

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущей и промежуточной аттестации

по учебной дисциплине

**Математический анализ**

для направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование  
профиль подготовки: «Математическое образование»

# 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Семестр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Наименование дисциплины									
ПК <sub>в</sub> -1 способность решать профессиональные задачи по основам исследования в математическом образовании, готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения прикладных задач; ПК <sub>в</sub> -2 способность излагать свои умозаключения строго математическим языком; ПК <sub>в</sub> -3 владением современными математическими теориями и технологиями.										
Б1.В.ОД.8.1 Вводный курс математики			+							
Б1.В.ОД.8.2 Дискретная математика						+				
Б1.В.ОД.9.1 Практикум по решению задач по математике					+	+	+			
Б1.В.ОД.10.4 Теоретико-игровое моделирование									+	
Б1.В.ОД.11.1 Математический анализ				+	+	+				
Б1.В.ОД.11.2 Алгебра и геометрия				+	+					
Б1.В.ОД.11.3 Дифференциальные уравнения							+			
Б1.В.ОД.11.4 Теория вероятностей									+	
Б1.В.ОД.11.5 Уравнения математической физики										+
Б1.В.ДВ3.1 Элементарная математика и элементарная физика					+					
Б1.В.ДВ5.1 Комплексный анализ						+				
Б1.В.ДВ6.1 Дифференциальная геометрия						+				
Б1.В.ДВ6.2 Исследование операций							+			
Б1.В.ДВ8.1 Автоматизация решения математических задач								+		
Б1.В.ДВ8.2 Теоретико-игровые модели и методы							+			
Б1.В.ДВ10.1 Олимпиадные задачи по математике								+		
Б1.В.ДВ14.2 Теория рядов								+		
Б1.В.ДВ14.1 Математическое программирование									+	
Б1.В.ДВ15.1 Функциональный анализ										+
Б1.В.ДВ15.2 Введение в эконометрику										+
Б1.В.ДВ12.2 Математическая статистика									+	
Б1.В.ДВ10.2 Теория динамических процессов									+	
Б1.В.ДВ16.2 Элементы абстрактной и компьютерной алгебры										+
Б1.В.ДВ17.1 Обучение математике через задачи										+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Семестр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Наименование дисциплины									
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого предмета										
Б1.Б.10 Педагогика	+	+	+	+						
Б1.В.ОД.8.1 Вводный курс математики			+							
Б1.В.ОД.8.2 Дискретная математика						+				
Б1.В.ОД.11.1 Математический анализ				+	+	+				
Б1.В.ОД.11.2 Алгебра и геометрия				+	+					
Б1.В.ДВ.8.1 Автоматизация решения математических задач								+		
Б1.В.ДВ.12.1 Методика оценки уровня квалификации									+	
Б1.В.ДВ.14.2. Теория рядов									+	
Б1.В.ДВ.15.1 Функциональный анализ										+
Б1.В.ДВ.13.1 Системно-деятельностный подход к обучению математике									+	
Б1.В.ДВ.17.2 Развитие критического мышления на уроках математики										+
Б1.В.ДВ.16.2 Элементы абстрактной и компьютерной алгебры										+
<b>Этапы формирования компетенций</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

\* В качестве этапов формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы определены семестры.

### 1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

индекс	Содержание компетенции
--------	------------------------

компетенции	
ПК <sub>В</sub> -1	способность решать профессиональные задачи по основам исследования в математическом образовании, готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения прикладных задач;
ПК <sub>В</sub> -2	способность излагать свои умозаключения строго математическим языком;
ПК <sub>В</sub> -3	владением современными математическими теориями и технологиями.
ПК-4	способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого предмета

### ***2.1 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования (промежуточная аттестация)***

Компетенции	Показатели	Критерии в соответствии с уровнем освоения ОП			Оценочное средство
		пороговый (удовлетворительно) 55-69 баллов	стандартный (хорошо) 70-84 балла	эталонный (отлично) 85-100 баллов	
ПК <sub>В</sub> -1	Знать	базовые термины математического анализа;	межпредметные основы математического анализа;	способы и методы ведения научной дискуссии;	Контроль ая работа,
	Уметь	найти необходимую информацию;	подбирать и применять различные методы решения задач;	критически оценивать и интерпретировать научный опыт;	Контроль ая работа,
	Владеть	основами исследовательской деятельности в профессиональной области;	проведению научного эксперимента;	эмпирической проверкой научных теорий;	Контрольная работа,
ПК <sub>В</sub> -2	Знать	теоретические основы математического анализа;	основы научной коммуникации;	актуальные проблемы математического анализа, выходящие за рамки учебной дисциплины;	Контрольная работа,

	Уметь	изложить основные теоретические проблемы математического анализа;	устанавливать межпредметные связи;	систематизировать и тестировать полученную информацию	Контрольная работа,
	Владеть	воспроизведением полученных знаний;	использованием современных технологий для получения научных результатов;	принятием нестандартных решений профессиональных задач;	Контрольная работа,
ПК-3	Знать	актуальные проблемы математического анализа в рамках учебной информации.	терминологическую систему математического анализа.	новейшие теории, интерпретации, методы и технологии в математическом анализе.	Контрольная работа,
	Уметь	репродуцировать имеющуюся информацию.	анализировать и синтезировать полученную информацию.	презентовать результаты проведенного исследования.	Контрольная работа,
	Владеть	исполнением поставленных профессиональных задач.	внедрением полученных при изучении математического анализа в профессиональную деятельность.	продолжением обучения на следующей ступени.	Контрольная работа,
ПК-4	Знать	основное содержание математических и психолого-педагогических дисциплин;	Знает теоретическую и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности; имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин,	причины и границы применимости математического аппарата в естественных науках, видит их междисциплинарные связи.	Контрольная работа
	Уметь	устанавливать и реализовывать межпредметные связи на уровне понятий, методов, языка;	подбирать и применять различные методы решения задач, междисциплинарного характера	строить математические модели различных процессов и находить решения полученных задач различными методами, реализующими междисциплинарные связи	Контрольная работа

	Владеть	способами реализации и анализа межпредметных связей	выбором методов математического исследования, влияющих на подбор методик, используемых в эксперименте.	методами обработки, анализом данных межпредметных связей и интерпретацией результатов, получаемых в ходе обработки собранных данных	Контрольная работа
--	---------	---	--	---	--------------------

## ***2.2. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости***

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением семинаров, оцениванием контрольных заданий, проверкой конспектов лекций, выполнением индивидуальных и творческих заданий, периодическим опросом обучающихся на занятиях. Контролируемые разделы (темы) дисциплины, компетенции и оценочные средства представлены в таблице.

### **3 семестр**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
1	Действительные числа. Функции	ПК <sub>в</sub> -1, ПК <sub>в</sub> -2, ПК <sub>в</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
2	Пределы. Непрерывность функции.	ПК <sub>в</sub> -1, ПК <sub>в</sub> -2, ПК <sub>в</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
3	Производная функции.	ПК <sub>в</sub> -1, ПК <sub>в</sub> -2, ПК <sub>в</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
4	Приложения дифференциального исчисления.	ПК <sub>в</sub> -1, ПК <sub>в</sub> -2, ПК <sub>в</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа

### **4 семестр**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
-------	---	---	------------------------------------

1	Интегральное исчисление	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
2	Приложения интегрального исчисления	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа, реферат
3	Функции нескольких переменных. Частные производные	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
4	Экстремумы функций нескольких переменных. Приложения дифференциального исчисления фнп	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа

### 5 семестр

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
1	Интегрирование функций нескольких переменных. Двойные интегралы. Тройные интегралы.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
2	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
3	Кратные несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа
4	Элементы теории поля.	ПК <sub>В</sub> -1, ПК <sub>В</sub> -2, ПК <sub>В</sub> -3, ПК-4	Контрольная работа

### **Критерии и шкала оценивания реферата**

Оценка	Критерий оценки
«зачтено»	<i>Выставляется студенту, если реферат создан с использованием компьютерных технологий (презентация Power Point, Flash–презентация, видео-презентация и др.) Используются дополнительные источники информации. Содержание заданной темы раскрыто в полном объеме. Отражена структура доклада (вступление, основная часть, заключение, присутствуют выводы и примеры). Оформление работы, соответствует предъявляемым требованиям. Оригинальность выполнения (работа сделана самостоятельно, представлена впервые)</i>
«не зачтено»	<i>Доклад сделан устно, без использования компьютерных технологий. Содержание доклада ограничено информацией. Заданная тема доклада не раскрыта, основная мысль сообщения не передана.</i>

### **Критерии и шкала оценивания задач контрольной работы**

<i>Оценка</i>	<i>Критерий оценки</i>
«зачтено»	<i>Задача решена верно, приведены правильные аргументирующие выводы. Результаты расчетов отображены графически.</i>
«не зачтено»	<i>Задача не решена или решена со значительными замечаниями.</i>

### ***Критерии и шкала оценивания тестирования***

<i>Оценка</i>	<i>Критерий оценки</i>
«зачтено»	<i>Выполнение более 60% тестовых заданий</i>
«не зачтено»	<i>Выполнение менее 60% тестовых заданий</i>

### **2.3. Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется 100 шкала (указывается шкала обучения в соответствии с таблицей).

#### **Основные виды систем оценивания**

<i>Европейская</i>	<i>100-балльная</i>	<i>4-балльная</i>	<i>2-балльная</i>
<i>A</i>	<i>94-100</i>	<i>отлично</i>	<i>зачтено</i>
<i>A-</i>	<i>90-94</i>		
<i>B+</i>	<i>85-89</i>		
<i>B</i>	<i>80-84</i>	<i>хорошо</i>	
<i>B-</i>	<i>75-79</i>		
<i>C+</i>	<i>70-74</i>		
<i>C</i>	<i>65-69</i>	<i>удовлетворительно</i>	
<i>C-</i>	<i>60-64</i>		
<i>D</i>	<i>55-59</i>		
<i>F</i>	<i>50-54</i>	<i>неудовлетворительно</i>	<i>не зачтено</i>

1. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено»: 3 семестр

<b>Шкала оценивания</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Уровень освоения компетенций</b>
<b>«зачтено»</b>	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Ответил на все дополнительные вопросы	Эталонный
	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими	Стандартный

	неточностями выполнил практические задания. Ответил на большинство дополнительных вопросов	
	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	Пороговый
«не зачтено»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	Компетенции не сформированы

2. Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Для оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации используется четырехбалльная шкала: «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно»: 4 семестр, 5 семестр обучения

Шкала оценивания	Критерии	Уровень освоения компетенций
Отлично	наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы	Эталонный
Хорошо	наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала	Стандартный
Удовлетворительно	наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике	Пороговый
Неудовлетворительно	наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.	Компетенции не сформированы

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **3.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости**

*В данном разделе представляются типовые контрольные задания, контрольные работы, тесты, типовые контрольные задания для выполнения разноуровневых задач, тексты ситуационных задач, кейс-задачи, варианты заданий для проведения круглого стола, вопросы для дискуссий, темы рефератов, перечень докладов и др., в соответствии с определенными оценочными средствами.*

## Контрольная работа 1

### №1

1. Множества. Основные свойства.
2. Свойства точной верхней грани.
3. Примеры метрических пространств.

### №2

1. Операции над множествами.
2. Целая часть числа. Свойства.
3. Примеры несчетных множеств.

### №3

1. Свойства операций над множествами.
2. Понятие метрического пространства.
3. Примеры счетных множеств.

### №4

1. Эквивалентные множества.
2. Предельные точки. Замыкание множества.
3. Примеры метрических пространств.

### №5

1. Счетность множества рациональных чисел.
2. Открытые и замкнутые множества.
3. Примеры счетных множеств.

### №6

1. Понятие мощности множества.
2. Аксиоматический способ построения теории действительных чисел.
3. Примеры метрических пространств.

## Контрольная работа 2

### Вариант 1

- 1. Найти область определения функции.**  $y = \sqrt{4 - x^2} + \lg(x^2 - 1)$ .
- 2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; x_0 = 2, x_0 = 3, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = x^2 - x \cdot \sin x; b) f(x) = x^5 + x^3 \cdot \cos x; c) f(x) = x^3 + 2x^2 - 5.$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{2x - 3}{x - 2}; .$$

---

Вариант 2

**1. Найти область определения функции.**  $y = \arccos \frac{3x - 5}{2} + \ln(2x - 4)$

**2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}; x_0 = 0, x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{5x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = x^4 - x^2 \cdot \cos x; b) f(x) = x^5 + x^2 \cdot \sin x; c) f(x) = x^2 + 2x + 1.$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{|x - 1|}{x - 1} + \frac{x + 3}{|x + 3|}; .$$

---

Вариант 3

**1. Найти область определения функции.**  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}} + \frac{1}{x}$

**2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; x_0 = 3, x_0 = -3, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = x^4 - x \cdot \operatorname{tg} x; b) f(x) = x - x^3 \cdot \cos x; c) f(x) = x + 6x^2 - 5.$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = 2^{\frac{1}{x}}.$$

Вариант 4

**1. Найти область определения функции.**  $y = \log_2(4x - x^2) + \frac{1}{x-1}.$

**2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}; x_0 = -3, x_0 = -2, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin^2 4x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{6x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = 9x^2 + 3x \cdot \sin x; b) f(x) = 2x^3 + x^5 \cdot \cos x; c) f(x) = 8x^3 + x^2 + 1$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{x^2 + 4}{x - 1}.$$

Вариант 5

**1. Найти область определения функции.**  $y = \sqrt{5x - x^2} + \frac{1}{x-3}.$

**2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x + 8}{2x^2 - 7x - 4}; x_0 = 2, x_0 = 4, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{2x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = x^2 + 3x \cdot \operatorname{tg} x; b) f(x) = x^3 + 4x \cdot \cos x; c) f(x) = 10x^3 + x^2 + 3x + 2.$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = x + \frac{x-2}{|x-2|};$$

---

Вариант 6

**1. Найти область определения функции.**  $y = \sqrt{2-3x} + \lg x.$

**2. Найти пределы функций.**

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 25x + 25}{2x^2 - 15x + 25}; x_0 = 2, x_0 = 5, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 6x}; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4x}\right)^{7x}.$$

**3. Исследовать функцию на четность (нечетность).**

$$a) f(x) = 3x^2 + x \cdot \sin x; b) f(x) = 4x^5 + 2x^3 \cdot \cos x; c) f(x) = 7x^3 - 2x^2 + x - 3.$$

**4. Найти точку разрыва функции. Классифицировать разрыв. Схематично построить график функции**

$$y = \frac{2x-3}{x+2};$$

Контрольная работа 3

Вариант 1

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4) = 8$ .
2. Найти пределы функций

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; x_0 = 2, x_0 = 3, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}; c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+7} \right)^{4x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{x \operatorname{tg} 3x}; f) \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{\frac{x+2}{x-3}}.$$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = 2$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Первый замечательный предел. Доказательство теоремы.

Вариант 2

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 1) = 15$ .

2. Найти пределы функций

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}; x_0 = 0, x_0 = 2, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}; c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-5} \right)^{5x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 4x}{1 - \cos 3x}; \lim_{x \rightarrow 3} (2x-5)^{\frac{5}{3-x}}.$$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2} = 3$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Второй замечательный предел. Доказательство теоремы.

Вариант 3

1. Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 1) = 15$ .

2. Найти пределы функций

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}; x_0 = -3, x_0 = 3, x_0 = \infty;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 7x}; c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-5} \right)^{5x};$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 7x}{1 - \cos 5x}; \lim_{x \rightarrow 3} (4x-11)^{\frac{x+5}{3-x}}.$$

3. Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{2n+1} = \frac{1}{2}$  при  $\varepsilon = 0,01; \varepsilon = 0,001$

4. Предел функции. Свойства сходящихся функций.

Контрольная работа 4

Вариант 1

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{|x-3|}{x-3} + \frac{x+4}{|x+4|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$\text{а) } y = \frac{x^2+3}{x-1}; \quad \text{б) } y = 5^{\frac{1}{x}} + 3.$$

3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

Вариант 2

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x-4, & x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x \leq 2; \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{|x+3|}{x+3} + \frac{x-4}{|x-4|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$\text{а) } y = \frac{x+3}{x-1}; \quad \text{б) } y = 4^{\frac{1}{x-2}} - 3.$$

3. Условие непрерывности функции.

Вариант 3

1. Найти точку разрыва функции. Проверить условия непрерывности. Построить график функции.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 3x-1, & x > 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \frac{|x+5|}{x+5} + \frac{x-4}{|x-4|} + \frac{x}{|x|}.$$

2. Найти точку разрыва функции, классифицировать разрыв и построить график функции.

$$\text{а) } y = \frac{x+3}{x+1}; \quad \text{б) } y = 4^{\frac{1}{x+2}}.$$

3. Свойства функций непрерывных на отрезке: первая теорема Больцано- Коши.

## Контрольная работа 5

Вариант 1	Вариант 2
I. Найти неопределенный	I. Найти неопределенный
1. $\int (\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}) dx;$	1. $\int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + x^3 \right) dx;$
2. $\int e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{x} \right) dx;$	2. $\int 3^x \left( 1 - \frac{3^{-x}}{x^2} \right) dx;$
3. $\int (2x+3)^4 dx;$	3. $\int \sqrt{4x+5} dx;$
4. $\int \frac{(\arctg x + 2)^2}{1+x^2} dx;$	4. $\int e^{x^2+5} \cdot x dx;$
5. $\int (x-5)e^x dx;$	5. $\int (x+1) \cos x dx;$
II. Вычислить интеграл	II. Вычислить интеграл
6. $\int_1^2 (x^3 + x) dx;$	6. $\int_1^2 \frac{1}{10x-1} dx;$
7. $\int_0^1 \sqrt{4x+1} dx.$	7. $\int_2^3 (4-x^3) dx;$
8. Найти площадь области ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x;$ $y = 2x - 3.$	8. Найти площадь области ограниченной линиями $y = 1 - x^2;$ $y = 0.$

Вариант 3	Вариант 4
Найти неопределенный интеграл	Найти неопределенный интеграл
1. $\int (\sqrt[4]{x} + x^4) dx;$	1. $\int (\sqrt[5]{x} + x^5) dx;$
2. $\int 2^x \left( 1 + \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx;$	2. $\int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx;$
3. $\int \frac{1}{6x-3} dx;$	3. $\int \frac{x^2}{16-x^6} dx;$
4. $\int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}};$	4. $\int \cos(2x-5) dx;$
5. $\int (x-2) \sin x dx;$	5. $\int (x-3) 2^x dx$
6. $\int_1^2 (x^2 + 4x + 5) dx;$	6. $\int_2^3 (x+1)^2 dx;$
7. $\int_0^1 (x+1)e^x dx;$	7. $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx;$
Найти площадь области	Найти площадь области
$y = x^2 - 4x + 5; y = x - 1.$	$y = x^2, y = 3x - 4.$

Вариант 5	Вариант 6
I. Найти неопределенный	I. Найти неопределенный
1. $\int (\sqrt[4]{x} + \frac{1}{x^4}) dx;$	1. $\int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 2x \right) dx;$
2. $\int e^x \left( 1 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx;$	2. $\int 3^x \left( 1 + \frac{3^{-x}}{x} \right) dx;$
3. $\int (2x - 5)^5 dx;$	3. $\int \sqrt{8x - 5} dx;$
4. $\int \frac{(\arcsin x + 2)^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$	4. $\int e^{x^3+5} \cdot x^2 dx;$
5. $\int (2x - 5)e^x dx;$	5. $\int (x + 10) \cos x dx;$
II. Вычислить интеграл	II. Вычислить интеграл
6. $\int_1^2 (x^3 + 2x - 1) dx;$	6. $\int_1^2 \frac{1}{(10x - 1)^2} dx;$
7. $\int_0^2 \sqrt{4x + 1} dx.$	7. $\int_2^3 (4x - x^3) dx;$
8. Найти площадь области ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 1;$ $y = 3x - 3.$	8. Найти площадь области ограниченной линиями $y = 9 - x^2;$ $y = 0.$

Вариант 7	Вариант 8
Найти неопределенный интеграл	Найти неопределенный интеграл
1. $\int (\sqrt[6]{x} + x^6) dx;$	1. $\int (x + 1/x^5) dx;$
2. $\int 2^x \left( 1 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx;$	2. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx;$
3. $\int \frac{1}{(6x - 3)^5} dx;$	3. $\int \frac{\sin x}{16 - \cos^2 x} dx;$
4. $\int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}};$	4. $\int \sqrt{2x - 5} dx;$
5. $\int (x - 3) \sin x dx;$	5. $\int (x - 3) \cdot 5^x dx$
6. $\int_1^2 (x^3 + 4x^2 + 5x) dx;$	6. $\int_2^3 (x^2 - 6x) dx;$
7. $\int_0^1 (x + 2)e^x dx;$	7. $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}} dx;$
Найти площадь области	Найти площадь области
$y = x^2 - 4x + 1, y = x + 1.$	$y = 4 - x^2, y = 2x + 1.$

## Контрольная работа 6\*

### Задание 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4x - x^2$  и осью абсцисс.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \ln x$ , осью  $ox$  и прямой  $y=1$ .
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2 + 1$  и прямой  $x+y=3$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x + 1)^2$ ,  $y = 4 - x$ ,  $y = 0$ .
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 2 - x^2$  и прямой  $y=-2x-1$ .
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = 2x + 1$  и прямой  $x-y-1=0$ .
7. Вычислить площадь фигуры, которая ограничена кривой  $y^3 = x$  и прямыми  $y=1$ ,  $x=8$ .
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = x^3$ , прямой  $y=8$  и осью ординат.
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью  $ox$ , кривой  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$  и прямой  $x=3$ .
10. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y^2 = 4x$ ,  $x^2 = 4y$ .
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2$ .
12. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого прямой  $y=3-2x$  от параболы  $y = x^2$ .
13. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = \frac{x^2}{3}$ ,  $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ .
14. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  и прямой  $y=2x$ .
15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = x^4 - 2x^3 + x^2 + 3$ , осью абсцисс и двумя ординатами, соответствующими точкам в которых функция  $y$  имеет минимум.
16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$  и прямой  $x=1$ .
17. Найдите площадь фигуры, ограниченной гиперболой  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  и прямой  $x=2a$ .

18. Найти площадь области, ограниченной кривыми  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$ ,  $y = x^2 + 6x + 10$ .
19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y^2 = 2x(x > 0)$ .
20. Вычислить площадь петли кривой  $y^2 = x(x - 1)^2$ .

## Задание 2

1. Вычислить длину полукубической параболы  $y^2 = x^3$  от начала координат до точки (4;8).
2. Найти длину цепной линии  $y = ach \frac{x}{a}$  от вершины A(0;a) до точки B(b;h).
3. Вычислить длину дуги параболы  $y = 2\sqrt{x}$  от  $x=0$  до  $x=1$ .
4. Определить длину дуги кривой  $y^2 = x^3$ , отсеченной прямой  $x = \frac{4}{3}$ .
5. Определить длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{2} - 1$ , отсеченной осью  $ox$ .
6. Определить длину дуги кривой  $y^2 = (x + 1)^3$ , отсеченной прямой  $x=4$ .
7. Определить длину дуги кривой  $9y^2 = x(x - 3)^3$  между точками пересечения с осью  $ox$ .
8. Найти длину дуги кривой  $y = \arcsin(e^{-x})$  от  $x=0$  до  $x=1$ .
9. Найти длину дуги кривой  $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$  от  $y=1$  до  $y=e$ .
10. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями  $x^2 = (y + 1)^3$ ,  $y = 4$ .
11. Найти периметр фигуры, ограниченной кривыми  $y^3 = x^2$ ,  $y = \sqrt{2 - x^2}$ .
12. Вычислить длину дуги кривой  $x = t^2$ ,  $y = t - \frac{1}{2}t^3$  в пределах от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = \sqrt{3}$ .
13. Вычислить длину дуги кривой
- $$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t) \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases}$$
- От точки  $t_1 = 0$  до точки  $t_2 = 1$ .
14. Найти длину эволюты окружности
- $$\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$$

От точки  $t_1 = 0$  до  $t_2 = 2\pi$ .

15. Нати длину кривой 
$$\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$$

16. Найти длину первого витка спирали Архимеда  $\rho = a\varphi$ .

17. Найти длину дуги гиперболической спирали  $\rho\varphi = 1$  от  $(2; \frac{1}{2})$  до  $(\frac{1}{2}; 2)$ .

18. Найти длину логарифмической спирали  $\rho = ae^{m\varphi}$  ( $m > 0$ ), находящейся внутри круга  $\rho = a$ .

19. Найти длину части параболы  $\rho = a \sec^2 \frac{\varphi}{2}$ , отсекаемой от параболы вертикальной прямой, проходящей через полюс.

20. Найти длину дуги кривой  $\varphi = \frac{1}{2}(\rho + \frac{1}{\rho})$  от  $\rho = 1$  до  $\rho = 3$ .

### Задание 3

1. Фигура, ограниченная линиями  $y = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$ ,  $y = 0$ , вращается вокруг оси  $ox$ . Найти объем полученного тела.

2. Найти объем тела, получающегося от вращения вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной параболой  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ) и осью  $ox$ .

3. Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной цепной линией  $y = ach \frac{x}{a}$ , осью  $ox$  и прямыми  $x = a$ ,  $x = -a$ .

4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной полукубической параболой  $y^2 = x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ , вокруг оси  $ox$ .

5. Найти объем тела, полученного вращением той же фигуры, что и в предыдущей задаче, вокруг оси  $oy$ .

6. Найти объемы тел, образуемых вращением фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  вокруг а) оси  $ox$ ; б) оси  $oy$ .

7. Найти объем тела, образованного вращением кривой  $y^2 = \frac{ax^3 - x^4}{a^2}$

(батовская слезка) вокруг оси  $ox$ .

8. Параболический сегмент высотой  $h$  вращается вокруг своего основания  $a$ . Определить объем тела вращения ( лимон Кавальери) при  $a=5$  и  $h=3$ .

9. Фигура, образованная дугами парабол  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  вращается вокруг оси ОХ. Найти объем тела вращения.

10. Дуга синусоиды  $y = \sin x$ , заключенная между началом координат и ближайшей вершиной синусоиды, вращается вокруг оси ОУ. Определить объем тела вращения.

11. Вычислить объем, образуемый вращением одной ветви синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси ОХ.

12. Найти объем тела, полученного вращением циссоиды  $y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$  вокруг ее асимптоты  $x = 2a$ .

13. Найти объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  вокруг оси ОУ.

14. Найти объем тела, образованного вращением астроида  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$  вокруг оси ОУ.

15. Найти объем тела, которое, получается, от вращения кардиоиды  $r = a(1 + \cos \varphi)$  вокруг полярной оси.

16. Найти объем тела, образованного вращением кривой  $r = a \cos^2 \varphi$  вокруг полярной оси.

17. Вычислить объем тела, образованного вращением круга  $r = a \sin \varphi$  вокруг полярной оси.

18. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси ох лепестка декартова листа  $x = \frac{3at}{1+t^3}$ ,  $y = \frac{3at^2}{1+t^3}$ .

19. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ох фигуры, ограниченной  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .

20. Найти объем, получаемый при вращении вокруг оси ох лепестка лемнискаты  $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$ .

#### Задание 4

1. Найти площадь поверхности «веретена», которое получается в результате вращения одной полуволны синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси ОХ.

2. Найти площадь поверхности, образованной вращением части тангенсоиды  $y = \operatorname{tg} x$  от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$  вокруг оси ОХ.

3. Найти площадь поверхности (катеноида), образованной вращением цепной линии  $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$  вокруг оси ОХ, в пределах от  $x = 0$  до  $x = a$ .

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ , отсеченной прямой  $y=1,5$ , вокруг оси ОУ.

5. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y^2 = x + 4$ , отсеченной прямой  $x=2$ , вокруг ОХ.

6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением эллипса  $3x^2 + 4y^2 = 12$  вокруг оси ОХ; оси ОУ.
7. Найти площадь поверхности вращения астроида  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  вокруг оси ОУ.
8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ОХ кривой  $y = e^{-x}$  от  $x=0$  до  $x = +\infty$ .
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ОХ кардиоиды: 
$$\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t). \end{cases}$$
10. Найти площадь поверхности, образуемой вращением кривой 
$$\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$$
 вокруг оси ОХ и оси ОУ от  $t = 0$  до  $t = \frac{\pi}{2}$ .
11. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой 
$$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} \\ y = 4 - \frac{t^2}{2} \end{cases}$$
 вокруг оси ох между точками пересечения с осями координат.
12. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой  $x = t^2, y = \frac{t}{3}(t^2 - 3)$  вокруг оси ох.
13. Окружность  $\rho = 2a \sin \varphi$  вращается вокруг полярной оси. Найти площадь поверхности, которая при этом получается.
14. Вычислить площадь поверхности, полученной от вращения кривой  $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$  вокруг прямой  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ; вокруг полярной оси.
15. Найти площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды  $\rho = 2a(1 + \cos \varphi)$  вокруг полярной оси.
16. Найти площадь поверхности «веретена», которое получается в результате вращения одной полуволны синусоиды  $y = \sin x$  вокруг оси ОХ.
17. Найти площадь поверхности, образованной вращением части тангенсоиды  $y = \operatorname{tg} x$  от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$  вокруг оси ОХ.
18. Найти площадь поверхности (катеноида), образованной вращением цепной линии  $y = ach \frac{x}{a}$  вокруг оси ОХ, в пределах от  $x = 0$  до  $x = a$ .

19. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ , отсеченной прямой  $y=1,5$ , вокруг оси  $OY$ .

20. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y^2 = x + 4$ , отсеченной прямой  $x=2$ , вокруг  $OX$ .

\* номер варианта контрольной работы определяется порядковым номером студента в списке группы

## Контрольная работа 7

### Вариант 1

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = 2x - y.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x}$ ;      б)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^{\frac{x}{y}}$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \sin^2 x + \cos^2 y.$$

5. Дана функция  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Показать, что  $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 = 1$ .

### Вариант 2

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{y}{x^2}.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x}{\sin xy}$ ;      б)  $\lim_{\substack{y \rightarrow \infty \\ x \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{x}{y}\right)^y$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \ln(x^2 + y^2).$$

5. Дана функция  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ . Показать, что  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}$ .

### Вариант 3

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \ln(x^2 - y).$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{x^2}{y}.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy}{y}$ ; б)  $\lim_{\substack{y \rightarrow \infty \\ x \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{x}{y}\right)^y$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \arcsin(2x + 3y)..$$

5. Дана функция  $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$ . Показать, что  $x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ .

### Вариант 4

1. Найти область определения функции. Построить область.

$$z = \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16}}}.$$

2. Построить линии уровня

$$z = \frac{y}{x}.$$

3. Найти пределы функции

а)  $\lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 4}} \frac{y}{\sin xy}$ ; б)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 3}} \left(1 + \frac{y+1}{x}\right)^{\frac{x}{y}}$ .

4. Найти полный дифференциал функции

$$z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2).$$

5. Дана функция  $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$ . Показать, что  $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$ .

### Контрольная работа 8

1. Задано уравнение поверхности  $z = f(x; y)$  и точка  $M(x_0; y_0)$ . Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке.

№	Уравнение, задающее функцию	Точка $M(x_0; y_0)$
1	$z = x^2 + xy + y^2$	$M(1; 1)$
2	$z = x^2 + 2xy + 4y^2$	$M(2; 2)$
3	$z = x^2 + 2x + y^2 - 17$	$M(2; 1)$
4	$z = 2x^2 + 3xy + 4y^2$	$M(2; 3)$
5	$z = 2x^4 + 8x^2y^3$	$M(1; -2)$
6	$z = 2x^2 + 3xy + y^2$	$M(1; 1)$
7	$z = 5x^2 + 6xy$	$M(2; 2)$
8	$z = x^2 + 2x + y^2$	$M(2; 1)$
9	$z = 2x^2y + 4x + y^2$	$M(2; 3)$
10	$z = \ln(4x^2 + 3y^2)$	$M(1; -2)$
11	$z = x^2 + 2xy + y^2$	$M(1; 2)$
12	$z = 4x^2 + xy + 4y^2$	$M(3; -2)$

2. Вычислить градиент и производную функции по направлению вектора  $\vec{a}$  в точке  $M(x_0; y_0)$ .

№	Уравнение, задающее функцию	Точка $M(x_0; y_0)$	Вектор $\vec{a}$
1	$z = \sin \frac{y}{x}$	$M(1; 1)$	$(4; 3)$
2	$z = \ln(5x^3 + 3y^2 + 1)$	$M(2; 2)$	$(-4; 3)$
3	$z = e^x(x + y)$	$M(0; 1)$	$(8; -6)$
4	$z = 3xy^3 + 2x^2y$	$M(2; 3)$	$(6; 8)$
5	$z = \sqrt{x^2 + y^3} + 2xy$	$M(1; 2)$	$(5; 12)$
6	$z = \ln(2x^3 + y^2 + 1)$	$M(1; 1)$	$(-8; -6)$
7	$z = e^y + xy - 3$	$M(2; 0)$	$(-3; 4)$
8	$z = \arctg(xy^2)$	$M(2; 1)$	$(3; 4)$
9	$z = \arcsin \frac{x^2}{y}$	$M(2; 3)$	$(8; 6)$
10	$z = x^2y^3 + x^3y^2$	$M(1; -2)$	$(12; 5)$
11	$z = e^{2x} - y^3$	$M(0; 2)$	$(4; 3)$

12	$z = \log_2(4x^2 + 3y^2)$	M(3; -2)	(-5; -12)
----	---------------------------	----------	-----------

**3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x; y)$  в замкнутой области треугольника с вершинами А, В, С.**

№	Уравнение, задающее функцию	Вершины треугольника
1	$z = x^2 + y^2$	A(19; 3), B(-5; -4), C(-9; -1)
2	$z = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$	A(7; 4), B(-9; -8), C(-2; 16)
3	$z = 3x^2 + 2y^2$	A(18; 3), B(-6; -10), C(-1; 7)
4	$z = 3x^2 + y^2$	A(6; -5), B(-6; -10), C(5; 9)
5	$z = x^2 + 3y^2$	A(12; -6), B(-5; -12), C(-10; -7)
6	$z = 2x^2 + 3y^2$	A(4; -1), B(-5; -9), C(-1; -12)
7	$z = x^2 + 4y^2$	A(13; 4), B(5; -4), C(1; -4)
8	$z = x^2 + y^2$	A(-2; 5), B(-13; -8), C(-14; 12)
9	$z = x^2 + 2y^2$	A(18; -5), B(3; 2), C(-5; -1)
10	$z = 4x^2 + y^2$	A(2; 1), B(-7; -13), C(-6; 7)
11	$z = 2x^2 + y^2$	A(19; 3), B(-5; -4), C(-9; -1)
12	$z = 3x^2 + 2y^2$	A(7; 4), B(-9; -8), C(-2; 16)

**4. С помощью метода наименьших квадратов найти зависимость между признаками.**

1)

X	1	2	3	4	5	6
Y	1,4	3	4	5,5	7	8,5

2)

X	1	2	3	4	5	6
Y	0,2	0,5	0,7	1	1,3	1,5

3)

X	1	2	3	4	5	6
Y	2,2	4,5	6,7	9	11	13,5

4)

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	-6,4	-3	0	3	6,4	9,1

5)

X	-3	-2	-1	0	1	2
Y	-12,1	-8,1	-4	0	4	8,1

6)

X	10	20	30	40	50	60
Y	-21	-42,5	-64	-85	-106	-120

7)

X	10	20	30	40	50	60
Y	-7,5	-15	-20	-30	-37	-50

8)

X	2	4	6	8	10	12
Y	2,5	5	7,5	10	13	15,5

9)

X	1	3	5	7	9	11
Y	2,5	7,4	12,3	17	22	25

10)

X	10	20	30	40	50	60
Y	5	7	11	12	15	21

11)

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	2,3	2,8	3,6	4	4,7	5

12)

X	-20	-10	0	10	20	30
Y	47,5	28	8	-11,5	-31,5	-51

1. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .

2. Исследовать на условный экстремум  $z = e^{-xy}$  при условии  $x + y = 1$ .
3. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^3 + xy^2 + 6xy$ .
4. Исследовать на условный экстремум  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии
5. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^3 + y^3 - 3x - 3y$ .
6. Исследовать на условный экстремум  $z = x \cdot y$  при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .
7. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$ .
8. Исследовать на условный экстремум  $z = 6 - x - y$  при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .
9. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
10. Исследовать на условный экстремум  $z = e^{-xy}$  при условии  $x + y = 1$ .
11. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^3 + y^3 - 3x - 3y$ .
12. Исследовать на условный экстремум  $z = x \cdot y$  при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .

### Контрольная работа 9

1. Расставить пределы интегрирования, переходя от двойного интеграла к повторным в том и другом порядке, если область ограничена линиями:

<b>1.</b> $y = x^2, y = 4$ .	<b>7.</b> $x = y^2, y = 1, x = 0$ .
<b>2.</b> $x = y^2, x = 1$ .	<b>8.</b> $y = x^2, y = x^3$ .
<b>3.</b> $y = 2x, y = 4x, x = 2$ .	<b>9.</b> $y = x^2, x = -1, x = 1, y = 0$ .
<b>4.</b> $y = -2x, y = 2x, y = 2$ .	<b>10.</b> $y = 2 - x, x = 1, x = -1$ .
<b>5.</b> $y = 2x, y = -2x, x = 2$ .	<b>11.</b> $x = y^2, x = -1, y = 1, y = -1$ .
<b>6.</b> $y = x^2, x = 1, y = 0$ .	<b>12.</b> $y = x^3, y = 1, x = 0$ .

2. Поменять пределы интегрирования:

<b>1.</b> $\int_0^1 dx \int_{x^3}^1 f(x; y) dy$ .	<b>7.</b> $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x; y) dy$ .
<b>2.</b> $\int_{-1}^1 dy \int_1^{y^2} f(x; y) dx$ .	<b>8.</b> $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^1 f(x; y) dx$ .
<b>3.</b> $\int_{-1}^1 dx \int_0^{2-x} f(x; y) dy$ .	<b>9.</b> $\int_0^2 dx \int_{2x}^{4x} f(x; y) dy$ .
<b>4.</b> $\int_{-1}^1 dx \int_0^{x^2} f(x; y) dy$ .	<b>10.</b> $\int_0^2 dy \int_{-\frac{y}{2}}^{\frac{y}{2}} f(x; y) dx$ .
<b>5.</b> $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x; y) dy$ .	<b>11.</b> $\int_0^2 dx \int_{-2x}^{2x} f(x; y) dy$ .

<b>6.</b> $\int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x; y) dx.$	<b>12.</b> $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x; y) dx.$
--	--

3. Вычислить двойной интеграл:

№	Двойной интеграл	Область, ограниченная линиями
1.	$\iint_{(s)} xy^2 dx dy$	$x = y^2, x = 1$
2.	$\iint_{(s)} \frac{dx dy}{(y+1)^2}$	$y = 1 - x^2, y = 0$
3.	$\iint_{(s)} \frac{x}{\sqrt{y}} dx dy$	$x \cdot y = 4, x + y = 5$
4.	$\iint_{(s)} (2x + y) dx dy$	Треугольник OAB: O(0; 0), A(1; 0), B(0; 1)
5.	$\iint_{(s)} \sin(2x + 3y) dx dy$	Прямоугольник A(1; 1), B(4; 1), C(4; 5), D(1; 5)
6.	$\iint_{(s)} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$x^2 + y^2 = 1, y = x, y = 0, y \geq 0$
7.	$\iint_{(s)} \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$x^2 + y^2 = 4, y = x, y = x\sqrt{3}, y \geq 0$
8.	$\iint_{(s)} (x^2 + y^2) dx dy$	$x^2 + y^2 = 1, y = x, y = -x, y \geq 0$
9.	$\iint_{(s)} \frac{2x + 3y}{x^2 + y^2} dx dy$	$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0$
10.	$\iint_{(s)} \frac{x - y}{x^2 + y^2} dx dy$	$x^2 + y^2 = 1, y = x, x = 0, y \geq 0$
11.	$\iint_{(s)} \frac{x dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, y \geq 0$
12.	$\iint_{(s)} (x^2 + y^2) dx dy$	$x^2 + y^2 = 4, y = x, y = -x, x \geq 0$

4. Пластина D задана ограничивающими ее линиями,  $\mu$  -поверхностная плотность. Найти массу пластины.

№	Плотность $\mu$	Область D
1.	$\mu = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x = 0, y = 0, x \geq 0, y \geq 0$
2.	$\mu = \frac{2x + 5y}{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0, x \geq 0, y \geq 0$

<b>3.</b>	$\mu = \frac{x+y}{x^2+y^2}$	$x^2+y^2=1, x^2+y^2=16, x=0, y=0, x \geq 0, y \geq 0$
<b>4.</b>	$\mu = \frac{2x-3y}{x^2+y^2}$	$x^2+y^2=4, y=x, y=x\sqrt{3}, y \geq 0$
<b>5.</b>	$\mu = \frac{x}{x^2+y^2}$	$x^2+y^2=4, x=0, y=x\sqrt{3}, y \geq 0$
<b>6.</b>	$\mu = \frac{y}{x^2+y^2}$	$x^2+y^2=1, y=0, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq 0$
<b>7.</b>	$\mu = 7x^2+y$	$x=1, y=0, y^2=4x, y \geq 0$
<b>8.</b>	$\mu = \frac{7x^2}{9+2y}$	$x=2, y=0, y^2=2x, y \geq 0$
<b>9.</b>	$\mu = x+3y^2$	$x^2=4y, y=1$
<b>10.</b>	$\mu = \frac{6x^2}{2+6y}$	$x=2, y=0, y^2=2x, y \geq 0$
<b>11.</b>	$\mu = 3x+6y^2$	$x=1, y=0, y^2=x, y \geq 0$
<b>12.</b>	$\mu = x^2+y^2$	$y=x^2, y=2-x$

5. Найти площадь области ограниченной линиями.

<b>1.</b> $x^2+y^2=4, y=x^2, y \geq 0$	<b>7.</b> $y=x^2, y=-1, x=2, x=-2$
<b>2.</b> $(x-1)^2+y^2=1, y \geq 0$	<b>8.</b> $y=x^2+x, y=-3, x=-4, x=1$
<b>3.</b> $x^2+y^2=4, x=1$ (не содержит начало координат)	<b>9.</b> $y=x^2-2x+1, y=-1, x=-1, x=1$
<b>4.</b> $x^2+y^2=1, x^2=y, x \geq 0$	<b>10.</b> $y=1-x^2, y=x^2-1$
<b>5.</b> $x^2+y^2=1, y=1-x^2$	<b>11.</b> $x^2+y^2=4, x=0, y=x\sqrt{3}, y \geq 0$
<b>6.</b> $x^2+(y-1)^2=1$	<b>12.</b> $x^2+y^2=1, x^2+y^2=16, x=0, y=0, x \geq 0, y \geq 0$

### Контрольная работа 10

1. Вычислить криволинейный интеграл вдоль линии

	интеграл	Линия интегрирования
<b>1.</b>	$\int_L (x+y) ds$	Контур треугольника с вершинами $O(0;0), A(1;0), B(1;1)$

2.	$\int_L y^2 ds$	Арка циклоиды $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$
3.	$\int_L (x^2 + y^2) ds$	Линия $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$
4.	$\int_L (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds$	Дуга астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$
5.	$\int_L y^2 ds$	Контур треугольника с вершинами A(-1;2), B(2;3), C(1;-1)
6.	$\int_L (x^2 + y^2) ds$	Контур треугольника с вершинами A(1;-2), B(-2;3), C(1;-1)
7.	$\int_L \frac{ds}{x-y}$	Отрезок прямой $y = \frac{1}{2}x - 2$ , заключенный между точками A(0;-2) и B(4;0)
8.	$\int_L xy ds$	Контур прямоугольника A(0;0), B(4;0), C(4;2), D(0;2)
9.	$\int_L (x^2 + y^2) ds$	Окружность $x = a \cos t, y = a \sin t$
10.	$\int_L \sqrt{2y} ds$	Первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$
11.	$\int_L (2x + y) ds$	Контур треугольника с вершинами A(1;1), B(1;3), C(5;1)
12.	$\int_L (x^2 + y^2) ds$	Окружность $x = a \cos t, y = a \sin t, 0 \leq t \leq \pi$

13.	$\int_L (x+y)ds$	Контур треугольника с вершинами O(0;0), A(1;0), B(1;1)
14.	$\int_L y^2 ds$	Арка циклоиды $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$
15.	$\int_L (x^2 + y^2)ds$	Линия $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$
16.	$\int_L (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}})ds$	Дуга астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$
17.	$\int_L y^2 ds$	Контур треугольника с вершинами A(-1;2), B(2;3), C(1;-1)
18.	$\int_L (x^2 + y^2)ds$	Контур треугольника с вершинами A(1;-2), B(-2;3), C(1;-1)

2. Вычислить криволинейный интеграл вдоль линии интегрирования. Сделать чертеж.

	Криволинейный интеграл	Линия интегрирования
1.	$\int_L (x^2 - y)dx - (x - y^2)dy$	Дуга окружности $x = 5 \cos t, y = 5 \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
2.	$\int_l (x+y)dx - (x-y)dy$	Ломаная линия OAB, где O(0;0), A(2;0), B(4;5)
3.	$\int_l (x+y)dx - (x-y)dy$	Контур треугольника с вершинами A(1;1), B(1;3), C(5;1)
4.	$\int_L \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$	Контур треугольника с вершинами O(0;0), A(1;0), B(1;1)

5.	$\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2x + 2y)dy$	Парабола от точки А(-1;1) до точки В(1;1)
6.	$\int_L (x^2y - 3x)dx + (y^2x + 2y)dy$	Верхняя половина эллипса $x = 3\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \pi$
7.	$\int_L (x^2 + y)dx - (y^2 + x)dy$	Ломаная АВС, где А(1;2), В(1;5), С(3;5)
8.	$\int_L ydx + \frac{x}{y} dy$	Кривая $y = e^{-x}$ от точки А(0;1), до точки В(-1;e)
9.	$\int_L \frac{y^2 + 1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy$	Отрезок прямой АВ, от точки А(0;1) до точки В(2;4)
10.	$\int_L \frac{y}{x} dx + xdy$	Линия $y = \ln x$ от точки А(1;0) до точки В(e;1)
11.	$\int_L (x^2 - y)dx - (x - y^2)dy$	Дуга окружности $x = 3\cos t, y = 3\sin t, 0 \leq t \leq \pi$
12.	$\int_l (x + y)dx - (x - y)dy$	Контур треугольника с вершинами О(0;0), А(1;0), В(1;1)

## Контрольная работа 11

**Вычислить поверхностный интеграл первого рода:**

1.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .

2.  $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .

3.  $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .

4.  $\iint_{(S)} (x^2 + y^2) ds$ , где (S) – граница тела, заданного неравенствами  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .
5.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .
6.  $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .
7.  $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .
8.  $\iint_{(S)} (x^2 + y^2) ds$ , где (S) – граница тела, заданного неравенствами  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ .
9.  $\iint_{(S)} y ds$ , где (S) – часть поверхности цилиндра  $x = 2y^2 + 1$  при  $y > 0$ , вырезанная поверхностями  $x = y^2 + z^2, x = 2, x = 3$ .
10.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .
11.  $\iint_{(S)} z ds$ , где (S) – часть гиперболического параболоида  $z = xy$ , вырезанная цилиндром  $x^2 + y^2 = 4$ .
12.  $\iint_{(S)} (x + y + z) ds$ , где (S) – полусфера  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ .

## 2. Вычислить тройной интеграл.

1. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .
2. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .
3. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} ((x + y)^2 - z) dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, (z - 1)^2 = x^2 + y^2$ .
4. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где (V) – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .

5. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} ((x+y)^2 - z) dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, (z-1)^2 = x^2 + y^2$ .
6. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .
7. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .
8. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + Z) dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .
9. . Вычислить интеграл  $\iiint_{(v)} xy\sqrt{z} dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $z = 0, z = y, y = x^2, y = 1$ .
10. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + Z) dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .
11. Вычислить интеграл  $\iiint_{(v)} x^2 y^2 z dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 18, z^2 = x^2 + y^2$ .
12. Вычислить интеграл  $\iiint_{(V)} (x + y + Z) dx dy dz$ , где  $(V)$  – область, ограниченная поверхностями  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

## Контрольная работа 12

### Задание 1

1. Вычислить градиент и производную функции по направлению вектора  $\vec{a}$  в точке  $M(x_0; y_0)$ .
2. Найти угол между поверхностями в точке  $M(x_0; y_0)$ .
3. Проверить, является ли векторное поле потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
4. Найти поток векторного поля через поверхность в направлении нормали.
5. Найти циркуляцию векторного поля по замкнутому контуру непосредственно и по теореме Стокса.

2	$z = \ln(5x^3 + 3y^2 + 1)$	$M(2; 2)$	$\vec{a}(-4; 3)$
4	$z = 3xy^3 + 2x^2y$	$M(2; 3)$	$\vec{a}(6; 8)$
5	$z = \sqrt{x^2 + y^3 + 2xy}$	$M(1; 2)$	$\vec{a}(5; 12)$
10	$z = x^2y^3 + x^3y^2$	$M(1; -2)$	$\vec{a}(12; 5)$

## Задание 2

Даны векторное поле  $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$  и плоскость  $Ax + By + Cz + D = 0$  ( $\rho$ ), которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду  $V$ . Пусть  $\sigma$  - основание пирамиды, принадлежащее плоскости ( $\rho$ );  $\lambda$  - контур, ограничивающий  $\sigma$ ;  $\vec{n}$  - нормаль к  $\sigma$ , направленная вне пирамиды  $V$ . Требуется вычислить:

- 1) поток векторного поля через поверхность  $\sigma$  в направлении нормали  $\vec{n}$ ;
- 2) циркуляцию векторного поля по замкнутому контуру  $\lambda$ .

1.  $f(x, y, z) = 4 - x^2 - y^2 - z$ ;  
 $2x + 3y + z - 7 = 0; M(1; 1; 2)$

2.  $f(x, y, z) = 9 - x^2 - y^2 - z^2$ ;  
 $3x + 2y - z - 5 = 0; M(1; 2; 2)$

3.  $f(x, y, z) = 3 - x^2 - y^2 - z$ ;  
 $x + 2y + z - 4 = 0; M(1; 1; 1)$

4.  $f(x, y, z) = 12 - x^2 - y^2 - z^2$ ;  
 $2x - y + z - 4 = 0; M(2; 2; 2)$

## 3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### Примерный перечень вопросов к зачету 3 семестр

1. Рациональные и иррациональные числа.
2. Модуль действительного числа.
3. Основные свойства множества  $\mathbf{R}$  действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая.
5. Полнота множества  $\mathbf{R}$ .
6. Ограниченные и неограниченные множества.
7. Функции и их общие свойства.

8. Взаимно-однозначное соответствие.
9. Основные типы поведения функций.
10. Предельный переход в арифметических операциях и неравенствах (для последовательностей).
11. Теорема о пределе монотонной последовательности.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Критерий Коши.
14. Предел функции в точке; свойства предела.
15. Предел функции по множеству.
16. Первый замечательный предел.
17. Второй замечательный предел.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
19. Непрерывность функции в точке.
20. Непрерывность элементарных функций.
21. Точки разрыва.
22. Теоремы Больцано-Коши.
23. Существование и непрерывность обратной функции.
24. Теоремы Вейерштрасса.
25. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену 4 семестр**

#### **по разделу «дифференциальное исчисление»**

1. Дифференцируемость и производная.
2. Дифференцирование суммы, произведения и частного.
3. Производная сложной и обратной функций.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Дифференциал и его свойства.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Геометрический смысл производной и дифференциала.
8. Механические приложения дифференциального исчисления.
9. Параметрические функции и их дифференцирование.
10. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
11. Правило Лопиталя.
12. Возрастание и убывание функции в точке и на промежутке.
13. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Выпуклые функции, точки перегиба.
15. Асимптоты.
16. Исследование функций и построение графиков.
17. Доказательство тождеств и неравенств с помощью производной.
18. Методы хорд и касательных.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену по разделам «Интегральное исчисление функции одной переменной»**

1. Первообразная функция. Свойства первообразных.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Таблица интегралов основных элементарных функций.
4. Метод замены переменной (подстановки).
5. Интегрирование по частям.

6. Интегрирование простейших дробей:  $\int \frac{Adx}{x-a}$ ;  $\int \frac{Adx}{(x-a)^n}$ ;  $\int \frac{(Mx+N)dx}{x^2+px+q}$ ;  
 $\int \frac{(Mx+N)dx}{(x^2+px+q)^n}$ .
7. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Интегрирование иррациональных функций:
- простейшие иррациональности;
  - подстановки Эйлера и их частные случаи;
  - интегрирование дифференциальных биномов (подстановки Чебышева).
9. Интегрирование тригонометрических функций с помощью универсальной тригонометрической подстановки.
10. Вычисление интегралов вида  $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ .
11. Вычисление интегралов вида  $\int \sin mx \cdot \cos n x dx$ .
12. Понятие о «неберущихся» интегралах.
13. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (о площади криволинейной трапеции, о работе переменной силы, о массе неоднородного материального стержня).
14. Определенный интеграл. Его геометрический и физический смысл.
15. Необходимое условие существования определенного интеграла.
16. Свойства определенного интеграла:
- свойства, связанные с арифметическими действиями;
  - свойства, связанные с промежутком интегрирования;
  - свойства, связанные с неравенствами;
  - теоремы о среднем.
17. Суммы Дарбу и их свойства.
18. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функций.
19. Классы интегрируемых функций.
20. Интеграл с переменным верхним пределом и его производная.
21. Формула Ньютона-Лейбница.
22. Замена переменной в определенном интеграле.
23. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
24. Приложения определенного интеграла:
- вычисление площадей плоских фигур;
  - вычисление объемов;
  - вычисление длины дуги плоской кривой;
  - вычисление площади поверхности вращения;
  - вычисление статических моментов и координат центра тяжести дуги и плоской фигуры, теоремы Гульдена.
25. Несобственные интегралы I и II рода.
26. Признаки сходимости несобственных интегралов.
27. Приближенное вычисление определенных интегралов.

**Примерный перечень вопросов к экзамену 5 семестр по разделу  
«Дифференциальное и интегральное исчисление функций  
нескольких переменных»**

1. Понятие метрического пространства, примеры метрических пространств.

2. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского.
3. Пространство  $R^n$ .
4. Последовательности в метрическом пространстве. Сходимость последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
5. Сходимость в  $R^n$ ; сходимость в  $C[a;b]$ .
6. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Предельные точки множества. Граничные точки, граница множества.
7. Линейно связное множество. Область.
8. Понятие функции нескольких переменных. Примеры. График функции двух переменных. Линии уровня и поверхности уровня.
9. Предел функции. Повторные пределы. Примеры.
10. Полное приращение функции и частные приращения.
11. Непрерывность функции в точке. Непрерывность по отдельным переменным.
12. Основные теоремы о непрерывных функциях.
13. Непрерывность по множеству. Примеры.
14. Свойства функций, непрерывных на компакте.
15. Частные производные.
16. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
17. Пример функции, имеющей частные производные в точке, но не дифференцируемой в этой точке.
18. Необходимые условия дифференцируемости.
19. Геометрический смысл частных производных и дифференциала в случае функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
20. Достаточные условия дифференцируемости функции в точке.
21. Дифференцируемость сложной функции.
22. Инвариантность формы первого дифференциала.
23. Правила дифференцирования.
24. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
25. Производная по направлению. Градиент функции.
26. Частные производные и дифференциал высших порядков.
27. Формула Тейлора.
28. Неявные функции, определяемые одним уравнением.
29. Частные производные неявной функции нескольких переменных.
30. Неявные функции, определяемые системой уравнений. Якобиан.
31. Обратимость непрерывно-дифференцируемого отображения.
32. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
33. Условный экстремум. Метод подстановки и метод множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов.
34. Мера Жордана в  $R^n$ 
  - $n$ -мерные прямоугольники, мера  $n$ -мерного прямоугольника (параллелепипеда);
  - элементарные множества, мера элементарных множеств, свойства меры элементарных множеств;
  - определение множества, измеримого по Жордану;
  - определение меры Жордана, корректность этого определения;
  - множества меры нуль, их свойства;
  - критерий измеримости по Жордану;
  - примеры измеримых и неизмеримых множеств;
  - свойства множеств, измеримых по Жордану.
35. Цилиндрический брус, задача об объеме цилиндрического бруса.

36. Определение двойного интеграла Римана. Определение кратного интеграла.
37. Суммы Дарбу и критерий интегрируемости функции.
38. Классы интегрируемых функций.
39. Свойства кратного интеграла. Геометрический смысл.
40. Повторные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному.
41. Замена переменных в двойном интеграле. Криволинейные координаты.
42. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел.
43. Тройной интеграл и его вычисление.
44. Цилиндрические и сферические координаты.
45. Физические приложения кратных интегралов.
46. Криволинейный интеграл 1-го рода.
47. Криволинейный интеграл 2-го рода.
48. Свойства криволинейных интегралов.
49. Формула Грина.

**4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**4.1. Описание процедур проведения текущего контроля успеваемости студентов**

В таблице представлено описание процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов, в соответствии с рабочей программой дисциплины, и процедур оценивания результатов обучения с помощью спланированных оценочных средств.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Реферат	Реферат по теме «Приложения определенных интегралов» выдаются на практических занятиях, предшествующих изучению предлагаемой темы. Рефераты должны быть выполнены в установленный преподавателем срок и в соответствии с требованиями к оформлению (текстовой и графической частей). Выполненные задания в назначенный срок сдаются на проверку
Доклад	Защита докладов предусмотренные рабочей программой дисциплины, проводится во время практических занятий. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения контроля, доводит до обучающихся: тему докладов и требования, предъявляемые к их выполнению и защите
Контрольная работа	Выполнение контрольной работы осуществляется на практическом занятии. Задание выполняется по нескольким вариантам. Распределение вариантов осуществляется преподавателем. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения контроля, доводит до обучающихся: тему, количество заданий и время выполнения заданий. Результаты решения задач оформляются студентами самостоятельно и сдаются на проверку преподавателю

**Вклад дисциплины в формирование компетенций /  
составляющих компетенции**

Формируемые компетенции	Виды учебной деятельности студентов, направленные на формирование компетенций*
ПК <sub>в</sub> -1	Реферирование; подготовка доклада; выполнение контрольной работы
ПК <sub>в</sub> -2	Реферирование; выполнение контрольной работы
ПК <sub>в</sub> -3	Реферирование; подготовка доклада; выполнение контрольной работы

**Методика оценки деятельности студента**

Модуль	Номер раздела	Процедура оценивания*	Оценка	
			<i>min</i>	<i>max</i>
1	1	контрольная работа 1;	13	25
2	2	контрольная работа 2;	14	25
3	3	контрольная работа 3;	14	25
4	4	контрольная работа 4;	14	25

Модуль	Номер раздела	Процедура оценивания*	Оценка	
			<i>min</i>	<i>max</i>
1	1	контрольная работа 5;	13	25
2	2	контрольная работа 6;	14	25
3	3	контрольная работа 7;	14	25
4	4	контрольная работа 8;	14	25

Модуль	Номер раздела	Процедура оценивания*	Оценка	
			<i>min</i>	<i>max</i>
1	1	контрольная работа 9;	13	25
2	2	контрольная работа 10;	14	25
3	3	контрольная работа 11;	14	25
4	4	контрольная работа 12;	14	25

#### **4.2. Описание процедур проведения промежуточной аттестации** **Зачет**

При определении уровня достижений обучающихся на зачете учитывается:

- знание программного материала и структуры дисциплины;
- знания, необходимые для решения типовых задач, умение выполнять предусмотренные программой задания;
- владение методологией дисциплины, умение применять теоретические знания при решении задач, обосновывать свои действия.

*Проведение промежуточной аттестации в форме зачета позволяет сформировать среднюю оценку по дисциплине по результатам текущего контроля. Так как оценочные средства, используемые при текущем контроле, позволяют оценить знания, умения и владения навыками/опытом деятельности обучающихся при освоении дисциплины. Для чего преподаватель находит среднюю оценку уровня сформированности компетенций у обучающегося, как сумму всех полученных оценок деленную на число этих оценок.*

<i>Средняя оценка уровня сформированности компетенций по результатам текущего контроля</i>	<i>Оценка</i>
<i>Оценка не менее 3,0 и нет ни одной неудовлетворительной оценки по текущему контролю</i>	<i>«зачтено»</i>
<i>Оценка менее 3,0 или получена хотя бы одна неудовлетворительная оценка по текущему контролю</i>	<i>«не зачтено»</i>

*Если оценка уровня сформированности компетенций обучающегося не соответствует критериям получения зачета, то обучающийся сдает зачет. Зачет проводится в форме собеседования по перечню теоретических вопросов и решения типовых контрольных заданий. Перечень теоретических вопросов и типовых контрольных заданий обучающиеся получают в начале семестра.*

#### **Экзамен**

При определении уровня достижений обучающихся на экзамене обращается особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
  - показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи;
  - знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной дисциплины и междисциплинарных связей;
  - ответ формулируется в терминах дисциплины, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию обучающегося;
  - теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики;
  - время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут;
  - при подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору;
  - при проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке;
  - экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях;
  - оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.
- Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в письменной форме, форме итоговой контрольной работы или компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

### **Образцы экзаменационных билетов**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_\_Математика и  
информатика\_\_\_\_\_  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. Первообразная функция. Свойства первообразных.
2. Понятие функции нескольких переменных. Примеры. График функции двух переменных. Линии уровня и поверхности уровня.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

«    »                                  2017 г

Зав. кафедрой                                 

«    »                                  2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №       
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр      4     

1. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Предел функции. Повторные пределы

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

«    »                                  2017 г

Зав. кафедрой                                 

«    »                                  2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №       
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр      4     

1. Метод замены переменной (подстановки).
2. Непрерывность функции в точке. Непрерывность по отдельным переменным. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_

1. Интегрирование по частям.
2. Частные производные.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_

1. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
2. Дифференцируемость функции нескольких переменных.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. \_ Интегрирование иррациональных функций
2. Достаточные условия дифференцируемости функции в точке.

Составил \_Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. \_\_ Интегрирование тригонометрических функций
2. \_\_ Приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Составил \_Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_

1. \_\_\_\_\_ Определенный интеграл. Его геометрический и физический смысл.
2. \_\_\_\_\_ Производная по направлению. Градиент функции.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине Математический анализ  
направление подготовки Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_

1. \_\_\_\_\_ Свойства определенного интеграла:
2. \_\_\_\_\_ Частные производные и дифференциал высших порядков.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_\_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. Интеграл с переменным верхним пределом и его производная.
2. Частные производные неявной функции нескольких переменных.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_\_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_\_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. \_\_ Замена переменной в определенном интеграле.
2. \_\_ Условный экстремум.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_\_  
по дисциплине \_Математический анализ  
направление подготовки \_\_Математика и  
информатика  
семестр \_\_\_\_\_4\_\_\_\_\_

1. \_\_ Несобственные интегралы I и II рода.
2. \_\_ Метод наименьших квадратов.

Составил Беломестнова В.Р.

УТВЕРЖДАЮ

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

