

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

**Дифференциальная геометрия**

для направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование  
профиль подготовки: «Математика и информатика»

# 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Семестр Наименование дисциплины	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	<b>ПК<sub>в</sub>-1</b> способность решать типовые задачи по всем математическим дисциплинам <b>ПК<sub>в</sub>-2</b> способность излагать свои умозаключения строго математическим языком; <b>ПК<sub>в</sub>-3</b> владением современными математическими теориями и технологиями.									
Б1.В.ОД.8 Дискретная математика				+						
Б1.В.ОД.18 Математический анализ			+	+	+					
Б1.В.ОД.19 Алгебра и геометрия			+	+						
Б1.В.ОД.21 Дифференциальные уравнения						+				
Б1.В.ОД.23 Теория вероятностей							+			
Б1.В.ОД.24 Практикум по решению задач по математике					+	+	+			
Б1.В.ОД.25 Исследование операций									+	
Б1.В.ОД.26 Абстрактная и компьютерная алгебра							+			
Б1.В.ОД.27 Основы исследований в математическом образовании										+
Б1.В.ДВ.10.1 Математическая логика							+			
Б1.В.ДВ.10.2 Математическое программирование							+			
Б1.В.ДВ.11.1 Эконометрика							+			
Б1.В.ДВ.11.2 Введение в эконометрику							+			
Б1.В.ДВ.12.1 Теория рядов								+		
Б1.В.ДВ.12.2 Проективная геометрия								+		
Б1.В.ДВ.16.2 Олимпиадные задачи по математике									+	
Б1.В.ДВ.17.1 Уравнения математической физики									+	
Б1.В.ДВ.17.2 Простейшие уравнения математической физики									+	
Б1.В.ДВ.24.1 Теория игр										+
Б1.В.ДВ.24.2 Теоретико-игровые модели и методы										+
Б1.В.ДВ.25.1 Ряды Фурье										+
Б1.В.ДВ.25.2 Суммирование рядов										+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Семестр Наименование дисциплины	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	<b>ПК-6</b> готовность к взаимодействию с участниками образовательного процесса									
Б1.Б.12 Методика обучения и воспитания (математика)						+	+	+	+	
Б1.В.ОД.2 Экономика образования				+						

Б1.В.ОД.3 Педагогическая риторика		+									
Б1.В.ОД.4 Экология	+										
Б1.В.ОД.6 Человек в чрезвычайных ситуациях в условиях Забайкалья	+										
Б1.В.ОД.15 Web-технологии								+			
Б1.В.ОД.16 Компьютерные сети						+					
Б1.В.ОД.25 Исследование операций									+		
Б1.В.ДВ.1.1 Психология учебной деятельности	+										
Б1.В.ДВ.2.2 Социология молодежи		+									
Б1.В.ДВ.3.2 Историко-культурный компонент в истории физики		+									
Б1.В.ДВ.10.2 Математическое программирование							+				
Б1.В.ДВ.12.2 Проективная геометрия								+			
Б1.В.ДВ.22.1 Иностранный язык: профессиональная коммуникация											+
Б1.В.ДВ.22.2 Иностранный язык в профессиональных целях											+
Б1.В.ДВ.24.1 Теория игр											+
Б1.В.ДВ.24.2 Теоретико-игровые модели и											+
Б1.В.ДВ.25.1 Ряды Фурье											+
Б1.В.ДВ.25.2 Суммирование рядов											+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

\* В качестве этапов формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы определены семестры.

### **1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

индекс компетенции	Содержание компетенции
ПК <sub>В</sub> -1	способность решать типовые задачи по всем математическим дисциплинам

ПК <sub>В</sub> -2	способность излагать свои умозаключения строго математическим языком;
ПК <sub>В</sub> -3	владением современными математическими теориями и технологиями.
ПК-6	готовность к взаимодействию с участниками образовательного процесса

### ***2.1 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования (промежуточная аттестация)***

Компетенции	Показатели	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное средство
		пороговый (удовлетворительно) 55-69 баллов	стандартный (хорошо) 70-84 балла	эталонный (отлично) 85-100 баллов	
ПК <sub>В</sub> -1	Знать	базовые термины дифференциальной геометрии;	межпредметные основы дифференциальной геометрии;	способы и методы ведения научной дискуссии;	Контрольная работа,
	Уметь	найти необходимую информацию;	подбирать и применять различные методы решения задач;	критически оценивать и интерпретировать научный опыт;	Контрольная работа,
	Владеть	основами исследовательской деятельности в профессиональной области;	проведению научного эксперимента;	эмпирической проверкой научных теорий;	Контрольная работа,
ПК <sub>В</sub> -2	Знать	теоретические основы дифференциальной геометрии;	основы научной коммуникации;	актуальные проблемы дифференциальной геометрии, выходящие за рамки учебной дисциплины;	Контрольная работа,
	Уметь	изложить основные теоретические проблемы дифференциальной геометрии;	устанавливать межпредметные связи;	систематизировать и тестировать полученную информацию	Контрольная работа,
	Владеть	воспроизведением полученных знаний;	использованием современных технологий для получения научных результатов;	принятием нестандартных решений профессиональных задач;	Контрольная работа,

ПК-3	Знать	актуальные проблемы дифференциальной геометрии в рамках учебной информации.	терминологическую систему дифференциальной геометрии.	новейшие теории, интерпретации, методы и технологии в дифференциальной геометрии.	Контрольная работа,
	Уметь	репродуцировать имеющуюся информацию.	анализировать и синтезировать полученную информацию.	презентовать результаты проведенного исследования.	Контрольная работа,
	Владеть	исполнением поставленных профессиональных задач.	внедрением полученных при изучении м дифференциальной геометрии в профессиональную деятельность.	продолжением обучения на следующей ступени.	Контрольная работа,
ПК-6	Знать	сущность педагогического общения; основы организации работы в коллективе (командной работы) (допускает ошибки).	основы организации работы в коллективе (командной работы).	особенности педагогического общения; основы организации работы в коллективе (командной работы)	Контрольная работа,
	Уметь	вести диалог и добиваться успеха в процессе коммуникации; устанавливать и поддерживать конструктивные отношения с коллегами, соотносить личные и групповые интересы, проявлять терпимость к иным взглядам и точкам зрения (допускает ошибки при проведении диалога).	осуществлять диалог и добиваться успеха в процессе коммуникации; устанавливать и поддерживать конструктивные отношения с коллегами, соотносить личные и групповые интересы, проявлять терпимость к иным взглядам и точкам зрения.	осуществлять диалог и добиваться успеха в процессе коммуникации; устанавливать и поддерживать конструктивные отношения с коллегами, соотносить личные и групповые интересы, проявлять терпимость к иным взглядам и точкам зрения.	Контрольная работа,
	Владеть	в целом коммуникативными навыками, способами установления контактов и поддержания взаимодействия, обеспечивающими успешную работу в коллективе; опытом работы в коллективе (в	основными коммуникативными навыками, способами установления контактов и поддержания взаимодействия, обеспечивающими успешную работу в коллективе; опытом работы в коллективе	коммуникативными навыками, способами установления контактов и поддержания взаимодействия, обеспечивающими успешную работу в коллективе; опытом работы в коллективе (в команде), навыками	Контрольная работа,

	команде), навыками оценки совместной работы, уточнения дальнейших действий и т.д.).	(в команде), навыками оценки совместной работы, уточнения дальнейших действий и т.д.).	оценки совместной работы, уточнения дальнейших действий и т.д.).
--	---	--	--

## **2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости**

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы (темы) дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
1	Топология. Топологические пространства. Топологические многообразия.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-6	Контрольная работа
2	Дифференциальная геометрия линий. Кривизна и кручение кривой.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-6	Контрольная работа
3	Дифференциальная геометрия поверхностей. Полная и средняя кривизны поверхности.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-6	Контрольная работа
4	Внутренняя геометрия поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-6	Контрольная работа

### **Критерии и шкала оценивания задач контрольной работы**

Оценка	Критерий оценки
«зачтено»	Задача решена верно, приведены правильные аргументирующие выводы. Результаты расчетов отображены графически.
«не зачтено»	Задача не решена или решена со значительными замечаниями.

## **2.3. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется 100 шкала (указывается шкала обучения в соответствии с таблицей).

#### Основные виды систем оценивания

<i>Европейская</i>	<i>100-балльная</i>	<i>4-балльная</i>	<i>2-балльная</i>
<i>A</i>	<i>94-100</i>	<i>отлично</i>	<i>зачтено</i>
<i>A-</i>	<i>90-94</i>		
<i>B+</i>	<i>85-89</i>		
<i>B</i>	<i>80-84</i>	<i>хорошо</i>	
<i>B-</i>	<i>75-79</i>		
<i>C+</i>	<i>70-74</i>		
<i>C</i>	<i>65-69</i>	<i>удовлетворительно</i>	
<i>C-</i>	<i>60-64</i>		
<i>D</i>	<i>55-59</i>		
<i>F</i>	<i>50-54</i>	<i>неудовлетворительно</i>	<i>не зачтено</i>

1. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено»: 3 семестр

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
«зачтено»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Ответил на все дополнительные вопросы	Эталонный
	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Ответил на большинство дополнительных вопросов	Стандартный
	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	Пороговый
«не зачтено»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений. При ответах на дополнительные вопросы было	Компетенции не сформированы

	допущено множество неправильных ответов	
--	---	--

2. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала: «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»: 4 семестр, 5 семестр обучения

Шкала оценивания	Критерии	Уровень освоения компетенций
Отлично	наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы	Эталонный
Хорошо	наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала	Стандартный
Удовлетворительно	наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике	Пороговый
Неудовлетворительно	наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.	Компетенции не сформированы

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### ***3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости***

*В данном разделе представляются типовые контрольные задания, контрольные работы, тесты, типовые контрольные задания для выполнения разноуровневых задач, тексты ситуационных задач, кейс-задачи, варианты заданий для проведения круглого стола, вопросы для дискуссий, темы рефератов, перечень докладов и др., в соответствии с определенными оценочными средствами.*

## **Основные типовые задачи по главе топологическое пространство**

**Задача 1.** Постройте несколько топологий на множестве, состоящем из трех элементов.

**Задача 2.** Открыты или замкнуты на плоскости  $E^2$  с естественной топологией следующие множества:

а)  $\{(x, y) \mid x_1^2 + x_2^2 < 4\}$ ;

б)  $\{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ ;

в)  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = -1\}$ ;

г)  $\bigcup_{\alpha \in \mathbb{R}^1} B_{\alpha, \varepsilon} \cap \partial B_{\alpha} = \{(x, y) \mid (x - \alpha)^2 + y^2 < 1\}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^1$ ?

Открыты или замкнуты эти множества на плоскости с концентрической топологией?

**Задание 3.** Найдите  $\text{int } H$ ,  $\text{ext } H$  и  $\partial H$  для множества, указанных в задаче 2, в естественной и концентрической топологиях.

**Указание к решению:** б) поскольку любое открытое множество содержит точки данного квадрата, внешних точек нет. Множество внутренних точек – круг  $x^2 + y^2 < 1$ . Все остальные точки плоскости – граничные.

**Задание 4.** Докажите, замыкание множества  $A$  есть пересечение всех замкнутых множеств, содержащих  $A$ .

**Указания к решению:** из того, что все замкнутые множества (среди которых есть  $\bar{A}$ ) содержат  $A$ , следует, что они содержат  $\bar{A}$ , но тогда их пересечение есть  $A$ .

**Задача 5.** Докажите, что для любых двух множеств  $A$  и  $B$  выполняется утверждение: а)  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ ; б)  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .

**Указание к решению:** а) нужно доказать два включения:  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$  и  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ . Докажем первое. Пусть  $a$  – произвольная точка. Если  $a \in A \cap B$ , то очевидно, что  $a \in \bar{A} \cap \bar{B}$ . Если  $a \in \partial(A \cap B)$ , то существует окрестность точки  $a$ , содержащая точки из  $A \cap B$  и точки, не принадлежащие  $A \cap B$ , т.е. точки, принадлежащие хотя бы одному из множеств  $A$  и  $B$ , и точки не принадлежащие этому множеству. Поэтому  $a \in \partial A \cap \partial B$  и  $a \in \bar{A} \cap \bar{B}$ . Аналогично оказывается второе включение.

**Задача 6.** Докажите, что естественная топология на прямой индуцирует в множестве всех целых чисел дискретную топологию.

**Задача 7.** Пусть  $A$  и  $B$  - множества в топологическом пространстве  $X$  и  $B \subset A$ . Докажите, что  $\text{int}_X B \subset \text{int}_A B$  (знак внизу указывает топологическое пространство, в котором рассматриваются эти множества). Приведите примеры, когда эти множества различны и когда совпадают.

**Указание к решению:** пусть точка  $a \in \text{int}_X B$ . Тогда в  $X$  существует открытое множество  $U$ , такое, что  $a \in U \subset B$ . Но  $U \cap A = U$ , значит,  $U$  – открытое в  $A$  множество. Следовательно, точка  $a$  внутренняя для  $B$  в пространстве  $A$ .

Пример:  $A = [0,2]$ ,  $B = [0,1]$  на  $R^1$ , тогда  $\text{int}_X B = [0,1]$ .

**Задача 8.** Докажите, что если пространство  $X$  может быть представлено в виде  $X = U \cup V$ , где  $U$  и  $V$  непустые, открытые непересекающиеся подмножества, то каждое связанное подмножество содержится или в  $U$ , или в  $V$ .

**Задача 9.** Докажите, что при непрерывном отображении компактного пространства в хаусдорфово пространство образ любого замкнутого множества замкнут.

**Задача 10.** Гомеоморфны ли следующие пространства (в тех случаях, когда топологическая структура не указывается, имеется в виду естественная топология или топология, индуцированная естественно):

- а) однополостный гиперболоид и эллиптический цилиндр;
- б) двуполостный гиперболоид и пара параллельных плоскостей;
- в) сфера и плоскость;
- г) сфера из которой удалена одна точка (две точки), и плоскость;
- д) плоскость с естественной топологией и она же с концентрической (тривиальной, дискретной) топологией;
- е) лист Мебиуса и цилиндр, ограниченный двумя окружностями;
- ж) бутылка Клейна и тор;
- з) тор и сфера?

### **Основные типовые задачи по главе топологические многообразия**

**Задача 1.** Докажите, что аффинное пространство  $A^n$  и  $n$  – мерная сфера являются  $n$  – мерными многообразиями.

**Задача 2.** Приведите примеры компактных и некомпактных многообразий.

**Задача 3.** Докажите, что следующие топологические пространства не являются многообразиями:

- а) объединение двух пересекающихся прямых;
- б) пространство с дискретной топологией;
- в) пространство с тривиальной топологией;
- г) пусть  $[AB]$  и  $[A'B']$ - равны отрезки,  $C$  и  $C'$ - их середины; склеим полуоткрытые отрезки  $[AC]$  и  $[A'C']$ ; топология на полученном множестве индуцирована склеиванием.

**Задача 4.** Докажите, что сфера с двумя дырами, заклеенными листами Мёбиуса, гомеоморфная бутылке Клейна.

**Задача 5.** Сделайте из бумаги лист Мёбиуса, разрежьте его так, чтобы линия разреза в 2 раза ближе к одному краю бумажной полосы, чем другая. Будет ли ориентируемо полученное многообразие?

**Задача 6.** Постройте клеточные разбиения и найдите эйлерову характеристику следующих поверхностей:

- а) сферы с  $p$  дырами;
- б) ручки;
- в) сферы с  $p$  ручками;
- г) бутылка Клейна.

**Задача 7.** Докажите, что задание ориентации на одной грани тетраэдра однозначно определяет согласованные ориентации всех граней.

**Задача 8.** Докажите, что в пространстве  $E^3$  не существует выпуклого многогранника, все его грани которого – шестиугольники.

**Указание к решению:**  $V$  – число вершин,  $P$  – число ребер,  $\Gamma$  – число граней. Если такой многогранник существует, то  $P=3\Gamma$ . Так как из каждой вершины выходит не меньше трёх ребер, то  $2P \geq 3V$ . Поэтому  $3V \leq 2P$ ,  $V = \frac{2}{3}P = 2\Gamma$ , но по теореме Эйлера  $V - 2 + 2\Gamma$ . Получим противоречие:  $2 + 2\Gamma \leq 2\Gamma$ .

**Задача 9.** Пусть у выпуклого многогранника все многогранные углы содержат не более четырех граней и не одна грань не имеет более четырех вершин. Докажите, что сумма чисел трехгранных углов и треугольных граней равна 8.

**Задача 10.** Пусть  $\Gamma_k$  - число  $k$  – угольных граней выпуклого многогранника,  $B_n$  - число его вершин, в которых сходится  $n$  ребер. Докажите, что

$$2P = 3B_3 + 4B_4 + 5B_5 + \dots = 3\Gamma_3 + 4\Gamma_4 + 5\Gamma_5 + \dots$$

**Указание к решению:** каждому ребру можно сопоставить две соединённые им вершины, при этом вершина, к которому сходится  $k$  ребер, считается  $k$  раз. Поэтому  $2P = 3B_3 + 4B_4 + 5B_5 + \dots$ . Каждому ребру можно сопоставить две прилежащие грани, при этом – угольная грань встречается  $k$  раз. Следовательно,  $2P = 3\Gamma_3 + 4\Gamma_4 + 5\Gamma_5 + \dots$

### Основные типовые задачи по главе линии в евклидовом пространстве

**Задача 1.** Найдите уравнение касательной и кривой  $\gamma$ , заданной неявными уравнениями  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = x \end{cases}$  в точке  $M_0(0,0,1)$ .

**Задача 2.** Найдите касательную к линии  $x = \frac{t^4}{4}$ ,  $y = \frac{t^3}{3}$ ,  $z = \frac{t^2}{2}$ , параллельную плоскость  $x + 3y + 2z = 0$ .

**Задача 3.** Найдите уравнение соприкасающейся плоскости кривой  $x = t$ ,  $y = \sqrt{t}$ ,  $z = t^2$  в точке  $t = 1$

**Задача 4.** Вычислите длину дуги одной арки циклоиды  $\vec{r} = (a(t = \sin t), a(1 - \cos t))$

**Задача 5.** Составьте параметрическое уравнение окружности радиуса  $R$  с центром в начале координат.

**Задача 6.** Составьте параметрическое уравнение эллипса, центр которого находится в начале координат полуоси, которого равны соответственно  $a$  и  $b$ .

**Задача 7.** Отрезок постоянной длины  $a$ , перпендикулярный некоторой прямой, скользит по ней одним из своих концов. Если расстояние, проходимое этим концом, пропорционально углу поворота отрезка, то другой его конец описывает винтовую линию. Составить параметрическое уравнение винтовой линии.

**Задача 8.** Постройте график векторной функции  $\vec{r} = \vec{a} \cos t = \vec{b} \sin t$ , где векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  перпендикулярны, причем  $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ .

**Задача 9.** Найдите особые точки трактрисы  $x = a \sin t, y = \left( \cos t + \ln \operatorname{tg} \frac{t}{2} \right), 0 < t < \pi$ .

**Задача 10.** Найдите уравнение касательной к кривой  $y = x \ln x + 1$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ , причем  $y_0 = 1$

### Основные типовые задачи по главе поверхности в евклидовом пространстве

**Задача 1.** Напишите уравнение касательной плоскости на нормали к поверхности  $z = x^3 + y^3$  в точке  $M_0(1, 2, 9)$ .

**Задача 2.** Найдите главные направления прямого геликоида:  
 $x = u \cos v, y = u \sin v, z = av$ .

**Задача 3.** Найдите главные нормальные кривизны сферической поверхности  
 $\vec{r}(u, v) = (R \cos u \cos v, R \cos u \sin v, R \sin u)$

**Задача 4.** Докажите, что касательные плоскости к поверхности  
 $\frac{x-1}{1-z} + \ln \frac{y}{1-z} = 0$

Проходят через точку  $M(1, 0, 1)$ .

**Задача 5.** Дана поверхность  $\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \sin v \\ z = u + v \end{cases}$

Докажите, что линии  $\gamma_1: 2u + v = c$  и  $\gamma_2: u$ - линии ортогональны.

**Задача 6.** Напишите параметрические уравнения окружности, приняв за параметр длину дуги.

**Задача 7.** Выразите дифференциал длины дуги в полярных координатах. Вычислите длину дуги кривой, заданной в полярных координатах уравнением  $\rho = a(1 + \cos \varphi), 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

**Задача 8.** Вычислите кривизну следующих плоских кривых:

а)  $y = x^3$  в точке  $(1, 1)$ ;

б)  $x = t^2, y = t^3$  в точке  $(1,1)$ ;

в)  $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t)$ ;

г)  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ .

**Задача 9.** Вычислите кривизну плоскости кривой, заданной в декартовых координатах неявными уравнениями:

а)  $F(x, y) = 0$ ;

б)  $(x - y)^2 = x^5$  в точке  $(0,1)$ .

**Задача 10.** Докажите, что если все соприкасающиеся плоскости кривой параллельны одной прямой, то эта кривая плоская.

### Контрольная работа

#### Вариант 1

- 1) Доказать, что кривая  $\vec{r} = \sin 2t \vec{i} + (1 - \cos 2t) \vec{j} + 2 \cos t \vec{k}$  лежит на сфере. Написать уравнение сферической поверхности.
- 2) Составить параметрическое уравнение окружности  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ , приняв за параметр угловой коэффициент прямой, проходящей через начало координат и точку кривой.
- 3) Составить выражение линейного элемента геликоиды, параметрическое уравнение которого имеет вид:  
$$\vec{r} = t \cos \varphi \vec{i} + t \sin \varphi \vec{j} + a \varphi \vec{k}.$$
- 4) Даны пути  $l_1 \begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi; l_2 \begin{cases} x = -\cos 2t \\ y = \sin 2t \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$ . Установит, эквиваленты ли пути.
- 5) Дана поверхность  $\begin{cases} x = u \cos v, \\ y = u \sin v, \\ z = u + v. \end{cases}$ . Доказать, что линии  $j_1 : 2u + v = c$  и  $j_2 :$   
 $u$  – линии ортогональны.

### Контрольная работа

#### Вариант 2

- 1) Дано векторное уравнение линии  $\vec{r} = \vec{a} \sin^2 t + \vec{b} \sin t \cos t + \vec{c} \cos^2 t$ , где  $\vec{a} \perp \vec{b} \perp \vec{c}$ . Доказать, что кривая лежит на эллипсоиде с центром в начале координат.
- 2) Точка окружности, катящейся без скольжения по прямой, описывает циклоиду. Составить ее параметрическое уравнение. Радиус окружности равен  $R$ .
- 3) Составить уравнение касательной плоскости сферической поверхности в точке  $A(R, 0, 0)$
- 4) Составить уравнение касательной прямой к линии, определяемой уравнениями  $\begin{cases} y^2 + z^2 = 25 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$  в точке  $M(1, 3, 4)$ .
- 5) Найти угол, под которым пересекаются координатные линии  $x = x_0$ ,  $y = y_0$  на поверхности  $z = axy$ .

### Контрольная работа

#### Вариант 3

- 1) Доказать, что годограф функции  $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}t + \vec{c}t^2$  есть парабола ( $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  - неколлинеарные).
- 2) Определить угол, под которым пересекаются кривые  $\begin{cases} xy = c_1, \\ x^2 - y^2 = c_2. \end{cases}$
- 3) Найти уравнение соприкасающейся плоскости винтовой линии в точке  $A(a, 0, 0)$ .
- 4) Доказать, что главная нормаль кривой  $\begin{cases} x = t, \\ y = \sin t, \\ z = -\cos t \end{cases}$  параллельная плоскость  $yo z$ .
- 5) Вычислить линейный элемент поверхности:  $\begin{cases} x = \cos u + 2 \cos v, \\ y = \sin u + 3 \cos v, \\ z = \cos v. \end{cases}$

### Контрольная работа

#### Вариант 4

- 1) Доказать, что годограф векторной функции  $\vec{r} = t^2 \cos t \vec{i} + t^2 \sin t \vec{j} + t^2 \vec{k}$  есть кривая, лежащая на конусе. Определить угол между этой кривой и

- образующей конуса в точке  $M(t=2\sqrt{6}), (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  - единичные, взаимно перпендикулярные векторы.
- 2) Доказать, то касательные винтовой линии  $x = a \cos \varphi, y = a \sin \varphi, z = k\varphi$  наклонены под постоянным углом к плоскости  $xOy$ .
  - 3) Найти уравнение соприкасающейся, плоскости кривой пересечения сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  и гиперболического цилиндра  $x^2 - y^2 = 3$ .
  - 4) Составить параметрическое уравнение окружности  $x^2 + y^2 - 8x = 0$ , приняв за параметр угол наклона радиуса-вектора к оси абсцисс.
  - 5) Дана поверхность 
$$\begin{cases} x = e^u + e^u v, \\ y = \sin u + v \cos u, \\ z = u + v \end{cases}$$
. Доказать, то вдоль  $v$  - линий касательная плоскость к поверхности одна и та же.

## Контрольная работа

### Вариант 5

- 1) Исследовать годограф вектор-функции  $\vec{r} = \vec{a} \cos t + \vec{b} t \sin t + \vec{c}$ , где  $\vec{a} \perp \vec{b} \perp \vec{c}$  и  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ .
- 2) Составит уравнение касательной к эллипсу  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  и какой-либо точке  $(x_0, y_0)$ .
- 3) Найти уравнение бинормали к главной нормали винтовой линии. Доказать, то ее главные нормали пересекают ось  $oz$  под прямым углом.
- 4) Отрезок постоянной длины  $a$  перемещается своими концами по сторонам прямого угла. Из вершины этого угла опущен перпендикуляр на данный отрезок. Найти геометрическое место оснований этих перпендикуляров. Составить параметрические уравнения этого геометрического места точек.
- 5) Дана поверхность 
$$\begin{cases} x = e^u \cos v, \\ y = e^u \sin v, \\ z = u. \end{cases}$$
. Определить ее полную и среднюю кривизну.

### 3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

#### Примерные вопросы зачета

1. Векторная функция скалярного аргумента. Годограф
2. Определение топологического пространства. Примеры

3. Производная вектор-функции скалярного аргумента и ее геометрический смысл.
4. Непрерывность и гомеоморфизм. Примеры.
5. Правила дифференцирования вектор-функций скалярного аргумента
6. Отделимость, компактность, связность.
7. Формула Серре-Френе.
8. Параметрические уравнения цилиндрической поверхности и её линейный элемент.
9. Сопровождающий трёхгранник кривой.
10. Полная (гауссова) кривизна поверхности.

**4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов**

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины, и процедур оценивания результатов обучения с помощью спланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Контрольная работа	Выполнение контрольной работы осуществляется на практическом занятии. Задание выполняется по нескольким вариантам. Распределение вариантов осуществляется преподавателем. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения контроля, доводит до обучающихся: тему, количество заданий и время выполнения заданий. Результаты решения задач оформляются студентами самостоятельно и сдаются на проверку преподавателю

**Вклад дисциплины в формирование компетенций / составляющих компетенции**

Формируемые компетенции	Виды учебной деятельности студентов, направленные на формирование компетенций*
ПК <sub>В</sub> -1	выполнение контрольной работы
ПК <sub>В</sub> -2	выполнение контрольной работы

ПК <sub>в</sub> -3	выполнение контрольной работы
--------------------	-------------------------------

### Методика оценки деятельности студента

Модуль	Номер раздела	Процедура оценивания*	Оценка	
			<i>min</i>	<i>max</i>
1	1	контрольная работа 1;	13	25
2	2	контрольная работа 2;	14	25
3	3	контрольная работа 3;	14	25
4	4	контрольная работа 4;	14	25

#### 4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации Зачет

При определении уровня достижений обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала и структуры дисциплины;
- знания, необходимые для решения типовых задач, умение выполнять предусмотренные программой задания;
- владение методологией дисциплины, умение применять теоретические знания при решении задач, обосновывать свои действия.

*Проведение промежуточной аттестации в форме зачета позволяет сформировать среднюю оценку по дисциплине по результатам текущего контроля. Так как оценочные средства, используемые при текущем контроле, позволяют оценить знания, умения и владения навыками/опытом деятельности обучающихся при освоении дисциплины. Для чего преподаватель находит среднюю оценку уровня сформированности компетенций у обучающегося, как сумму всех полученных оценок деленную на число этих оценок.*

<i>Средняя оценка уровня сформированности компетенций по результатам текущего контроля</i>	Оценка
<i>Оценка не менее 3,0 и нет ни одной неудовлетворительной оценки по текущему контролю</i>	«зачтено»
<i>Оценка менее 3,0 или получена хотя бы одна неудовлетворительная оценка по текущему контролю</i>	«не зачтено»

*Если оценка уровня сформированности компетенций обучающегося не соответствует критериям получения зачета, то обучающийся сдает зачет. Зачет проводится в форме собеседования по перечню теоретических вопросов и решения*

*типовых контрольных заданий. Перечень теоретических вопросов и типовых контрольных заданий обучающиеся получают в начале семестра.*