функции (БМФ) и их свойства. Связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями.
26. Основные теоремы о пределе функции. Неопределенности. Первый и второй замечательные пределы.
27. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные БМФ. Таблица эквивалентных БМФ.

28. Непрерывность функции одной переменной в точке, на множестве. Непрерывность результатов арифметических действий над функциями, сложной функции, элементарной функции. Подведение знака предела под знак непрерывной функции. Точки разрыва функции и их классификация.
29. Некоторые свойства непрерывных на отрезке функций.
30. Производная от функции одной переменной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к кривой.
31. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование результатов арифметических действий над функциями.
32. Дифференцирование сложной функции.
33. Дифференцирование основных элементарных функций (таблица основных производных).
34. Дифференцирование степенно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование.
35. Дифференцирование неявных, обратных, параметрически заданных функций.
36. Дифференциал функции одной переменной и его основные свойства. Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности формы. Геометрический смысл дифференциала.
37. Производные и дифференциалы функции одной переменной различных порядков.
38. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши дифференциального исчисления функции одной переменной.
39. Теоремы Лопиталья. Раскрытие неопределенностей по правилам Лопиталья.
40. Исследование функции одной переменной с помощью производной на возрастание и убывание.
41. Экстремумы функции одной переменной. Необходимое и достаточные условия существования экстремума.
42. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
43. Асимптоты кривой.
44. Исследование функции средствами дифференциального исчисления и построение её графика. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции.
45. Первообразная от функции и ее свойства.
46. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
47. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменной и по частям).
48. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей.
49. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
50. Интегрирование иррациональных выражений.
51. Примеры функций, интегралы от которых не берутся в конечном виде.
52. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его основные свойства.
53. Основные теоремы об определенном интеграле. Формула Ньютона-Лейбница.
54. Основные методы вычисления определенного интеграла: интегрирование подстановкой и по частям.
55. Приложения определенного интеграла.
56. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.
57. Предел, непрерывность функции двух переменных.
58. Частные производные функции двух переменных.
59. Дифференцируемость и полный дифференциал функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке.

60. Дифференцирование сложной функции двух переменных. Инвариантность формы полного дифференциала сложной функции.
61. неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций.
62. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
63. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
64. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия.
65. Понятие условного экстремума функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной в ограниченной замкнутой области.
66. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ). Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
67. ДУ первого порядка: с разделёнными и разделяющимися переменными, однородные относительно переменных, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах.
68. ДУ высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.
69. Линейные ДУ высших порядков: основные определения. Теорема существования и единственности решения.
70. Линейные однородные ДУ. Свойства частных решений линейного однородного уравнения. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского и его применение. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
71. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения. Частное решение уравнения с правой частью, являющейся суммой конечного числа функций. Метод Лагранжа (вариации произвольных постоянных) поиска частного (общего) решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения.
72. Нормальные системы линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами. Решение методом исключения, методом Эйлера.
73. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический и обобщённо гармонический ряды.
74. Достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.
75. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Ряд Лейбница и его приложения к приближенным вычислениям.
76. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Мажорируемые ряды. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Ряды по степеням  $x$  и по степеням  $(x - x_0)$ . Интервал и радиус сходимости. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов
77. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды. Приложения рядов к приближенным вычислениям значений функций и интегралов.
78. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье для  $2\pi$ -периодических функций. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле.
79. Ряд Фурье для чётных и нечётных периодических функций. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.

80. Общая схема построения определенного интеграла по фигуре (определения двойного, тройного интегралов, криволинейного и поверхностного интегралов первого рода). Свойства определенного интеграла по фигуре. Геометрический и физический смысл.
81. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярной системе координат.
82. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.
83. Скалярное поле. Векторное поле. Линии и поверхности уровня. Векторные линии, векторные трубки. Производная скалярного поля по направлению. Градиент функции, свойства.
84. Элементы комбинаторики (правила суммы, произведения; перестановки, размещения, сочетания).
85. Понятие случайного события. Классификация событий. Действия над событиями. Статистическое, классическое и геометрическое определения вероятности. Пространство элементарных событий, алгебра событий: теоретико-множественный подход. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей.
86. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий. Совместное применение теорем сложения и умножения. Вероятность появления хотя бы одного события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
87. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
88. Повторение независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра–Лапласа, Пуассона. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях.
89. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Биномиальное, пуассоновское распределения. Начальные и центральные теоретические моменты.
90. Закон больших чисел.
91. Функция распределения случайной величины, её свойства.
92. Закон (плотность) распределения вероятностей непрерывной случайной величины, его свойства. Вероятность попадания значений НСВ в заданный интервал.
93. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
94. Равномерное, показательное распределения вероятностей непрерывной случайной величины, их числовые характеристики, интегральная функция, вероятность попадания в заданный интервал.
95. Нормальный закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Числовые характеристики нормально распределённой величины. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный интервал. Функция Лапласа. Интегральная функция распределения для нормального закона. Вероятность отклонения.
96. Двумерная случайная величина. Законы распределения.
97. Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
98. Условное математическое ожидание. Регрессия. Линейная регрессия. Прямые линии среднее квадратической регрессии.
99. Основные задачи математической статистики.

100. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. Интервальный статистический ряд. Эмпирическая функция распределения. Графики статистического распределения. Числовые характеристики статистического распределения.
101. Статистические оценки параметров распределения. Свойства оценок. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
102. Выравнивание статистических рядов по методу моментов. Подбор кривой нормального распределения. Подбор кривой равномерного распределения.
103. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы.
104. Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию согласия Пирсона. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения.
105. Элементы теории корреляции. Понятие корреляционной зависимости. Основные задачи корреляционного анализа. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Линейная корреляция. Выборочный коэффициент корреляции. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным.
106. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным. Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции.
107. Основные понятия функции комплексной переменной. Основные элементарные функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцирование функций комплексной переменной. Понятие аналитической функции.
108. Постановки основных задач для уравнений с частными производными. Основные типы уравнений математической физики.
109. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его частные случаи. Интерполяционная формула Ньютона.
110. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: метод Эйлера, метод Адамса, метод Рунге-Кутты.

### ***Примеры задач (для оценки умений)***

1. Установить, лежат ли точки  $A(-3; -7; -5)$ ,  $B(0; -1; -2)$ ,  $C(2; 3; 0)$  на одной прямой. Если да, то выяснить, расположена ли точка  $B$  между точками  $A$  и  $C$ .

2. Найти  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{x-3} - 1}{x^3 - 64}$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $(1-x^2)y'' - xy' = 2$ .

4. Дана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7}, & x \in [-2; 5], \\ 0, & x \notin [-2; 5] \end{cases}$$

Найти числовые характеристики случайной величины, ее функцию распределения, вероятность попадания случайной величины в интервал  $(1; 3)$ .

### ***Примеры практических заданий (для оценки навыков и (или) опыта деятельности)***

1. Применяя соответствующие законы математики, найти состав сложной трехкомпонентной смеси, полученной смешением четырех смесей в соотношении 3:1:1:5 по массе. В первой смеси 20 мас. % компонента  $A$  и 10% –  $B$ ; во второй – 50%  $A$ , остальное –  $C$ ; в третьей – 20%  $B$ , остальное –  $C$ ; в четвертой – 100%  $C$ .

2. 2 кг соли растворяются в 30 л воды. Через 5 мин растворяется 1 кг соли. Через какое время растворится 99% первоначального количества соли? Скорость растворения пропорциональна количеству нерастворенной соли и разности между концентрацией насыщенного раствора, которая равна 1 кг на 3 л, и концентрацией раствора в данный момент.

3. Используя соответствующие законы математики, составить математическую модель и решить следующую задачу.

Если в каком-либо процессе одно вещество превращается в другое, причем скорость образования продукта пропорциональна наличному количеству превращающегося вещества, то такое явление называют процессом (или реакцией) первого порядка. Некоторое вещество, начальное количество которого  $m_0$ , превращается в другое вещество, а из образовавшегося продукта немедленно начинает получаться второй продукт. Оба превращения происходят как процессы первого порядка; коэффициенты пропорциональности известны:  $k_1$  – в первом процессе и  $k_2$  – во втором. Найти количество второго продукта, которое образуется через  $t$  единиц времени после начала процесса.

4. Исследуются зеленокаменные породы на процентное содержание в них  $SiO_2$ . Результаты наблюдений представлены в таблице:

50,7	49,4	50,8	49,7	50,1	49,9	49,9	49,7	49,7	49,8
50,0	49,7	50,2	50,8	51,2	49,5	50,1	49,8	49,9	50,4
40,7	49,1	49,5	40,5	49,7	49,8	50,3	50,1	49,9	50,1
50,1	49,3	50,2	49,8	50,5	50,4	50,1	49,9	49,6	49,9
49,8	50,1	50,8	50,6	49,9	51,7	49,8	50,2	49,9	49,8

Составить план математической обработки экспериментальных данных. Выполнить обработку. Сделать надлежащие выводы.

*Образец заданий к зачету.*

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЗАДАНИЕ К ЗАЧЕТУ № 1  
по дисциплине Математика направление  
подготовки 05.03.04 Гидрометеорология  
семестр 1

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Написать каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки  $A(2,1)$ ;  $B(-4, \sqrt{7})$ .
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $P(2,0,-2)$  параллельно векторам  $\vec{n}_1 = (-6, 3, 5)$  и  $\vec{n}_2 = (2, 1, -2)$ .

4. Вычислить предел функции, не пользуясь правилом Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}); \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \frac{7}{4} x}{e^{-2x} - 1}.$$

5. Полярные координаты на плоскости. Кривые второго порядка в полярных координатах.

*Образцы экзаменационных билетов.*

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1  
по дисциплине Математика направление  
подготовки 05.03.04 Гидрометеорология  
семестр 2

1. Предел функции одной переменной. Бесконечно большие функции. Односторонние пределы.
2. Найти точки перегиба функции  $y = x + x^{5/3}$ .
3. Вычислите  $\int_{\pi/4}^{\pi} \cos^2 x \, dx$ .
4. Найти  $y'_x, y''_{xx}$ , если  $x = \cos(1 - \varphi)$ ;  $y = \sin^2(1 - \varphi) + 2$ .

Составила Лобанова Л.В. \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ \_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г.

Зав. кафедрой И.И. Швецова

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1  
по дисциплине Математика направление  
подготовки 05.03.04 Гидрометеорология  
семестр 4

1. Теорема умножения для зависимых событий.
2. Проводится 4 независимых опыта, в каждом из которых событие А появляется с вероятностью 0,3. Напишите закон распределения случайной величины X - числа появлений события А и найдите ее числовые характеристики.
3. В лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на удачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.



4. Из ящика, где находится 15 деталей, пронумерованных от 1 до 15, требуется вынуть 4 детали. Чему равно количество всевозможных комбинаций номеров вынутых деталей?

Составила Лобанова Л.В. \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ \_\_\_\_\_

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

Зав. кафедрой И.И. Швецова

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### ***4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов***

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины, и процедур оценивания результатов обучения с помощью спланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описание процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Типовое задание	Типовое задание – это индивидуальное домашнее задание студента. Оно выдается на практическом занятии после изучения предлагаемой темы. Типовое задание должно быть выполнено в установленный преподавателем срок в соответствии с требованиями к оформлению. Выполненное задание в назначенный срок сдается на проверку. Если задание не зачтено, то студент должен сделать и сдать на проверку работу над ошибками.
Аудиторная контрольная работа	Аудиторная контрольная работа выполняется студентами на практическом занятии. Она охватывает один или несколько разделов. О предстоящей контрольной работе студентам сообщается не позднее, чем за неделю до мероприятия.
Кейс-задание	Выполнение кейс-заданий по некоторым темам осуществляется на практическом занятии, по некоторым темам – дома (в соответствии с рабочей программой дисциплины). Преподаватель не менее чем за неделю до срока решения заданий доводит до сведения студентов предлагаемые кейс-задания. Защита кейс-задания проводится или на практическом занятии, или во время внеаудиторной работы. Задание можно выполнять и защищать группой, состоящей не более чем из пяти человек.

##### ***4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации***

###### ***Зачет***

При определении уровня достижений обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала и структуры дисциплины;
- знания, необходимые для решения типовых задач, умение выполнять предусмотренные программой задания;

– владение методологией дисциплины, умение применять теоретические знания при решении задач, обосновывать свои действия.

На зачете студенты отвечают по билетам.

### *Экзамен*

Экзамен проводится по расписанию экзаменационной сессии. Студенты отвечают по экзаменационным билетам.

При определении уровня достижений обучающихся на экзамене обращается особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи;
- знания об объекте демонстрируются на фоне понимания его в системе данной дисциплины и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах дисциплины, изложен литературным языком, логичен, доказателен;
- теоретические постулаты подтверждаются практическими примерами.