

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

Алгебра

для направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность программы «*Математика и информатика*»

1. Описание показателей (дескрипторов) и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Компетенции	Показатели* (дескрипторы)	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное средство (промежуточная аттестация)
		пороговый (удовлетворительно) 55-69 баллов	стандартный (хорошо) 70-84 балла	эталонный (отлично) 85-100 баллов	
ОПК-8	Знать	базовые термины алгебры; теоретические основы алгебры	межпредметные основы алгебры; основы научной коммуникации	способы и методы ведения научной дискуссии; актуальные проблемы алгебры, выходящие за рамки учебной дисциплины	Контрольная работа
	Уметь	найти необходимую информацию; изложить основные теоретические проблемы алгебры	подбирать и применять различные методы решения задач; устанавливать межпредметные связи	критически оценивать и интерпретировать научный опыт; систематизировать и тестировать полученную информацию	Контрольная работа
	Владеть	основами исследовательской деятельности в профессиональной области; воспроизведением полученных знаний	проведению научного эксперимента; использованием современных технологий для получения научных результатов	эмпирической проверкой научных теорий; принятием нестандартных решений профессиональных задач	Контрольная работа
ПК-1	Знать	актуальные проблемы алгебры в рамках учебной информации	терминологическую систему алгебры	новейшие теории, интерпретации, методы и технологии в алгебре	Контрольная работа
	Уметь	репродуцировать имеющуюся информацию	анализировать и синтезировать полученную информацию	презентовать результаты проведенного исследования	Контрольная работа

	Владеть	исполнением поставленных профессиональных задач	внедрением полученных при изучении алгебры в профессиональную деятельность	продолжением обучения на следующей ступени	Контрольная работа
--	---------	---	--	--	--------------------

2. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

2.1. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины* (модуля)	Код контролируемой компетенции и/или индикаторы компетенции	Наименование оценочного средства**
1	Матрицы. Определители	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
2	Системы линейных уравнений	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
3	Алгебраические структуры	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
4	Векторные пространства	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
5	Числовые системы	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
6	Теория чисел, теория сравнений	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа

7	Многочлены	ОПК-8 ПК-1	Контрольная работа
---	------------	---------------	--------------------

Критерии и шкала оценивания задач контрольной работы

<i>оценка</i>	<i>Критерии оценки</i>
«зачтено»	Задача решена верно, приведены правильные аргументирующие выводы. Результаты расчетов отображены графически.
«не зачтено»	Задача не решена или решена со значительными замечаниями.

Критерии и шкала оценивания контрольной работы по теме

Правильное выполнение 85%-100% заданий	5 баллов
Правильное выполнение 70%-85% заданий	4 балла
Правильное выполнение 50-70% заданий	3 балла
Неверное решение всех заданий или решение менее 50% заданий	0 баллов

2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется 100 шкала

1. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
«зачтено»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Ответил на все дополнительные вопросы	Эталонный
	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Ответил на большинство дополнительных вопросов	Стандартный
	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил	Пороговый

	практические задания. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	
«не зачтено»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	Компетенции не сформированы

2. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала: «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Критерии	Уровень освоения компетенций
Отлично	наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы	Эталонный
Хорошо	наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала	Стандартный
Удовлетворительно	наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике	Пороговый
Неудовлетворительно	наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.	Компетенции не сформированы

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости

В данном разделе представляются типовые контрольные задания, контрольные работы, тесты, типовые контрольные задания для выполнения разно-уровневых задач, тексты ситуационных задач, кейс-задачи, варианты заданий для проведения круглого стола, вопросы для дискуссий, темы рефератов, перечень докладов и др., в соответствии с определенными оценочными средствами.

Контрольная работа №1

1. Найти произведение матриц AB , BA

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить ранг матрицы двумя способами:

а) приведением к ступенчатому виду, б) окаймлением миноров.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 3 & 6 & 1 \\ -1 & 7 & 6 & 11 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти обратную матрицу двумя способами:

а) с помощью элементарных преобразований, б) с помощью алгебраических дополнений

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Даны две подстановки A и B . Найти A^{-1} , B^{-1} , AB , BA . Определить четность подстановок A , B , A^{-1} , B^{-1} , AB , BA . Решить уравнения: $AX = B$ и $YA = B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа № 2

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1. \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений матричным способом

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 21 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -16. \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 41 \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Найти фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0. \\ x_1 + 7x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа № 3

1. $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0 \cup b \neq 0\}$ Является ли $\langle M, \cdot \rangle$ группой?
2. Найти порядок элемента $a \in S_6$: $a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$
3. Найти: а) порядки всех элементов циклической группы $\langle a \rangle$;
б) все образующие этой группы; если: $|a| = 6$
4. Построить фактор-группу: $Z_{36}/\langle b \rangle$.
5. Найти все гомоморфизмы, отображающие циклическую группу $\langle a \rangle$ в циклическую группу $\langle b \rangle$, и ядра этих гомоморфизмов, если: $|a| = 9, |b| = 12$.

Контрольная работа № 4

1. Выполнить действия над комплексными числами в алгебраической форме
2. а) $z = \left(\frac{-6+2i}{1+3i}\right)^{-4}$ б) $z = \frac{1}{-1-i}$.
3. Выполнить действия над комплексными числами в тригонометрической форме
$$\sqrt[3]{\frac{-1+i}{\sqrt{3}-i}}$$
4. Доказать методом математической индукции, что
а) $(3^{2n+1} + 40n - 67) : 64$,
б) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$.

Контрольная работа № 5

1. Проверить, являются ли следующие системы векторов (в соответствующих пространствах над \mathbb{R}) линейно независимы или линейно зависимые:

а) $a_1 = (1,1,1), a_2 = (1,2,3), a_3 = (1,3,3)$;

б) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

в) $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 + i$;

г) $f_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3, f_2(x) = 1 - x - x^2 - x^3, f_3(x) = 2 + 3x + x^2 + 4x^3$

2. Даны подпространства L_1 и L_2 векторного пространства \mathbb{R}^5 , натянутые, соответственно, на векторы a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2 . Найти базисы $L_1, L_2, L_1+L_2, L_1 \cap L_2$ и их размерности.

$a_1 = (1, -3, 0, 2, 1), a_2 = (-2, 4, 2, -3, 1), a_3 = (0, -2, 2, 1, 3), b_1 = (1, -2, 3, 1, 0),$

$b_2 = (1, -6, 7, 3, 6)$;

Контрольная работа № 6

- 1) Найти а) НОД(a,b) б) НОК(a,b) в) линейное разложение НОД(a,b)
 $a = 605, b = 715$
- 2) Найти канонический вид числа $a = 108$
Вычислить $\tau(a), \sigma(a), \varphi(a)$
- 3) Найти остаток от деления $3^{101} + 5^{102}$ на 13
- 4) Найти две последние цифры числа 23^{86}
- 5) Решить неопределенное уравнение $48x + 56y = 76$
- 6) Решить систему сравнений
$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv -2 \pmod{11} \end{cases} .$$

Контрольная работа № 7

Для многочлена $f(x) = x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 10x^2 - 4$

1. Выяснить, является ли c корнем многочлена $f(x)$, если:

(а) $c = 1$; (б) $c = 2$. В случае положительного ответа определить кратность этого корня, в случае отрицательного ответа найти $f(c)$.

2. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням двучлена $(x - 1)$.

3. Найти НОД и НОК многочлена $f(x)$ и его производной $f'(x)$.

4. Выделить кратные множители многочлена $f(x)$.

5. Решить уравнение $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$

3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

Примерные вопросы экзамена ко всему курсу

1. Алгебраические операции и их свойства.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями.
3. Метод математической индукции.
4. Понятие группы. Примеры групп.
5. Простейшие свойства групп.
6. Понятие кольца. Простейшие свойства кольца. Примеры колец.
7. Подкольца.
8. Поле, его простейшие свойства, примеры.
9. Поле комплексных чисел.
10. Комплексные числа в алгебраической форме, операции над ними.
11. Сопряженные комплексные и их свойства.
12. Модуль комплексного числа и его свойства.

13. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
14. Тригонометрическая форма комплексного числа.
15. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
16. Корни из комплексных чисел.
17. Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
18. Матрицы. Виды матриц. Элементарные преобразования.
19. Понятие определителя. Вычисление определителя порядка n .
20. Операции над матрицами, их свойства.
21. Понятие обратной матрицы, элементарные матрицы.
22. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
23. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителя.
24. Разложение определителя по строкам или столбцу.
25. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
26. Определитель произведения матриц.
27. Теорема о ранге матриц.
28. Запись и решение n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.
29. Правило Крамера.
30. Арифметическое векторное пространство. Векторное пространство. Подпространство и его свойства.
31. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Линейная оболочка. Эквивалентные системы векторов.
32. Базис и ранг системы векторов.
33. Координаты вектора в данном базисе. Размерность векторного пространства.
34. Векторная форма записи системы линейных уравнений. Условия совместимости системы линейных уравнений.
35. Система однородных уравнений. Условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений.
36. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Вычисление ранга матрицы.
37. Неоднородная система линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений.
38. Изоморфизмы векторных пространств.
39. Рекурсивные определения операций сложения и умножения в множестве натуральных чисел и их свойства.
40. Отношения порядка и делимости в множестве натуральных чисел и их свойства.
41. Теорема о минимальном элементе и теорема о делении с остатком в множестве натуральных чисел.
42. Операции НОД и НОК в множестве натуральных чисел, их свойства. Алгоритм Евклида для нахождения НОДа.
43. Понятие простого числа. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена для выделения простых чисел.
44. Критерий простого числа. Теорема об однозначном разложении чисел на простые сомножители.
45. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей числа.
46. Мультипликативные функции. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера.
47. Мультипликативные функции. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера.

48. Кольцо классов вычетов по модулю m . Полная система вычетов по модулю m . Приведенная система вычетов.
49. Теоремы Эйлера и Ферма.
50. Сравнения первой степени с одной переменной. Теорема о числе решений.
51. Системы сравнений первой степени с одним неизвестным. Методы решения.
52. Теоретико-функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена.
53. Деление с остатком многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера. Теорема Безу.
54. Кратные корни.
55. Формулы Виета.
56. Отношение делимости в кольце $F[x]$.
57. НОД многочленов. Алгоритм Евклида.
58. Взаимно простые многочлены.
59. Факториальность кольца $F[x]$.
60. Алгебраическая замкнутость поля C (основная теорема алгебры комплексных чисел).
61. Многочлены над R .
62. Производная многочлена.
63. Выделение кратных множителей.
64. Уравнения 3-ей степени. Формула Кардано.
65. Уравнение 3-ей степени над R .
66. Уравнение 4-ой степени. Метод Феррари.
67. Многочлены над Z и над Q .
68. Признак неприводимости Эйзенштейна.
69. Целые и рациональные корни целочисленных многочленов.
70. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
71. Многочлены от нескольких переменных.
72. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.

4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины (модуля), и процедур оценивания результатов обучения с помощью спланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
	Выполнение контрольной работы осуществляется на практическом

Контрольная работа	занятии. Задание выполняется по нескольким вариантам. Распределение вариантов осуществляется преподавателем. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения контроля, доводит до обучающихся: тему, количество заданий и время выполнения заданий. Результаты решения задач оформляются студентами самостоятельно и сдаются на проверку преподавателю
--------------------	---

4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации

Зачет

При определении уровня достижений обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала и структуры дисциплины (модуля);
- знания, необходимые для решения типовых задач, умение выполнять предусмотренные программой задания;
- владение методологией дисциплины (модуля), умение применять теоретические знания при решении задач, обосновывать свои действия.

Проведение промежуточной аттестации в форме зачета позволяет сформировать среднюю оценку по дисциплине по результатам текущего контроля. Так как оценочные средства, используемые при текущем контроле, позволяют оценить знания, умения и владения навыками/опытом деятельности обучающихся при освоении дисциплины. Для чего преподаватель находит среднюю оценку уровня сформированности компетенций у обучающегося, как сумму всех полученных оценок деленную на число этих оценок.

Средняя оценка уровня сформированности компетенций по результатам текущего контроля	Оценка
Оценка не менее 3,0 и нет ни одной неудовлетворительной оценки по текущему контролю	«зачтено»
Оценка менее 3,0 или получена хотя бы одна неудовлетворительная оценка по текущему контролю	«не зачтено»

Если оценка уровня сформированности компетенций обучающегося не соответствует критериям получения зачета, то обучающийся сдает зачет. Зачет проводится в форме собеседования по перечню теоретических вопросов и решения типовых контрольных заданий. Перечень теоретических вопросов и типовых контрольных заданий обучающиеся получают в начале семестра.

Экзамен

При определении уровня достижений обучающихся на экзамене обращается особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируются на фоне понимания его в системе данной дисциплины (модуля) и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах дисциплины (модуля), изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию обучающегося;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.