

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

**Избранные главы математического анализа**

для направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование  
магистерская программа: «Математическое образование»

## 1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Компетенции	Показатели	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное следствие
		пороговый (удовлетворительно) 55-69 баллов	стандартный (хорошо) 70-84 балла	эталонный (отлично) 85-100 баллов	
ПК-3	Знать	1) математические основы моделирования 2) базовые математические теории и технологии, применяемые для исследования моделей 3) математические теории, используемые при моделировании различных экономических процессов	1) основные математические термины и понятия, а также формулирует их определения 2) формулировки основных теоретических положений, раскрывающие суть математических терминов и взаимосвязей между ними, а также идеи их доказательства 3) фундаментальные методы исследования математических объектов, возможности и условия их применения 4) алгоритмы решения основных задач курса	1) идеи и методы математики как науки 2) математические термины и понятия, владеет определениями 3) формулировки основных теоретических положений, раскрывающие суть математических терминов и взаимосвязей между ними, а также идеи их доказательства, способен воспроизводить доказательства 4) фундаментальные методы исследования математических объектов, возможности и условия их применения	Контрольная работа

	Уметь	<p>1) излагать основные математические теории, лежащие в основе построения математических моделей</p> <p>2) рассчитывать поведение моделируемого экономического процесса с помощью простейших методов математики и математической статистики</p> <p>3) анализировать и оценивать математические модели</p>	<p>1) решать основные математические задачи</p> <p>2) четко воспроизводить основные теоретические положения, идеи их доказательства</p> <p>3) воспроизводить суть фундаментальных методов исследования математических объектов, осуществлять проверку возможностей и условий их применения правильно и обоснованно применять их на практике</p> <p>4) строить алгебраические структуры</p>	<p>1) решать основные математические задачи различными методами,</p> <p>2) подбирать наиболее рациональный метод решения</p> <p>3) решать нестандартные задачи курса</p> <p>4) доказывать теоретические положения и другие математические факты</p> <p>5) воспроизводить суть фундаментальных методов исследования математических объектов, осуществлять проверку возможностей и условий их применения правильно и обоснованно применять их на практике</p> <p>б) строить алгебраические структуры и исследовать их</p>	Контрольная работа
	Владеть	<p>1) понимание основных понятий и методов моделирования</p> <p>2) знанием статистических методов для анализа, оценки качества математических моделей</p> <p>3) современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p>	<p>1) решать основные прикладные задачи курса</p> <p>2) демонстрировать понимание основ математической науки</p> <p>3) демонстрировать понимание принципов построения фундаментальных методов исследования</p> <p>4) применять и обосновывать применение тех или иных методов для решения прикладных задач</p>	<p>1) демонстрировать владение основами математической науки</p> <p>2) использовать разнообразные методы для доказательства теоретических положений и решения прикладных математических задач</p> <p>3) решать нестандартные задачи курса, обосновывать применение к их решению конкретных методов</p>	Контрольная работа

ПК-4	Знать	<p>1) соответствие и взаимосвязи между математическими теориями и реальными финансовыми операциями</p> <p>2) методологические основы исследовательской деятельности, подходы к анализу результатов научного исследования</p> <p>3) современные математические теории и технологии, применяемые для исследования, оценки и интерпретации математических моделей</p>	<p>1) фундаментальные методы исследования математических объектов, возможности и условия их применения;</p> <p>2) методику построения алгебраических структур;</p> <p>3) алгоритмы решения основных задач курса</p>	<p>1) способен воспроизводить содержание методов</p> <p>2) методику построения алгебраических структур и их исследования</p> <p>3) различные методы решения задач курса</p>	Контрольная работа
	Уметь	<p>1) вычленять научную проблему из заданной вероятностной модели, прогнозировать её поведение</p> <p>2) выявлять существенные свойства и признаки экономических процессов, составлять математические, вероятностные модели, анализировать и оценивать математические модели</p> <p>3) применять современные математические теории к моделированию, обработке и интерпретации финансовых операций рыночной экономики</p>	<p>1) вычленять научную проблему из заданной вероятностной модели, прогнозировать её поведение</p> <p>2) выявлять существенные свойства и признаки экономических процессов, составлять математические, вероятностные модели, анализировать и оценивать математические модели</p> <p>3) применять современные математические теории к моделированию, обработке и интерпретации финансовых операций рыночной экономики</p>	<p>1) вычленять научную проблему из заданной вероятностной модели, прогнозировать её поведение</p> <p>2) выявлять существенные свойства и признаки экономических процессов, составлять математические, вероятностные модели, анализировать и оценивать математические модели</p> <p>3) применять современные математические теории к моделированию, обработке и интерпретации финансовых операций рыночной экономики</p>	Контрольная работа

Владеть	<p>1)использованием знаний вероятностных и статистических методов для анализа, расчета хода математической модели реального экономического процесса, применением информационных технологий для решения исследовательских задач</p> <p>2)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p> <p>3)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p>	<p>1)использованием знаний вероятностных и статистических методов для анализа, расчета хода математической модели реального экономического процесса, применением информационных технологий для решения исследовательских задач</p> <p>2)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p> <p>3)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p>	<p>1)использованием знаний вероятностных и статистических методов для анализа, расчета хода математической модели реального экономического процесса, применением информационных технологий для решения исследовательских задач</p> <p>2)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p> <p>3)современными научными методами при организации и реализации исследования математических моделей</p>	Контрольная работа
---------	--	--	--	--------------------

## 2. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

### 2.1. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы (темы) дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
----------	--	--	--

1	Метод интегральных преобразований	ПК-3, ПК-4	Собеседование, решение задач
2	Изображения элементарных функций, определение оригинала по изображению	ПК-3, ПК-4	Собеседование, решение задач
3	Непрерывность функции. Производная функции. Приложения производной функции	ПК-3, ПК-4	Контрольная работа
4	Векторный анализ	ПК-3, ПК-4	Собеседование, решение задач
5	Решение задач для обыкновенных дифференциальных уравнений,	ПК-3, ПК-4	Собеседование, решение задач
6	Решение краевых задач	ПК-3, ПК-4	Контрольная работа

#### ***Критерии и шкала оценивания индивидуальных заданий***

<i>Оценка</i>	<i>Критерий оценки</i>
<i>«зачтено»</i>	Обучающийся правильно выполнил индивидуальное задание. Показал отличное владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала.
<i>«не зачтено»</i>	При выполнении индивидуального задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Допущено множество неточностей и ошибок.

## **2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется \_100 балльная шкала

#### **Основные виды систем оценивания**

Европейская	100-балльная	4-балльная	2-балльная
A	94-100	отлично	зачтено
A-	90-94		
B+	85-89		
B	80-84	хорошо	
B-	75-79		
C+	70-74		
C	65-69	удовлетворительно	
C-	60-64		
D	55-59		
F	50-54	неудовлетворительно	не зачтено

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала: «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно».

<i>Шкала оценивания</i>	<i>Критерии</i>	<i>Уровень освоения компетенций</i>
<i>Отлично</i>	наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы	<i>Эталонный</i>
<i>Хорошо</i>	наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала	<i>Стандартный</i>
<i>Удовлетворительно</i>	наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике	<i>Пороговый</i>
<i>Неудовлетворительно</i>	наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.	<i>Компетенции не сформированы</i>

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости**

#### **Контрольная работа № 1**

Вариант 1

**1. Найти область определения функции.**  $y = \sqrt{4 - x^2} + \lg(x^2 - 1)$ .

**2. Найти пределы функций.**

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; x_0 = 2, x_0 = 3, x_0 = \infty;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x}.$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$a) f(x) = x^2 - x \cdot \sin x; b) f(x) = x^5 + x^3 \cdot \cos x; c) f(x) = x^3 + 2x^2 - 5.$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{2x-3}{x-2}; .$$

Вариант 2

**1. Найти область определения функции.**  $y = \arccos \frac{3x-5}{2} + \ln(2x-4)$

**2. Найти пределы функций.**

$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}; x_0 = 0, x_0 = 2, x_0 = \infty;$

$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{5x}.$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$a) f(x) = x^4 - x^2 \cdot \cos x; b) f(x) = x^5 + x^2 \cdot \sin x; c) f(x) = x^2 + 2x + 1.$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{x+3}{|x+3|}; .$$

Вариант 3

**1. Найти область определения функции.**  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}} + \frac{1}{x}$

**2. Найти пределы функций.**

$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; x_0 = 3, x_0 = -3, x_0 = \infty;$

$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}.$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$a) f(x) = x^4 - x \cdot \operatorname{tg} x; b) f(x) = x - x^3 \cdot \cos x; c) f(x) = x + 6x^2 - 5.$

**4.Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = 2^{\frac{1}{x}} .$$

Вариант 4

**1.Найти область определения функции.**  $y = \log_2(4x - x^2) + \frac{1}{x-1}$ .

**2.Найти пределы функций.**

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}; x_0 = -3, x_0 = -2, x_0 = \infty;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin^2 4x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{6x} .$

**3.Исследовать функцию на четность (нечетность).**

a)  $f(x) = 9x^2 + 3x \cdot \sin x; b) f(x) = 2x^3 + x^5 \cdot \cos x; c) f(x) = 8x^3 + x^2 + 1$

**4.Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{x^2 + 4}{x-1} .$$

Вариант 5

**1.Найти область определения функции.**  $y = \sqrt{5x - x^2} + \frac{1}{x-3}$ .

**2.Найти пределы функций.**

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x + 8}{2x^2 - 7x - 4}; x_0 = 2, x_0 = 4, x_0 = \infty;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{2x} .$

**3.Исследовать функцию на четность (нечетность).**

a)  $f(x) = x^2 + 3x \cdot \operatorname{tg} x; b) f(x) = x^3 + 4x \cdot \cos x; c) f(x) = 10x^3 + x^2 + 3x + 2.$

**4.Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = x + \frac{x-2}{|x-2|};$$

Вариант 6

1. Найти область определения функции.  $y = \sqrt{2-3x} + \lg x$ .

2. Найти пределы функций.

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 25x + 25}{2x^2 - 15x + 25}; x_0 = 2, x_0 = 5, x_0 = \infty;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 6x};$  b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4x}\right)^{7x}.$

3. Исследовать функцию на четность (нечетность).

a)  $f(x) = 3x^2 + x \cdot \sin x;$  b)  $f(x) = 4x^5 + 2x^3 \cdot \cos x;$  c)  $f(x) = 7x^3 - 2x^2 + x - 3.$

4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции

$$y = \frac{2x-3}{x+2};$$

## Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4) = 8$ .

2. Найти пределы функций

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; x_0 = 2, x_0 = 3, x_0 = \infty;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2};$  c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+7}\right)^{4x};$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \operatorname{tg} 3x};$  f)  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{x+2}{x-3}}.$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = 2$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Первый замечательный предел. Доказательство теоремы.

Вариант 2

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 1) = 15$ .

2. Найти пределы функций

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}; x_0 = 0, x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}; c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-5} \right)^{5x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 4x}{1 - \cos 3x}; \lim_{x \rightarrow 3} (2x-5)^{\frac{5}{3-x}}.$$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2} = 3$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Второй замечательный предел. Доказательство теоремы.

### Вариант 3

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 1) = 15$ .

2. Найти пределы функций

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; x_0 = -3, x_0 = 3, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 7x}; c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-5} \right)^{5x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 7x}{1 - \cos 5x}; \lim_{x \rightarrow 3} (4x-11)^{\frac{x+5}{3-x}}.$$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{2n+1} = \frac{1}{2}$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Предел функции. Свойства сходящихся функций.

## Контрольная работа 3

### Вариант 1

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$a) f(x) = \begin{cases} x+4, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad б) f(x) = \frac{|x-3|}{x-3} + \frac{x+4}{|x+4|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$a) y = \frac{x^2 + 3}{x-1}; \quad б) y = 5^{\frac{1}{x}} + 3.$$

3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

### Вариант 2

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x-4, & x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x \leq 2; \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{|x+3|}{x+3} + \frac{x-4}{|x-4|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$\text{а) } y = \frac{x+3}{x-1}; \quad \text{б) } y = 4^{\frac{1}{x-2}} - 3.$$

3. Условие непрерывности функции.

### Вариант 3

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 3x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{|x+5|}{x+5} + \frac{x-4}{|x-4|} + \frac{x}{|x|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$\text{а) } y = \frac{x+3}{x+1}; \quad \text{б) } y = 4^{\frac{1}{x+2}}.$$

3. Свойства функций непрерывных на отрезке: первая теорема Больцано- Коши.

## Контрольная работа 4

### Задание 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4x - x^2$  и осью абсцисс.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \ln x$ , осью  $ox$  и прямой  $y=1$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 + 1$  и прямой  $x+y=3$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x+1)^2$ ,  $y = 4 - x$ ,  $y = 0$ .

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 2 - x^2$  и прямой  $y = -2x - 1$ .

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = 2x + 1$  и прямой  $x - y - 1 = 0$ .

7. Вычислить площадь фигуры, которая ограничена кривой  $y^3 = x$  и прямыми  $y=1$ ,  $x=8$ .

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = x^3$ , прямой  $y=8$  и осью ординат.

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью  $ox$ , кривой  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$  и прямой  $x=3$ .

10. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y^2 = 4x$ ,  $x^2 = 4y$ .

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

12. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого прямой  $y=3-2x$  от параболы  $y = x^2$ .

13. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = \frac{x^2}{3}$ ,  $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ .

14. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  и прямой  $y=2x$ .

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = x^4 - 2x^3 + x^2 + 3$ , осью абсцисс и двумя ординатами, соответствующими точкам в которых функция  $y$  имеет минимум.

16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$  и прямой  $x=1$ .

17. Найдите площадь фигуры, ограниченной гиперболой  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  и прямой  $x=2a$ .

18. Найти площадь области, ограниченной кривыми  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$ ,  $y = x^2 + 6x + 10$ .

19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y^2 = 2x(x > 0)$ .

20. Вычислить площадь петли кривой  $y^2 = x(x-1)^2$ .

## Задание 2

1. Вычислить длину полукубической параболы  $y^2 = x^3$  от начала координат до точки  $(4;8)$ .

2. Найти длину цепной линии  $y = ach \frac{x}{a}$  от вершины  $A(0; a)$  до точки  $B(b; h)$ .

3. Вычислить длину дуги параболы  $y = 2\sqrt{x}$  от  $x=0$  до  $x=1$ .

4. Определить длину дуги кривой  $y^2 = x^3$ , отсеченной прямой  $x = \frac{4}{3}$ .
5. Определить длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{2} - 1$ , отсеченной осью  $ox$ .
6. Определить длину дуги кривой  $y^2 = (x+1)^3$ , отсеченной прямой  $x=4$ .
7. Определить длину дуги кривой  $9y^2 = x(x-3)^3$  между точками пересечения с осью  $ox$ .
8. Найти длину дуги кривой  $y = \arcsin(e^{-x})$  от  $x=0$  до  $x=1$ .
9. Найти длину дуги кривой  $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$  от  $y=1$  до  $y=e$ .
10. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями  $x^2 = (y+1)^3$ ,  $y = 4$ .
11. Найти периметр фигуры, ограниченной кривыми  $y^3 = x^2$ ,  $y = \sqrt{2-x^2}$ .
12. Вычислить длину дуги кривой  $x = t^2$ ,  $y = t - \frac{1}{2}t^3$  в пределах от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = \sqrt{3}$ .
13. Вычислить длину дуги кривой
- $$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}$$
- От точки  $t_1 = 0$  до точки  $t_2 = 1$ .
14. Найти длину эволюты окружности
- $$\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$$
- От точки  $t_1 = 0$  до  $t_2 = 2\pi$ .
15. Найти длину кривой  $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$
16. Найти длину первого витка спирали Архимеда  $\rho = a\varphi$ .
17. Найти длину дуги гиперболической спирали  $\rho\varphi = 1$  от  $(2; \frac{1}{2})$  до  $(\frac{1}{2}; 2)$ .
18. Найти длину логарифмической спирали  $\rho = ae^{m\varphi}$  ( $m > 0$ ), находящейся внутри круга  $\rho = a$ .

19. Найти длину части параболы  $\rho = a \sec^2 \frac{\varphi}{2}$ , отсекаемой от параболы вертикальной прямой, проходящей через полюс.

20. Найти длину дуги кривой  $\varphi = \frac{1}{2}(\rho + \frac{1}{\rho})$  от  $\rho = 1$  до  $\rho = 3$ .

### Задание 3

1. Фигура, ограниченная линиями  $y = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$ ,  $y = 0$ , вращается вокруг оси  $ox$ . Найти объем полученного тела.

2. Найти объем тела, получающегося от вращения вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной параболой  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ) и осью  $ox$ .

3. Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной цепной линией  $y = ach \frac{x}{a}$ , осью  $ox$  и прямыми  $x = a$ ,  $x = -a$ .

4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной полукубической параболой  $y^2 = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ , вокруг оси  $ox$ .

5. Найти объем тела, полученного вращением той же фигуры, что и в предыдущей задаче, вокруг оси  $oy$ .

6. Найти объемы тел, образуемых вращением фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  вокруг а) оси  $ox$ ; б) оси  $oy$ .

7. Найти объем тела, образованного вращением кривой  $y^2 = \frac{ax^3 - x^4}{a^2}$

(батовская слезка) вокруг оси  $ox$ .

8. Параболический сегмент высотой  $h$  вращается вокруг своего основания  $a$ . Определить объем тела вращения (лимон Кавальери) при  $a=5$  и  $h=3$ .

9. Фигура, образованная дугами парабол  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  вращается вокруг оси  $OX$ . Найти объем тела вращения.

10. Дуга синусоиды  $y = \sin x$ , заключенная между началом координат и ближайшей вершиной синусоиды, вращается вокруг оси  $OY$ . Определить объем тела вращения.

11. Вычислить объем, образуемый вращением одной ветви синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси  $OX$ .

12. Найти объем тела, полученного вращением циссоиды  $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$  вокруг ее асимптоты  $x = 2a$ .

13. Найти объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  вокруг оси  $OY$ .

14. Найти объем тела, образованного вращением астроида

$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$  вокруг оси ОУ.

15. Найти объем тела, которое, получается, от вращения кардиоиды  $r = a(1 + \cos \varphi)$  вокруг полярной оси.
16. Найти объем тела, образованного вращением кривой  $r = a \cos^2 \varphi$  вокруг полярной оси.
17. Вычислить объем тела, образованного вращением круга  $r = a \sin \varphi$  вокруг полярной оси.
18. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси ох лепестка декартова листа  $x = \frac{3at}{1+t^3}, y = \frac{3at^2}{1+t^3}$ .
19. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ох фигуры, ограниченной  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .
20. Найти объем, получаемый при вращении вокруг оси ох лепестка лемнискаты  $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$ .

#### Задание 4

1. Найти площадь поверхности «веретена», которое получается в результате вращения одной полуволны синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси ОХ.
2. Найти площадь поверхности, образованной вращением части тангенсоиды  $y = \operatorname{tg} x$  от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$  вокруг оси ОХ.
3. Найти площадь поверхности (катеноида), образованной вращением цепной линии  $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$  вокруг оси ОХ, в пределах от  $x = 0$  до  $x = a$ .
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ , отсеченной прямой  $y=1,5$ , вокруг оси ОУ.
5. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y^2 = x + 4$ , отсеченной прямой  $x=2$ , вокруг ОХ.
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением эллипса  $3x^2 + 4y^2 = 12$  вокруг оси ОХ; оси ОУ.
7. Найти площадь поверхности вращения астроида  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  вокруг оси ОУ.
8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ОХ кривой  $y = e^{-x}$  от  $x=0$  до  $x = +\infty$ .
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ОХ кардиоиды: 
$$\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t). \end{cases}$$

10. Найти площадь поверхности, образуемой вращением кривой
- $$\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$$
- вокруг оси ОХ и оси ОУ от  $t = 0$  до  $t = \frac{\pi}{2}$ .
11. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой
- $$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} \\ y = 4 - \frac{t^2}{2} \end{cases}$$
- вокруг оси ох между точками пересечения с осями координат.
12. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой  $x = t^2, y = \frac{t}{3}(t^2 - 3)$  вокруг оси ох.
13. Окружность  $\rho = 2a \sin \varphi$  вращается вокруг полярной оси. Найти площадь поверхности, которая при этом получается.
14. Вычислить площадь поверхности, полученной от вращения кривой  $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$  вокруг прямой  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ; вокруг полярной оси.
15. Найти площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды  $\rho = 2a(1 + \cos \varphi)$  вокруг полярной оси.
16. Найти площадь поверхности «веретена», которое получается в результате вращения одной полуволны синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси ОХ.
17. Найти площадь поверхности, образованной вращением части тангенсоиды  $y = \operatorname{tg} x$  от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$  вокруг оси ОХ.
18. Найти площадь поверхности (катеноида), образованной вращением цепной линии  $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$  вокруг оси ОХ, в пределах от  $x = 0$  до  $x = a$ .
19. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ , отсеченной прямой  $y = 1,5$ , вокруг оси ОУ.
20. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y^2 = x + 4$ , отсеченной прямой  $x = 2$ , вокруг ОХ.

## Контрольная работа 5

### Вариант 1

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = 2x - y.$$

3. Найти пределы функции

a)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x}$ ;      б)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^{\frac{x}{y}}$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \sin^2 x + \cos^2 y.$$

5. Дана функция  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Показать, что  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 = 1$ .

### Вариант 2

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{y}{x^2}.$$

3. Найти пределы функции

a)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x}{\sin xy}$ ;      б)  $\lim_{\substack{y \rightarrow \infty \\ x \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{x}{y}\right)^y$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \ln(x^2 + y^2).$$

5. Дана функция  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ . Показать, что  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}$ .

### Вариант 3

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \ln(x^2 - y).$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{x^2}{y}.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy}{y}$ ; б)  $\lim_{\substack{y \rightarrow \infty \\ x \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{x}{y}\right)^y$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \arcsin(2x + 3y)..$$

5. Дана функция  $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$ . Показать, что  $x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ .

#### Вариант 4

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16}}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{y}{x}.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 4}} \frac{y}{\sin xy}$ ; б)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 3}} \left(1 + \frac{y+1}{x}\right)^{\frac{x}{y}}$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2).$$

5. Дана функция  $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$ . Показать, что  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$ .

#### Контрольная работа 6

1. Задано уравнение поверхности  $z = f(x; y)$  и точка  $M(x_0; y_0)$ . Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке.

№	Уравнение, задающее функцию	Точка $M(x_0; y_0)$
1	$z = x^2 + xy + y^2$	$M(1; 1)$
2	$z = x^2 + 2xy + 4y^2$	$M(2; 2)$

3	$z = x^2 + 2x + y^2 - 17$	M(2; 1)
4	$z = 2x^2 + 3xy + 4y^2$	M(2; 3)
5	$z = 2x^4 + 8x^2y^3$	M(1; -2)
6	$z = 2x^2 + 3xy + y^2$	M(1; 1)
7	$z = 5x^2 + 6xy$	M(2; 2)
8	$z = x^2 + 2x + y^2$	M(2; 1)
9	$z = 2x^2y + 4x + y^2$	M(2; 3)
10	$z = \ln(4x^2 + 3y^2)$	M(1; -2)
11	$z = x^2 + 2xy + y^2$	M(1; 2)
12	$z = 4x^2 + xy + 4y^2$	M(3; -2)

2. Вычислить градиент и производную функции по направлению вектора  $\vec{a}$  в точке  $M(x_0; y_0)$ .

№	Уравнение, задающее функцию	Точка $M(x_0; y_0)$	Вектор $\vec{a}$
1	$z = \sin \frac{y}{x}$	M(1; 1)	(4; 3)
2	$z = \ln(5x^3 + 3y^2 + 1)$	M(2; 2)	(-4; 3)
3	$z = e^x(x + y)$	M(0; 1)	(8; -6)
4	$z = 3xy^3 + 2x^2y$	M(2; 3)	(6; 8)
5	$z = \sqrt{x^2 + y^3 + 2xy}$	M(1; 2)	(5; 12)
6	$z = \ln(2x^3 + y^2 + 1)$	M(1; 1)	(-8; -6)
7	$z = e^y + xy - 3$	M(2; 0)	(-3; 4)
8	$z = \text{arctg}(xy^2)$	M(2; 1)	(3; 4)
9	$z = \arcsin \frac{x^2}{y}$	M(2; 3)	(8; 6)
10	$z = x^2y^3 + x^3y^2$	M(1; -2)	(12; 5)
11	$z = e^{2x} - y^3$	M(0; 2)	(4; 3)
12	$z = \log_2(4x^2 + 3y^2)$	M(3; -2)	(-5; -12)

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x; y)$  в замкнутой области треугольника с вершинами А, В, С.

№	Уравнение, задающее функцию	Вершины треугольника
1	$z = x^2 + y^2$	A(19; 3), B(-5; -4), C(-9; -1)
2	$z = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$	A(7; 4), B(-9; -8), C(-2; 16)
3	$z = 3x^2 + 2y^2$	A(18; 3), B(-6; -10), C(-1; 7)

4	$z = 3x^2 + y^2$	A(6; -5), B(-6; -10), C(5; 9)
5	$z = x^2 + 3y^2$	A(12; -6), B(-5; -12), C(-10; -7)
6	$z = 2x^2 + 3y^2$	A(4; -1), B(-5; -9), C(-1; -12)
7	$z = x^2 + 4y^2$	A(13; 4), B(5; -4), C(1; -4)
8	$z = x^2 + y^2$	A(-2; 5), B(-13; -8), C(-14; 12)
9	$z = x^2 + 2y^2$	A(18; -5), B(3; 2), C(-5; -1)
10	$z = 4x^2 + y^2$	A(2; 1), B(-7; -13), C(-6; 7)
11	$z = 2x^2 + y^2$	A(19; 3), B(-5; -4), C(-9; -1)
12	$z = 3x^2 + 2y^2$	A(7; 4), B(-9; -8), C(-2; 16)

## Контрольная работа 7

Вычислить поверхностный интеграл первого рода:

- $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .
- $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .
- $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .
- $\iint_{(S)} (x^2 + y^2) ds$ , где (S) – граница тела, заданного неравенствами  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .
- $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .
- $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .
- $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .
- $\iint_{(S)} (x^2 + y^2) ds$ , где (S) – граница тела, заданного неравенствами  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .

9.  $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .

10.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .

11.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .

12.  $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .

## 2. Вычислить тройной интеграл.

1. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .

2. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

3. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} ((x + y)^2 - z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, (z - 1)^2 = x^2 + y^2$ .

4. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .

5. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} ((x + y)^2 - z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, (z - 1)^2 = x^2 + y^2$ .

6. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .

7. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .

8. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .
9. . Вычислить интеграл  $\iiint_{(v)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .
10. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .
11. Вычислить интеграл  $\iiint_{(v)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .
12. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

## Контрольная работа 8

### Задание 1

1. Вычислить градиент и производную функции по направлению вектора  $\vec{a}$  в точке  $M(x_0; y_0)$ .
2. Найти угол между поверхностями в точке  $M(x_0; y_0)$ .
3. Проверить, является ли векторное поле потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
4. Найти поток векторного поля через поверхность в направлении нормали.
5. Найти циркуляцию векторного поля по замкнутому контуру непосредственно и по теореме Стокса.

2	$z = \ln(5x^3 + 3y^2 + 1)$	$M(2; 2)$	$\vec{a}(-4; 3)$
4	$z = 3xy^3 + 2x^2y$	$M(2; 3)$	$\vec{a}(6; 8)$
5	$z = \sqrt{x^2 + y^3 + 2xy}$	$M(1; 2)$	$\vec{a}(5; 12)$
10	$z = x^2y^3 + x^3y^2$	$M(1; -2)$	$\vec{a}(12; 5)$

### Задание 2

Даны векторное поле  $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$  и плоскость  $Ax + By + Cz + D = 0$  (p), которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть  $\sigma$  - основание

пирамиды, принадлежащее плоскости ( $p$ );  $\lambda$  - контур, ограничивающий  $\sigma$ ;  $\vec{h}$  - нормаль к  $\sigma$ , направленная вне пирамиды  $V$ . Требуется вычислить:

- 1) поток векторного поля через поверхность  $\sigma$  в направлении нормали  $\vec{h}$ ;
- 2) циркуляцию векторного поля по замкнутому контуру  $\lambda$ .

1.  $f(x, y, z) = 4 - x^2 - y^2 - z$ ;  
 $2x + 3y + z - 7 = 0; M(1;1;2)$

2.  $f(x, y, z) = 9 - x^2 - y^2 - z^2$ ;  
 $3x + 2y - z - 5 = 0; M(1;2;2)$

3.  $f(x, y, z) = 3 - x^2 - y^2 - z$ ;  
 $x + 2y + z - 4 = 0; M(1;1;1)$

4.  $f(x, y, z) = 12 - x^2 - y^2 - z^2$ ;  
 $2x - y + z - 4 = 0; M(2;2;2)$

### 3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

#### Примерный перечень вопросов к зачету

1. Рациональные и иррациональные числа.
2. Модуль действительного числа.
3. Основные свойства множества  $\mathbf{R}$  действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая.
5. Полнота множества  $\mathbf{R}$ .
6. Ограниченные и неограниченные множества.
7. Функции и их общие свойства.
8. Взаимно-однозначное соответствие.
9. Основные типы поведения функций.
10. Предельный переход в арифметических операциях и неравенствах (для последовательностей).
11. Теорема о пределе монотонной последовательности.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Критерий Коши.
14. Предел функции в точке; свойства предела.
15. Предел функции по множеству.
16. Первый замечательный предел.
17. Второй замечательный предел.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
19. Непрерывность функции в точке.

20. Непрерывность элементарных функций.
21. Точки разрыва.
22. Теоремы Больцано-Коши.
23. Существование и непрерывность обратной функции.
24. Теоремы Вейерштрасса.
25. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского.
2. Пространство  $R^n$ .
3. Сходимость в  $R^n$ ; сходимость в  $C[a;b]$ .
4. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Предельные точки множества. Граничные точки, граница множества.
5. Линейно связное множество. Область.
6. Основные теоремы о непрерывных функциях.
7. Непрерывность по множеству. Примеры.
8. Свойства функций, непрерывных на компакте.
9. Частные производные.
10. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
11. Пример функции, имеющей частные производные в точке, но не дифференцируемой в этой точке.
12. Необходимые условия дифференцируемости.
13. Дифференцируемость сложной функции.
14. Правила дифференцирования.
15. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
16. Производная по направлению. Градиент функции.
17. Частные производные и дифференциал высших порядков.
18. Формула Тейлора.
19. Неявные функции, определяемые одним уравнением.
20. Частные производные неявной функции нескольких переменных.
21. Неявные функции, определяемые системой уравнений. Якобиан.
22. Обратимость непрерывно-дифференцируемого отображения.
23. Мера Жордана в  $R^n$ 
  - $n$ -мерные прямоугольники, мера  $n$ -мерного прямоугольника (параллелепипеда);
  - элементарные множества, мера элементарных множеств, свойства меры элементарных множеств;
  - определение множества, измеримого по Жордану;
  - определение меры Жордана, корректность этого определения;
  - множества меры нуль, их свойства;
  - критерий измеримости по Жордану;
  - примеры измеримых и неизмеримых множеств;
  - свойства множеств, измеримых по Жордану.
24. Классы интегрируемых функций.
25. Повторные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному.
26. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты.
27. Цилиндрические и сферические координаты.
28. Формула Грина.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов**

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины, и процедур оценивания результатов обучения с помощью спланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Контрольная работа	Контрольные работы выдаются на практических занятиях, предшествующих изучению предлагаемой темы. Индивидуальные задания должны быть выполнены в установленный преподавателем срок и в соответствии с требованиями к оформлению (текстовой и графической частей). Выполненные задания в назначенный срок сдаются на проверку

##### **4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации**

###### **Зачет**

При определении уровня достижений обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала и структуры дисциплины; знания, необходимые для решения типовых задач, умение выполнять предусмотренные программой задания;

- владение методологией дисциплины, умение применять теоретические знания при решении задач, обосновывать свои действия.

В течение всего семестра обучающиеся накапливали баллы за все виды работ, к концу семестра сумма баллов позволяет определить уровень сформированности компетенции.

Средняя оценка уровня сформированности компетенций по результатам текущего контроля в баллах	Оценка
55 и более	«зачтено»
менее 55	«не зачтено»

## Экзамен

При определении уровня достижений обучающихся на экзамене обращается особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной дисциплины и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах дисциплины, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию обучающегося;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.